

UNIwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu  
Wydział Fizyki  
Instytut Obserwatorium Astronomiczne

**Grzegorz Dudziński**

# **Wyznaczanie niewypukłych modeli planetoid na podstawie obserwacji fotometrycznych**

**Determining non-convex asteroid models from photometric data**

**Rozprawa Doktorska**

Praca wykonana pod kierunkiem  
prof. dr hab. Tadeusza Michałowskiego  
oraz dr Przemysława Bartczaka  
w Instytucie Obserwatorium Astronomiczne  
Wydziału Fizyki UAM



Instytut Obserwatorium Astronomiczne  
Wydział Fizyki UAM  
2019



# Oświadczenie

Ja, niżej podpisany/a Grzegorz Dudziński, student/ka Wydziału Fizyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu oświadczam, że przedkładaną rozprawę doktorską pt.: „Wyznaczanie niewypukłych modeli planetoid na podstawie obserwacji fotometrycznych” napisałem/am samodzielnie. Oznacza to, że przy pisaniu pracy, poza niezbędnymi konsultacjami, nie korzystałem/am z pomocy innych osób, a w szczególności nie zlecałem/am opracowania rozprawy lub jej części innym osobom, ani nie odpisywałem/am tej rozprawy lub jej części od innych osób.

Oświadczam również, że egzemplarz rozprawy doktorskiej w formie wydruku komputerowego jest zgodny z egzemplarzem rozprawy doktorskiej w formie elektronicznej.

Jednocześnie przyjmuję do wiadomości, że gdyby powyższe oświadczenia okazały się nieprawdziwe, decyzja o wydaniu mi dyplomu zostanie cofnięta.

.....  
podpis

.....  
miejsowość i data

[ ] Wyrażam zgodę na to, aby po obronie pracy doktorskiej dołączyć przedstawioną przeze mnie rozprawę doktorską do baz systemu Plagiat.pl, gdzie będzie ona wykorzystywana wyłącznie w celach porównywania jej z innymi pracami powstającymi na uczelniach, stosujących system antyplagiatowy Plagiat.pl.

.....  
podpis

[ ] Nie wyrażam zgody na to, aby po obronie pracy doktorskiej dołączyć przedstawioną przeze mnie rozprawę doktorską do baz systemu Plagiat.pl, gdzie będzie ona wykorzystywana wyłącznie w celach porównywania jej z innymi pracami powstającymi na uczelniach, stosujących system antyplagiatowy Plagiat.pl.

.....  
podpis



## Streszczenie

Tematem niniejszej rozprawy doktorskiej jest wyznaczanie niewypukłych modeli planetoid, oraz ocena ich niepewności, w oparciu o dane fotometryczne. Dzięki modelom kształtów planetoid możemy wyznaczać gęstości tych małych ciał Układu Słonecznego. Gęstość to fundamentalny parametr fizyczny, który pozwala na wysnuwanie wniosków na temat ich budowy wewnętrznej, kompozycji chemicznej oraz historii powstania. Głównym źródłem danych na temat kształtów planetoid są dane fotometryczne z zakresu widzialnego: krzywe zmian jasności oraz fotometria absolutna.

Analizy teoretyczne możliwości inwersji krzywych zmian jasności oraz rozwijanie metod modelowania kształtów planetoid mają ponad stuletnią historię. Pierwsze modele planetoid były trójosiowymi elipsoidami. Orientując odpowiednio oś rotacji tego kształtu można wyjaśnić zmiany amplitud i magnitud ciała obserwowanego na różnych długościach ekliptycznych. Mimo swej prostoty, modele te okazały się dobrym pierwszym przybliżeniem i otworzyły furtkę do rozwoju bardziej zaawansowanych metod.

Prawdziwym kamieniem milowym w rozwoju modelowania planetoid była metoda inwersji wypukłej. Mimo, że generuje ona kształty wypukłe, co ma znaczenie dla szacunków objętości i gęstości, jest w stanie wyjaśnić nie tylko globalne zmiany krzywych zmian jasności, ale i ich szczegóły. W niniejszej pracy podjęto próbę stworzenia metody inwersji, która nie zakłada wypukłości kształtu, i której celem jest tworzenie modeli dokładniej oddających objętości planetoid.

Opisywana w tej pracy metoda inwersji niewypukłych kształtów planetoid SAGE (*ang. Shaping Asteroid models using Genetic Evolution*) jest oparta o algorytm genetyczny. Zaczynając od sfery i losowej orientacji osi obrotu, w kolejnych iteracjach tworzone są populacje zmodyfikowanych kształtów. Model z populacji najlepiej dopasowany do krzywych zmian jasności staje się zarodkiem następnego pokolenia kształtów. W efekcie ewolucji, po setkach iteracji (pokoleń), powstaje kształt, który wyjaśnia obserwacje.

Metoda SAGE jest obliczeniowo bardzo wymagająca, w szczególności część odpowiedzialna za generowanie krzywych zmian jasności. W celu przyspieszenia czasu obliczeń syntetyczne obserwacje tworzone są na kartach graficznych przy użyciu bibliotek OpenGL oraz CUDA. Inwersja kształtów jest prowadzona na klastrze komputerowym 65 stacji roboczych.

Testy metody SAGE wykonano na czterech syntetycznych obiektach o różnych kształtach i orientacjach osi obrotu. Zestawy sztucznych obserwacji obejmowały różne zakresy kątów fazowych oraz kombinacje opozycji. Testy wykazały zdolność SAGE do odtwarzania skomplikowanych kształtów, bez potrzeby wymogu wypukłości, nawet dla małych kątów fazowych. Największy wpływ na sukces modelowania miała konfiguracja opozycji, podczas których obiekty były obserwowane.

Kolejnym tematem poruszonym w niniejszej pracy jest obliczanie niepewności modeli planetoid. Jest to zagadnienie dotychczas nieobecne w literaturze i pomijane przez badaczy. Jakość modeli oceniana jest jedynie jakościowo na podstawie arbitralnych kryteriów. Przedstawiona tutaj metoda oceny niepewności polega na analizie wrażliwości modelu. Na podstawie badanego modelu tworzone są klony o zaburzonych parametrach, po czym akceptowane są te spełniające określony warunek zgodności. W efekcie powstaje stochastyczny model planetoidy, dzięki któremu można obliczyć niepewności poszczególnych parametrów oraz objętości.

Metody SAGE oraz oceny niepewności zostały zastosowane na 18 obiektach. Część z nich została odwiedzona przez sondy kosmiczne lub były obserwowane z wysoką rozdzielczością przy użyciu optyki adaptacyjnej, co pozwoliło na bezpośrednie porównanie i ocenę rezultatów modelowania.

## Summary

The topic of this thesis is modelling non-convex shapes of asteroids, and assessing their uncertainties, based on photometry. Asteroid models make it possible to calculate volumes and densities of small Solar System Bodies. Density is the fundamental physical parameter, knowing which allows us to formulate conclusions about body's internal structure, chemical composition and genesis. The main source of information about asteroid shapes is photometry in visual bands: lightcurves and absolute magnitude measurements.

The history of theoretical lightcurve analyses and the evolution of asteroid shape inversion techniques span over one hundred years. The first asteroid models were tri-axial ellipsoids. By properly orienting the spin axis it is possible to explain changes of amplitudes and magnitudes of a target observed on different ecliptic longitudes. Despite their simplicity these models proved to be a successful initial approximation and paved the way for more sophisticated methods.

The convex lightcurve inversion method of was the true milestone. Despite generating convex shapes, which influences volume and density estimates, it can not only explain the global changes of lightcurves, but also their details. This work aims to create an inversion method capable of generating non-convex shapes, therefore allowing more precise volume estimations.

The method presented here – SAGE (Shaping Asteroid models using Genetic Evolution) – is based on a genetic algorithm. Starting with a sphere and random rotation axis orientation a generation of mutated shapes is created in each iteration. The fittest model from a population, i.e. the one best explaining lightcurves, is chosen as a seed for the next generation. After hundreds of iterations of shape evolution, a model explaining observations is arrived at.

SAGE method is computationally very demanding, especially the part responsible for generating lightcurves. Graphic cards as well as OpenGL and CUDA libraries are utilized in order to shorten the modelling time. The inversion process is run on a cluster of 65 workstations.

Four synthetic asteroids and their observations were created for the purpose of testing SAGE. Sets of synthetic observations varied in phase angle coverage and distribution of apparitions on the orbit. The tests demonstrated SAGE's ability to recreate complex, non-convex shapes even for small phase angles. The configuration of apparitions had the biggest influence on the modeling success.

Another topic discussed in this work is the assessment of asteroid models' uncertainty. It is neglected by researchers and not discussed in the literature. The quality of models is assessed only qualitatively based on arbitrary criteria. The proposed new approach is based on creating clones of the nominal model with random changes, in effect performing a sensitivity analysis. As a result, a stochastic model is produced allowing computation of model's parameters and volume uncertainty.

Both SAGE and uncertainty assessment method were applied to 18 targets. Some of those have been visited by spacecrafts or have high resolution adaptive optics observations, which allowed for direct comparison with modelling results.

# Spis treści

<b>Wstęp</b> . . . . .	9
<b>1. O modelowaniu kształtów planetoid</b> . . . . .	13
1.1. Pierwsze analizy . . . . .	13
1.2. Zmiany amplitud i jasności absolutnych . . . . .	14
1.3. Metody numeryczne . . . . .	17
1.4. Inwersja wypukła . . . . .	18
1.5. Inne techniki obserwacji planetoid . . . . .	21
<b>2. Prototyp metody SAGE</b> . . . . .	27
2.1. Algorytm genetyczny . . . . .	27
2.2. Adaptacja algorytmu genetycznego do modelowania planetoid z krzywych zmian jasności . . . . .	29
<b>3. Metoda SAGE</b> . . . . .	39
3.1. Silnik graficzny . . . . .	39
3.2. Klaster komputerowy . . . . .	50
3.3. Testy metody na modelach syntetycznych . . . . .	56
<b>4. Niepewności modeli planetoid</b> . . . . .	67
4.1. Stosowane metody oceny jakości modeli . . . . .	68
4.2. Rozciągłość modelu wzdłuż osi rotacji . . . . .	69
4.3. Metoda wyznaczania niepewności modeli planetoid . . . . .	75
4.4. Propagacja błędów parametrów modelu . . . . .	77
4.5. Testy metody oceny niepewności na modelach syntetycznych . . . . .	79
4.6. Testy metody na obiektach rzeczywistych . . . . .	82
<b>5. Modele uzyskane metodą SAGE i ocena ich niepewności</b> . . . . .	91
5.1. (3) Juno . . . . .	91
5.2. (9) Metis . . . . .	95
5.3. (89) Julia . . . . .	95
5.4. (433) Eros . . . . .	101
<b>Zakończenie</b> . . . . .	103
<b>Bibliografia</b> . . . . .	104





## Wstęp

Szacowane wartości planetoid, w zależności od ich wielkości i składu, wahają się między dziesiątkami milionów a setkami bilionów dolarów<sup>1</sup>. Nietrudno wyobrazić sobie potencjalne nowe rynki (i ich potęgę!) oparte na praktycznie Nielimitowanych zasobach naturalnych drzemiących w małych ciałach Układu Słonecznego. Bogactwo zasobów wody w populacji planetoid zbliżających się do Ziemi (*ang. Near Earth Asteroids, NEA*) znalazłoby zastosowanie jako źródło paliwa na drodze do eksploracji dalszych rejonów Układu Słonecznego. Wydobycie minerały i metale szlachetne stałyby się tanimi materiałami budowlanymi dostępnymi bezpośrednio w przestrzeni kosmicznej rozwiązując problem potrzeby wynoszenia surowców z powierzchni Ziemi przy użyciu horrendalnych ilości paliwa, umożliwiając tym samym budowanie struktur w nowej, kosmicznej skali. Zmieniając ton na nieco mniej optymistyczny, można by rozważyć wpływ, jaki na system monetarny i ekonomię ziemską miałyby drastyczna zmiana dostępnej ilości złota i platyny na rynku.

Dziś górnictwa kosmicznego nie można już wkładać między beletrystyczne pozycje z gatunku fantastyki naukowej. Mimo pewnej dozy krytyki, firmy (np.: Planetary Resources, Deep Space Industries) mające na celu rozszerzenie bazy naszych zasobów naturalnych, wdrażają w życie długoterminowe i wieloetapowe strategie, których ostatecznym celem jest wydobywanie surowców z planetoid. Ale już teraz można powiedzieć, w prawdzie z drobnym przymrużeniem oka, że era pozyskiwania materiałów z tych obiektów już nastąpiła. Wystrzelona w 2014 roku misja japońskiej agencji kosmicznej JAXA, Hayabusa-2, krąży wokół planetoidy (162173) Ryugu. Jednym z celów tej misji jest pobranie próbek z trzech różnych lokalizacji na powierzchni o łącznej masie kilkunastu gramów i powrót na Ziemię w 2020 roku. Jeśli wszystko odbędzie się zgodnie z planem, pobije ona osiągnięcia swej młodszej siostry, misji Hayabusa do (25143) Itokawy, która dekadę wcześniej dostarczyła nam próbki zaledwie ziaren materiału. Sonda NASA, OSIRIS-REx, po dwuletnim locie dotarła w grudniu 2018 roku do planetoidy (101955) Bennu, aby w roku 2023 powrócić z sześćdziesięcio-gramowym ładunkiem. Cele pozyskiwania próbek są w prawdzie czysto naukowe, ale nie można lekceważyć ogromnych postępów technologicznych, jakie zostały poczynione w dziedzinie bezzałogowych, semi-autonomicznych misji kosmicznych. Nasz apetyt na dalszy rozwój i osiągnięcia z pewnością został pobudzony i będzie rósł w miarę konsumowania kolejnych porcji danych.

Misje kosmiczne są najlepszym źródłem informacji o parametrach fizycznych planetoid, w tym o ich składzie i budowie wewnętrznej. Od 1991 roku, kiedy to sonda Galileo sfotografowała po raz pierwszy w historii planetoidę z bliska, mogliśmy podziwiać obrazy obiektów ((951) Gaspra, (243) Ida, (253) Mathilde, (5535) Annefrank, (2867) Steins, (21) Lutetia) z kolejnych przelotów tej i kolejnych misji. Sonda NEAR Shoemaker w roku 2000 weszła na orbitę planetoidy (433) Eros z populacji NEA jako pierwszy orbiter małego ciała Układu Słonecznego. Wiele zawdzięczamy również danym z misji Hayabusa do (25143) Itokawy i misji Dawn do planety karłowatej (1) Ceres oraz najbardziej masywnej planetoidy (4) Vesty. Misje kosmiczne, wprawdzie niezmiernie wartościowe ze względu na szczegółowość zebranych danych, są niezwykle kosztowne i czasochłonne, przez co rzadkie. Porównując ilość odwiedzonych planetoid do ilości tych znanych (niemalże 800 tysięcy<sup>2</sup>) ewidentnym staje się fakt, iż misje kosmiczne nie są wystarczającym źródłem informacji, jeśli chcemy konstruować ogólne wnioski na temat całej populacji planetoid.

<sup>1</sup>Dane zaczerpnięte z portalu <http://www.asterank.com/>

<sup>2</sup>stan na grudzień 2018, źródło: <https://www.minorplanetcenter.net/mpc/summary>

Każdego dnia na Ziemi spada niemal 100 ton materiału z przestrzeni kosmicznej. Spora część tej materii to odłamki pochodzące z planetoid, które (najprawdopodobniej w skutek kolizji) opuściły macierzyste ciało. Stwarza to potencjalnie możliwości detalicznego badania składu i struktury planetoid. Szacuje się, że znajdowane meteoryty pochodzące z planetoid, to fragmenty od 100 do 150 różnych obiektów. Prawdziwym kamieniem milowym w badaniach meteorytów było ustalenie połączeń między ich klasami a typami taksonomicznymi planetoid dzięki misjom kosmicznym (takim jak Hayabusa, NEAR Shoemaker czy Dawn), co dało narzędzia i podstawy do pośredniego zaglądnia do wnętrza małych ciał Układu Słonecznego.

Potencjał meteoroidów zasysanych przez studnię grawitacyjną Ziemi jest nie tylko naukowy. Nie trzeba sięgać w przeszłość aż do okresu kredy, aby docenić ogrom energii i niszczy-cielską (albo i twórczą, patrząc z perspektywy ssaków) siłę zgromadzoną w tych kosmicznych pociskach. 15 lutego 2013 roku, obiekt o wielkości około 20 metrów wszedł w ziemską atmosferę i po pół-minutowym locie eksplodował 30 km nad terenami obwodu czelabińskiego w Rosji. Rany odniosło półtora tysiąca osób, tysiące budynków doznały zniszczeń. Porównując wspomnianą planetoidę (101955) Bennu do małego obiektu, jakim był bolid czelabiński, możemy wyobrazić sobie katastrofalne skutki wywołane przez zderzenie z tym 200 metrowym ciałem. Istnieją szanse, co prawda małe, że właśnie ta planetoida uderzy w nas w drugiej połowie przyszłego wieku. Jest ona na liście dwóch tysięcy obiektów zagrażających Ziemi (*ang. Potentially Hazardous Asteroids*, PHA) będących z oczywistych względów pod specjalnym nadzorem.

Identyfikowanie zagrażających nam obiektów polega na nieprzerwanym udokładnianiu ich orbit, czego nie da się zrobić bez ciągłych obserwacji astrometrycznych. Liczne przeglądy nieba (np.: Catalina, Pan-STARRS, Gaia) dostarczają takich informacji na bieżąco. Naturalnie, nie tylko obiekty zbliżające się do Ziemi są na celowniku obserwatorów, lecz również planetoidy ze wszystkich rejonów Układu Słonecznego, komety i obiekty transneptunowe. Korzystamy z coraz dokładniejszych obserwacji i wyrafinowanych metod numerycznych aby, poprzez dokładną znajomość ich toru ruchu wokół Słońca, naszkicować i ujawnić fascynującą strukturę naszego najbliższego kosmicznego otoczenia.

Zdecydowana większość planetoid składa się na Pas Główny, czyli zbiór obiektów między orbitami Marsa i Jowisza, a z tych większość ma orbity o małym nachyleniu i mimośrodzie. Pas główny nie jest tworem homogenicznym – jego struktura jest dyktowana między innymi oddziaływaniem Jowisza. Przykładowo, współmierności w ruchach średnich – rezonanse orbitalne – z tym gazowym olbrzymem tworzą przerwy Kirkwooda, tj. obszary przestrzeni nieobsadzone przez planetoidy, z których to obiekty wyrzucane są w inne rejony Układu Słonecznego, generując między innymi populację NEA. Jowisz odpowiedzialny jest też za istnienie populacji Trojańczyków, krążących w tej samej odległości od Słońca co on, skupiających się wokół punktów Lagrangea  $L_4$  oraz  $L_5$  i oddalonych o 120 stopni od siebie.

Sięgając dalej między orbity Jowisza a Neptuna, zauważymy kilkudziesięcioletnią grupę małych ciał nazwanych Centaurami, za mitycznymi stworzeniami pół ludzi, pół koni, w próbie oddania dwoistej natury tych obiektów. Wykazują one cechy zarówno planetoid jak i komet, a ich geneza jest przedmiotem ciągłej debaty. W odróżnieniu od planetoid Pasa Głównego, orbity Centaurów są stabilne na przestrzeni zaledwie milionów lat. Jednym z zaproponowanych scenariuszy wyjaśniającym ich obecność w tym rejonie jest zasilenie go w obiekty z pasa Kuipera, których orbity zostały zaburzone. Rozciągająca się poza Neptunem kraina lodowych ciał nazwana na cześć jej odkrywcy – Gerarda Kuipera – jest nadal stosunkowo słabo poznanym obszarem Układu Słonecznego. Jedynie największe teleskopy umożliwiają obserwacje tych dalekich i słabych obiektów, a jedyną misją kosmiczną im dedykowaną jak dotąd jest New Horizons, która w 2015 roku zachwyliła nas obrazami powierzchni Plutona,

natomiast w styczniu 2019 sfotografowała intrygujący kształt obiektu 2014 MU69, znajdując się w odległości ponad 43 jednostek astronomicznych od naszej dziennej gwiazdy.

Poruszające się na niebie punkty światła zawierają znacznie więcej informacji, niż jedynie pozycja w przestrzeni ciał, od których odbija się promieniowanie Słońca. Rozszczepiając światło odbite od planetoid wkraczamy w świat „odcisków palców” pozostawionych przez pierwiastki i związki chemiczne, dzięki którym możemy badać skład powierzchni planetoid bez konieczności lądowania na nich. Jedynie dla garstki planetoid zebrane zostały wysokiej rozdzielczości widma, jednakże te o niskiej rozdzielczości, nagromadzone dla znacznie większej próbki, pozwalają już na skuteczne klasyfikowanie planetoid ze względu na skład. Łącząc te informacje z laboratoryjnymi badaniami nad meteorytami i danymi z misji kosmicznych dowiadujemy się o zróżnicowanej chemii i geologii Układu Słonecznego.

Ważnym aspektem w tej grze jest zdobycie informacji na temat struktury wewnętrznej planetoid. Jest to możliwe dzięki poznaniu gęstości (*ang. bulk density*), ściśle odzwierciedlającej gęstość budulca oraz skalę pustych przestrzeni wewnątrz ciała, tj. porowatość. Niezbędne do tego jest poznanie objętości oraz masy obiektu. Wartość masy szacować można ze wzajemnych oddziaływań grawitacyjnych z innymi ciałami w Układzie Słonecznym, czy to badając wnikliwie drobne zmiany w ruchach orbitalnych, większe zmiany podczas bliskich przelotów obok planet, tor ruchu statków kosmicznych odwiedzających planetoidy, lub analizując zachowanie naturalnych satelitów. O objętości mówi nam rozmiar ciała, który uzyskać można analizując jasność absolutną w zakresie światła widzialnego oraz podczerwieni, mierząc rozmiary cienia rzucanego na powierzchnię Ziemi podczas zjawiska zakrycia gwiazdowego lub mierzenia rozmiarów kątowych obrazów uzyskanych dzięki wysokiej rozdzielczości teleskopom wyposażonym w optykę adaptacyjną. Każda z tych technik wymaga jednakże znajomości kształtu planetoidy, aby dać dokładną wartość objętości.

Szczęśliwie dla nas, Układ Słoneczny jest daleki od bycia statycznym i nudnym miejscem. W konsekwencji niezerowego momentu pędu zapadającego się obłoku gazu, z którego powstał nasz Układ Słoneczny, każdy obiekt w nim obraca się wokół własnej osi. Obserwacyjnym efektem ruchu obrotowego i odbijania światła od powierzchni planetoid o nieregularnych kształtach są krzywe zmian jasności, które rejestrowane na przestrzeni dekad w kolejnych opozycjach, otwierają furtkę do odtwarzania kształtów planetoid metodami inwersji. W połączeniu z rozmiarami, masami i kompozycją chemiczną pozwala to na stworzenie kompleksowych modeli planetoid wyjaśniających obserwacje. Wzbogacają one dyskusję na temat szczegółowej budowy Układu Słonecznego, jego ewolucji oraz możliwych scenariuszy powstania, uchylając rąbka tajemnicy kosmosu i naszego w nim miejsca.

Niniejsza rozprawa jest próbą odpowiedzi na pytanie, czy z krzywych zmian jasności w zakresie widzialnym możliwe jest odtworzenie kształtów planetoid, nie czyniąc przy tym założeń co do natury samego kształtu, przede wszystkim o jego wypukłości. Niewypukłe modele dokładniej odzwierciedlają objętość, co jest kluczowe przy obliczaniu gęstości – jednego z najważniejszych parametrów fizycznych planetoid. Fotometria względna zaś stanowi najobszerniejsze, najtańsze i łatwo dostępne (w porównaniu z innymi technikami obserwacyjnymi) źródło danych. W pracy przedstawiono także rozwiązanie problemu braku metody ilościowej oceny niepewności i jakości modeli powstałych przy użyciu metod inwersji danych fotometrycznych.

W Roz. 1 przybliżono historię zagadnienia tworzenia modeli planetoid oraz ograniczeń powstałych metod. Roz. 2 traktuje o prototypie metody inwersji krzywych zmian jasności opartej na algorytmie genetycznym; przybliżone zostały główne koncepcje, na bazie których stworzona została metoda inwersji SAGE (*Shaping Asteroid models using Genetic Evolution*), opisana w Roz. 3. Problem szacowania niepewności modeli planetoid został poruszony w Roz. 4, natomiast w Roz. 5 przedstawiono modele planetoid uzyskane metodą SAGE wraz z oceną ich niepewności.



# O modelowaniu kształtów planetoid

Dzięki znajomości gęstości możemy „zajrzeć” do wnętrza planetoid oraz wyciągać wnioski o ich strukturze wewnętrznej, między innymi o mikro i makro porowatości, kompozycji chemicznej czy zróżnicowaniu materiału (Scheeres i inni, 2015). U podstaw wyznaczania gęstości, oraz innych parametrów fizycznych, leżą modele kształtów planetoid. W dalszej części niniejszej pracy modelem planetoidy będziemy nazywać zestaw parametrów określających kształt, orientację osi obrotu, okres rotacji oraz prawo odbicia światła od powierzchni.

Chcąc obliczyć gęstość planetoidy, niebędącej układem wielokrotnym, trzeba poznać jej masę oraz objętość. Do wyliczenia masy może posłużyć studiowanie zmiany orbity obiektu podczas bliskiego przelotu obok planety, zmiana trajektorii sondy kosmicznej podczas zbliżenia się do obiektu, czy porównywanie astrometrii z numerycznymi modelami dynamicznymi Układu Słonecznego (Carry, 2012). Objętość zaś oblicza się poprzez wyznaczenie rozmiaru modelu w oparciu o absolutne pomiary (np.: zakrycia gwiazdowe, obserwacje w podczerwieni). Im dokładniejszym modelem dysponujemy, tym bardziej wiarygodna będzie wyliczona objętość, a przez to i gęstość oraz inne cechy fizyczne na niej bazujące. Jeśli planetoida posiada satelitę, można posłużyć się trzecim prawem Keplera do bezpośredniego wyliczenia gęstości.

Aby w pełni zrozumieć obserwowane cechy planetoid trzeba wyjść poza oddziaływania grawitacyjne i rozpatrywać wpływ promieniowania Słońca i reemisji fotonów podczerwonych na orbitę oraz ruch obrotowy, w szczególności dla ciał o rozmiarach poniżej 40 km. Efekt niegrawitacyjny Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP) wpływa na zmiany nachylenia osi obrotu oraz okresu rotacji i jest silnie zależny od kształtu oraz cech powierzchni planetoidy. Wpływając na zmianę póloli wielkiej orbity efekt Yarkovskiego jest natomiast głównie związany z orientacją osi obrotu oraz kierunkiem rotacji. Na oba te efekty istotny wpływ ma bezwładność cieplna powierzchni planetoidy, często uzyskiwana w procesie modelowania termofizycznego bazującego na wyznaczonym wcześniej modelu kształtu.

Tworzenie dobrej jakości modeli planetoid poszerza zatem naszą wiedzę w zakresie cech powierzchni planetoid, obserwowanego rozkładu okresów rotacji i nachyleń osi obrotu, formowania i ewolucji układów podwójnych czy dryfu orbitalnego członków rodzin planetoid (Vokrouhlický i inni, 2015). Przekłada się to na zrozumienie Układu Słonecznego jako całości, jego historii oraz przyszłości.

## 1.1. Pierwsze analizy

W pionierskiej pracy Russell (1906) zadaje pytania o charakter krzywych zmian jasności ciała o powierzchni o zróżnicowanym albedo (czyli o różnym stopniu odbijania światła) oraz jak daleko możemy posunąć się we wnioskach na temat zmienności albedo na cele analizując jedynie krzywe zmian jasności. Aby dać odpowiedź na te pytania, Russell skonstruował matematyczny model ciała o kształcie opisanym szeregiem harmonik sferycznych oraz powierzchni pokrytymi ciemnymi plamami. Jasność ciała, analizowana jedynie dla zerowego kąta fazowego (tj. kąta między źródłem światła, obiektem oraz obserwatorem), zależała od ilości widocznych przez obserwatora plam na powierzchni oraz pola powierzchni rzutu ciała w kierunku obserwatora.

Analiza zagadnienia doprowadziła Russella do wniosków, iż zawsze można ustalić orientację osi obrotu obiektu z dokładnością do znaku wartości nachylenia, oraz że nie jest możliwe ustalenie jednoznacznego kształtu. Ponadto, zakładając dowolny kształt, krzywe jasności możemy wyjaśnić wybierając odpowiednią dystrybucję plam na powierzchni. Obserwacje z niezerowymi kątami fazowymi (i rozszerzony model matematyczny potrzebny do ich opisu) mogłyby pomóc w wyznaczeniu rozkładu albedo powierzchni, ale nie wniosą nowych informacji o kształcie. Zagadnienie wyglądało na rozwiązane, a wnioski, na co najmniej zniechęcające do dalszych prac. Jednakże, kilka faktów zauważonych w późniejszym czasie, oraz nowatorskie podejścia analityczne i numeryczne pozwoliły rzucić nowe światło na problem.

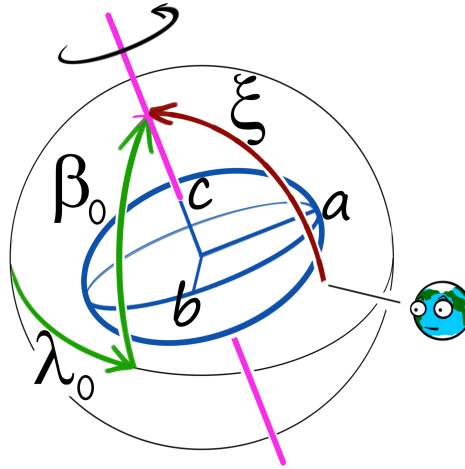
Planetoidy w ogólności mogą wykazywać zróżnicowane albedo i zawsze należy brać taką ewentualność pod uwagę, ale warto też zadać pytanie, na ile jest to regułą, a na ile wyjątkiem. Jedną ze wskazówek niehomogeniczności albedo są różnice jasności obserwowanych na różnych długościach fali, co łatwo zmierzyć można stosując różne filtry podczas obserwacji fotometrycznych. Systematyczne obserwacje planetoid doprowadziły do wniosków, że jedynie mały procent planetoid wykazuje zmiany koloru na istotnym poziomie (Degewij i inni, 1979). Analiza fourierowska cech krzywych zmian blasku może również rozstrzygnąć, czy ich przebieg jest zdominowany przez kształt, czy też albedo. Porównując obserwowane krzywe planetoid z syntetycznymi krzywymi modeli, Barucci i inni (1989) zauważyli, że jedynie 30–40% planetoid wykazują cechy zgodne z obecnością zróżnicowanego albedo. Magnusson (1991) później stwierdził, iż istnieje jedynie kilka przypadków, dla których można mówić o zmianach albedo, a najbardziej ewidentnym przykładem jest planetoida (4) Vesta.

W obliczu nowych informacji, przynajmniej jeden z postulatów Russella przestaje być istotny. Wyjaśnianie równocześnie kształtu i plam na powierzchni nie stanowi dużej praktycznej przeszkody z uwagi na fakt, iż mało które planetoidy wykazują zmiany albedo. Istnieją ponadto metody pozwalające stwierdzić, czy dany obiekt takowe posiada. Co zatem z kształtem? Czy faktycznie, jak twierdził Russell, istnieje nieskończona ich ilość mogąca wyjaśnić daną krzywą zmian jasności? Russell postawił problem bardzo ogólnie i nie stosował zbyt wielu ograniczeń. Zagadnienie inwersji daje się jednak znacząco uprościć poprzez wprowadzenie kilku obostrzeń. Zauważenie faktu, że większość krzywych jasności posiada dwa wyraźnie maksima oraz minima nakierowało badaczy do stworzenia metod inwersji opartych na założeniu, iż planetoidy mają regularne kształty trójosiowych elipsoid. Zastosowanie prostego modelu okazało się być owocne w wyjaśnianiu obserwacji, przynajmniej jako pierwsze przybliżenie.

## 1.2. Zmiany amplitud i jasności absolutnych

Przybliżenie metod amplitud oraz magnitud jest pomocne w zrozumieniu sposobów działania bardziej zaawansowanych metod, a także w odniesieniu do, jak zostanie później pokazane, niepewności objętości kształtów. Opisane dalej metody odnoszą sukces jeśli zależy nam na odtworzeniu globalnych zmian jasności jakie zaobserwujemy na przestrzeni lat lub dekad, pomijając szczegóły pojedynczych krzywych zmian blasku. Obserwując planetoidy podczas wielu opozycji zauważymy, że amplituda zmian jasności niektórych obiektów oraz zmiany jasności absolutnych są zależne od długości ekliptycznej  $\lambda$  obiektu. Do wyjaśnienia ich zmienności wystarczy zastosowanie prostego kształtu trójosiowej elipsoidy odpowiednio zorientowanego w przestrzeni.

Formalizm pozwalający na stworzenie modeli planetoid o sześciu parametrach został przedstawiony między innymi w pracach: Magnusson (1986); Michalowski (1993); Pospieszalska-Surdej i Surdej (1985); Zappala (1981). Parametrami modelu (Rys. 1.1) są:



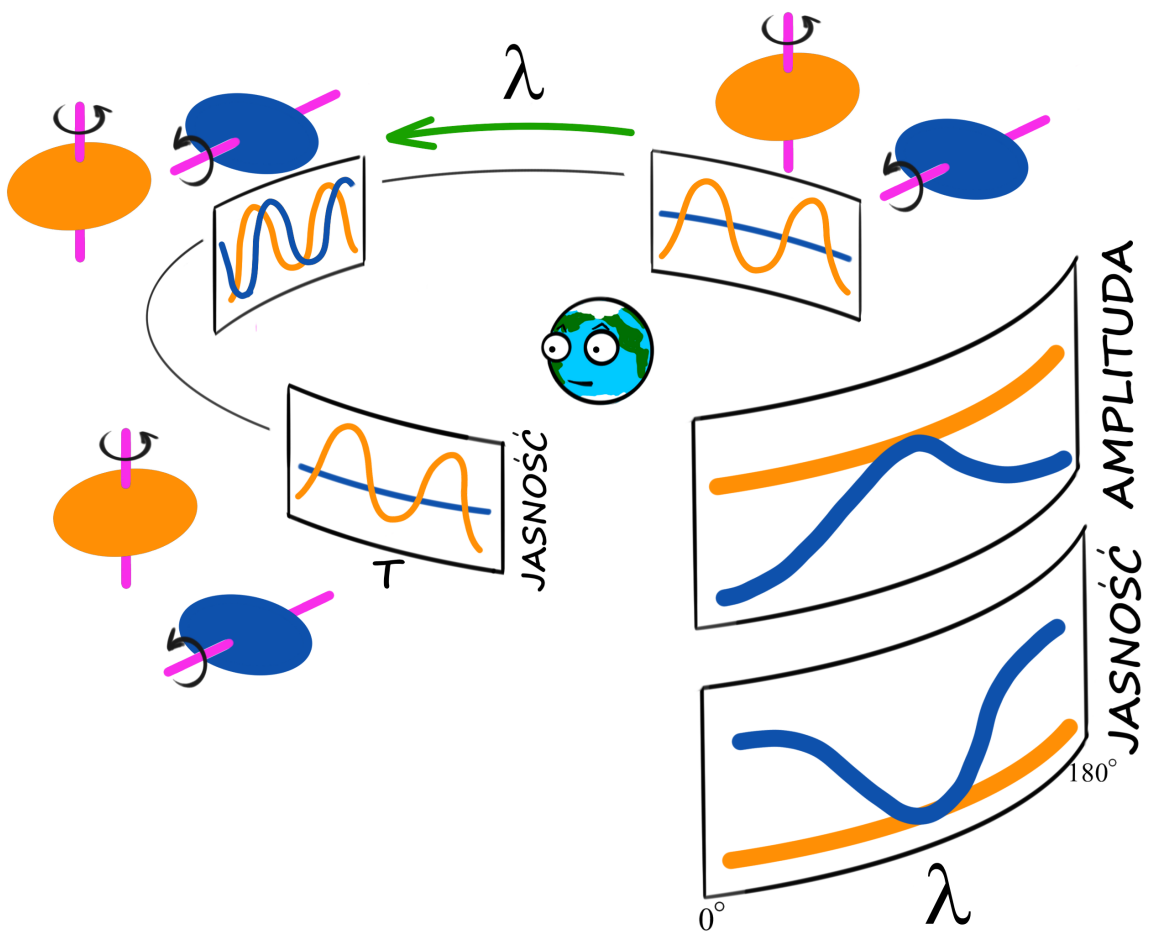
Rysunek 1.1: Schemat trójosiowej elipsoidy stanowiącej model planetoidy.

- okres rotacji  $P$ ,
- długość  $\lambda_0$  i szerokość  $\beta_0$  ekliptyczna osi rotacji,
- stosunki półosi trójosiowej elipsoidy  $b/a$  oraz  $b/c$  opisujące kształt (przy założeniu, że półosie elipsoidy spełniają warunki  $a > b > c$ ).
- jasność absolutna dla aspektu  $\xi = 90^\circ$

Rys. 1.2 przedstawia schematycznie geometrię zagadnienia i wpływ nachylenia osi rotacji na obserwowane cechy krzywych zmian jasności. Orientacja osi rotacji planetoidy jest stała w przestrzeni (za wyjątkiem nielicznych planetoid koziółkujących) i obserwując obiekt na różnych długościach ekliptycznych  $\lambda$  zauważymy zmiany amplitudy krzywych zmian jasności zachodzące w różnym stopniu. Jeżeli nachylenie osi rotacji wynosi  $\beta_0 = 90^\circ$  a orbity planetoidy i obserwatora są współpłaszczyznowe, nie zaobserwujemy żadnych zmian amplitudy ani jasności absolutnych, gdyż ustawienie planetoidy względem obserwatora jest zawsze takie samo – obserwujemy ją tylko patrząc prostopadłe na oś rotacji. Im nachylenie osi staje się mniejsze, tj. kiedy oś rotacji „kładzie się” na orbicie, obserwujemy coraz większe zmiany amplitud i magnitud. Największe będą dla nachylenia  $\beta_0 = 0^\circ$ , ponieważ jesteśmy w stanie zaobserwować planetoidę zarówno patrząc wzdłuż osi rotacji na jej biegun (płaska krzywa zmian jasności) jak i patrząc prostopadłe na oś rotacji (maksymalna amplituda). Uogólniając, w zależności od orientacji osi obrotu planetoidy i nachylenia jej orbity do ekliptyki, obserwator ma szansę na zaobserwowanie obiektu pod różnymi aspektami  $\xi$ , tj. kątami pomiędzy osią rotacji a kierunkiem na obserwatora w planetko-centricznym układzie odniesienia. Zakres ten jest kluczowy dla sukcesu wyznaczenia parametrów modelu.

Zaletą stosowania kształtu trójosiowej elipsoidy jest to, że pole powierzchni rzutu ciała daje się opisać analitycznie. Zakładając, że ilość odbitego światła zależy jedynie od pola powierzchni, będziemy stosować tzw. geometryczne prawo odbicia światła, które jest prostym przybliżeniem rzeczywistego procesu odbicia i rozpraszania światła na powierzchni. Pole powierzchni rzutu trójosiowej elipsoidy o półosiach  $a$ ,  $b$  oraz  $c$  obserwowanej z aspektem  $\xi$  i dla fazy rotacji  $\phi$ , dla zerowego kąta fazowego  $\alpha$ , wyraża się następująco:

$$S = \pi abc \sqrt{\sin^2 \xi \left( \frac{\sin^2 \phi}{a^2} + \frac{\cos^2 \phi}{b^2} \right) + \frac{\cos^2 \xi}{c^2}}. \quad (1.1)$$



Rysunek 1.2: Schemat ukazujący zmiany amplitud i magnitud podczas obserwacji planetoid w zależności od nachylenia osi rotacji.



Korzystając z powyższej relacji, zależność amplitudy od aspektu wyrażamy wzorem:

$$A(\xi) = 1.25 \log \left( \frac{(b/c)^2 \cos^2 \xi + \sin^2 \xi}{(b/c)^2 \cos^2 \xi + (b/a)^2 \sin^2 \xi} \right), \quad (1.2)$$

natomiast zależność jasności absolutnej od aspektu wyrażamy poprzez

$$\Delta H = H(90) - H(\xi) = 1.25 \log((b/c)^2 \cos^2 \xi + \sin^2 \xi), \quad (1.3)$$

gdzie  $H(90)$  oznacza jasność absolutną dla aspektu  $\xi = 90^\circ$ . Aspekt można wyznaczyć z zależności

$$\cos \xi = -\sin \beta \sin \beta_0 - \cos \beta \cos \beta_0 \cos(\lambda - \lambda_0), \quad (1.4)$$

gdzie  $\lambda, \beta$  oznaczają długość i szerokość ekliptyczną położenia ciała, a  $\lambda_0, \beta_0$  oznaczają współrzędne osi rotacji w ekliptycznym układzie odniesienia.

Istotnym parametrem fizycznym planetoid jest sydereczny okres rotacji  $P$ . Do jego wyznaczenia można posłużyć się metodą epok, opierającej się na epokach zaobserwowania tej samej cechy krzywej jasności, np.: jej minimum bądź maksimum. Im większym interwałem czasu i ilością obserwacji dysponujemy, tym dokładniej wyznaczymy okres rotacji. Formalnie możemy zapisać to w postaci

$$\Delta T = P(\Delta N + \Delta L/360), \quad (1.5)$$

gdzie  $P$  oznacza okres rotacji,  $\Delta T$  czas pomiędzy dwiema epokami oddalonych od siebie o całkowitą liczbę obrotów planetoidy  $\Delta N$ , a  $\Delta L/360$  to ułamek obrotu, o jaki musi obrócić się planetoida, aby ta sama cecha powierzchni zwrócona była ku obserwatorowi.

Każda opozycja dostarcza zestaw równań 1.2 i 1.3. Łącząc wiele opozycji, tj. wiele zestawów tych równań ze sobą wraz z równaniem 1.5, można uzyskać interesujące nas parametry ( $P, b/a, b/c, \lambda_0, \beta_0, H(90)$ ) w procesie iteracyjnej minimalizacji. Równania 1.2 i 1.3 odnoszące się odpowiednio do metod amplitud i magnitud, wykazują pewne symetrie. Jeśli stosujemy jedynie metody amplitud i magnitud oraz mamy do czynienia z orbitą o małym nachyleniu, a jest tak dla większości planetoid, nie jest możliwe rozróżnienie kierunku rotacji. Co więcej, długość ekliptyczna osi rotacji powiększona o  $180^\circ$  da ten sam kształt krzywych zmian jasności. Kierunek rotacji może zostać ustalony dzięki metodzie epok i jeden typ symetrii może zostać dzięki temu usunięty. Orientacja osi obrotu planetoidy będzie więc składać się z dwóch równoważnych rozwiązań:  $(\lambda_0, \beta_0)$  oraz  $(\lambda_0 + 180^\circ, \beta_0)$ .

Naturalnym ograniczeniem stosowania modelu trójosiowej planetoidy jest prostota założonego kształtu. Jego zaletą jest niewątpliwie fakt potrzeby jedynie dwóch parametrów do jego opisu, jednakże krzywe jasności przezeń generowane mają gładki, symetryczny i sinusoidalny przebieg. Małe ciała nie mają dostatecznie dużej masy, aby pod wpływem własnej grawitacji przyjąć gładki i prosty kształt. Jak pokazały pierwsze obrazy z sondy Galileo, a później z wielu innych sond, planetoidy mogą przyjmować najróżniejsze formy. Odbija się to oczywiście na morfologii krzywych zmian jasności, które rzadko kiedy mają sinusoidalny przebieg bez obecności wyraźnych innych cech. Aby je wyjaśnić, potrzeba bardziej wyrafinowanych metod.

### 1.3. Metody numeryczne

Jednym ze sposobów na rozszerzenie metod amplitud, magnitud i epok jest modyfikacja prawa odbicia światła. Symulowanie zachowania promieni światła po styczności z regolitem jest zagadnieniem nietrywialnym i do chwili obecnej stosuje się jedynie proste modele rozpraszania światła. Prawo geometryczne zakłada, iż ilość odbitego światła zależy jedynie od pola

powierzchni projekcji kształtu. Jest to dość duże uproszczenie, szczególnie gdy rejestrujemy krzywe jasności przy niezerowych kątach fazowych i mamy do czynienia z kształtami niewypukłymi. Parametrami mającymi największy wpływ na ilość odbitego światła są kąt padania promieni na powierzchnię oraz kąt, pod jakim na nią patrzymy. Jak wykazał [Veverka \(1971\)](#), użycie prawa odbicia Lommel-Seeliger daje zadowalającą zgodność z badaniami laboratoryjnymi i dobrze odzwierciedla powierzchnie pokryte drobnym regolitem, przez co nadaje się do stosowania dla ciał Układu Słonecznego pozbawionych atmosfery. Prawo to można zapisać w formie

$$I(i, \epsilon, \alpha) \sim \varpi \frac{\cos i}{\cos i + \cos \epsilon} f(\alpha, D), \quad (1.6)$$

gdzie  $\varpi$  wyraża albedo elementu powierzchni,  $i$  oraz  $\epsilon$  oznaczają odpowiednio kąty między kierunkiem padania promieni oraz kierunkiem do obserwatora a normalną do powierzchni. Funkcja fazowa  $f(\alpha, D)$  determinuje stopień ściemnienia powierzchni w zależności od kąta fazowego  $\alpha$  oraz gęstości upakowania drobinek regolitu  $D$ .

Do implementacji dowolnego prawa odbicia światła, łącznie z tym przedstawionym powyżej, niezbędne jest zastosowanie metod numerycznych. Jedną z nich przedstawił [Karttunen \(1989\)](#). Jasność generowana jest w tym podejściu poprzez numeryczne całkowanie prawa odbicia na powierzchni dowolnego, wypukłego kształtu reprezentowanego w postaci analitycznej (np.: szeregu harmonik sferycznych), biorąc pod uwagę orientację normalnej do danego elementu powierzchni i pozycje źródła światła oraz obserwatora. Niezwykle pomocne okazały się również techniki informatyczne zastosowane w grafice komputerowej, które zostały zaadoptowane na potrzeby modelowania kształtów planetoid ([Lambert, 1985](#)). Podstawą ich jest dzielenie powierzchni ciała na małe, trójkątne elementy i rozpatrywanie każdego z nich indywidualnie; do uzyskania całkowitej jasności ciała wystarczy zsumować przyczynki od poszczególnych trójkątów.

Aby jak najlepiej odzwierciedlić gładki kształt należy podzielić powierzchnię na jak najmniejsze elementy. Niestety, wiąże się to ze wzrostem ich ilości i jednocześnie ze wzrostem potrzebnych mocy obliczeniowych. Przy dostępności prymitywnych (patrzac z dzisiejszej perspektywy) komputerów, podział powierzchni stosowany w metodach rozwijanych pod koniec lat '80 i na początku '90 nie był oszałamiający, niemniej jednak ten tok rozwoju okazał się owocny pozwalając na dużą swobodę. Między innymi, podejście to umożliwia w łatwy sposób równoczesne wprowadzanie niejednorodnego albedo na powierzchni i zastosowanie dowolnego prawa odbicia światła, nie czyniąc ograniczeń co do kształtu ([Detal i inni, 1994](#)).

## 1.4. Inwersja wypukła

Prace [Kaasalainen i Torppa \(2001\)](#); [Kaasalainen i inni \(2001\)](#), które opisują metodę inwersji wypukłych kształtów, są z pewnością kamieniem milowym w obszarze modelowania planetoid z krzywych zmian jasności. Baza danych DAMIT ([Durech i inni, 2010](#))<sup>1</sup> (*ang. Database of Asteroid Models from Inversion Techniques*), utrzymywana przez instytut astronomii Uniwersytetu Karola w Pradze, zawiera obecnie modele dla nieco ponad 1600 planetoid uzyskanych tą metodą. Śmiało można stwierdzić, że stała się ona standardem. Wcześniejsze prace: [Kaasalainen i inni \(1992a,b\)](#), stanowią teoretyczny wstęp i podwaliny do stworzenia metody inwersji wypukłych kształtów planetoid. Autorzy wprowadzają tam formalizm matematyczny, który przede wszystkim pozwala rozpatrywać niezerowe kąty fazowe i dowolne prawo odbicia światła, pozwalając spojrzeć na problem szerzej, niż zrobił to [Russell \(1906\)](#).

<sup>1</sup><https://astro.troja.mff.cuni.cz/projects/asteroids3D>

Problem inwersji wypukłej można przedstawić w postaci równania

$$\mathbf{L} = A\mathbf{g}, \quad (1.7)$$

gdzie wektor  $\mathbf{L}$  zawiera zaobserwowane jasności, a wektor  $\mathbf{g}$  to parametry modelu, które chcemy znaleźć. Macierz  $A$  wiąże obserwacje z modelem i jest konstruowana następująco:

$$A_{ij} = S_j(\mu^{(ij)}, \mu_0^{(ij)})\varpi_j, \quad (1.8)$$

gdzie  $S_j$  i  $\varpi_j$  to funkcja opisująca odbicie światła oraz albedo  $j$ -tego elementu powierzchni. Jeżeli oznaczymy normalną do elementu powierzchni poprzez  $\mathbf{n}$ , oraz wektory od elementu powierzchni do obserwatora i na Słońce przez odpowiednio  $\mathbf{E}$  oraz  $\mathbf{E}_0$ , wtedy dla  $i$ -tej obserwacji  $\mu^{(ij)} = \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{n}_j$ ,  $\mu_0^{(ij)} = \mathbf{E}_{0i} \cdot \mathbf{n}_j$ .

Wektor  $\mathbf{g}$  może zawierać współczynniki szeregu harmonik sferycznych bądź pola powierzchni ścianek wielościanu wypukłego. Oba podejścia mogą być z powodzeniem użyte i dopełniają się na wzajem. Kształt określony przez gładkie funkcje nie wymaga wielu parametrów do opisu, co jest niewątpliwą zaletą, lecz nie sprawdza się gdy chcemy reprezentować kształty z dużymi równinami bądź też ostrymi załamaniem i krawędziami.

Stosowane prawo odbicia światła może mieć dowolną formę i zależeć od większej ilości parametrów, niż jest to pokazane w równaniu 1.8. Zastosowana zostaje kombinacja liniowa wspomnianego już prawa Lommel-Seeliger  $S_{LS}$ , oraz prostego modelu rozpraszania Lamberta  $S_L$ , co można zapisać jako

$$S = cS_L + (1 - c)S_{LS} = c\mu_0\mu + (1 - c)\frac{\mu_0\mu}{\mu_0 + \mu}. \quad (1.9)$$

Znalezienie modelu planetoidy na podstawie zaobserwowanych zmian jasności polega na zminimalizowaniu równania

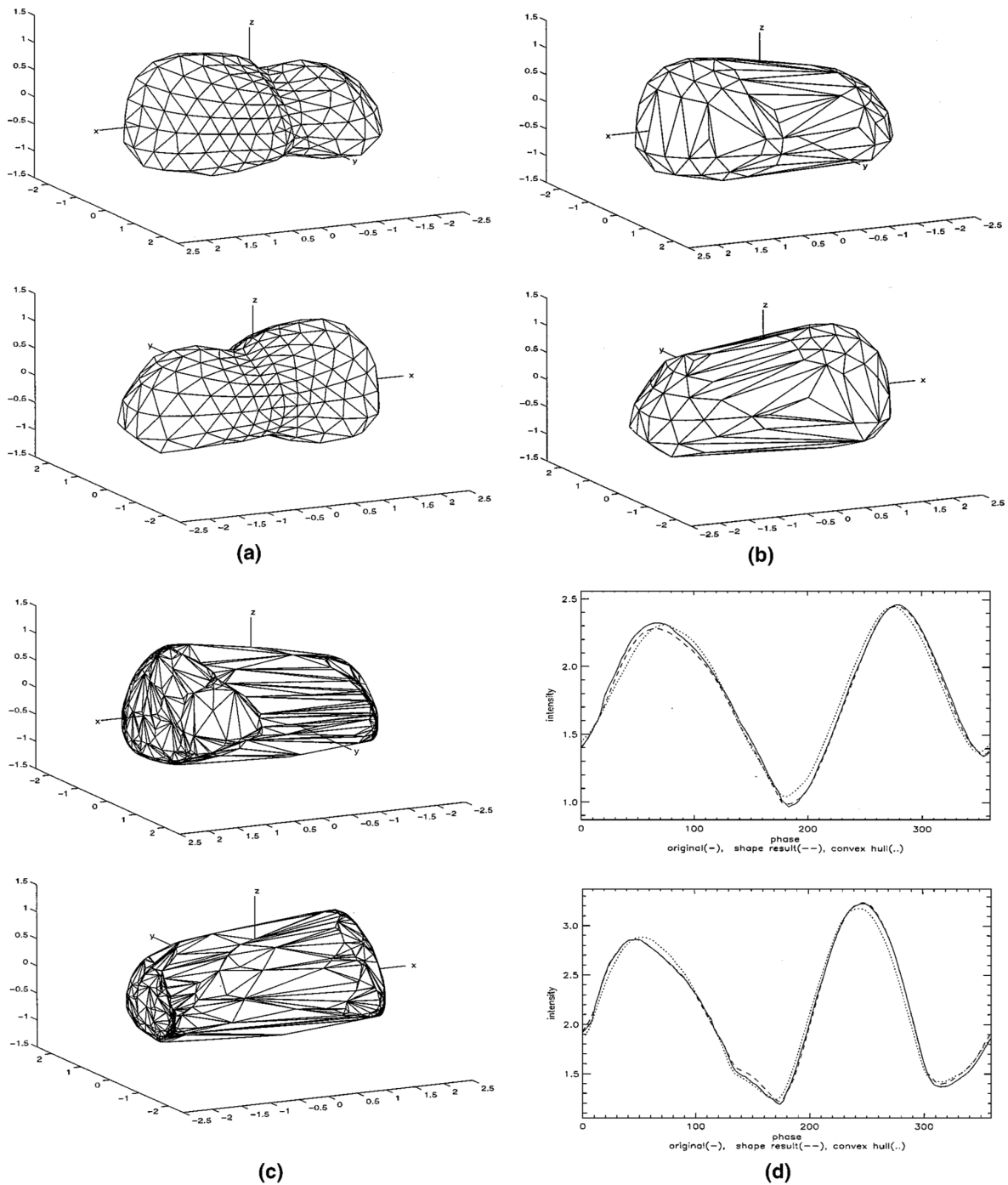
$$\chi^2 = \sum_i \left| \frac{\mathbf{L}_{obs}^{(i)} - A^{(i)}\mathbf{g}}{\bar{L}^{(i)}} \right|^2, \quad (1.10)$$

gdzie  $\bar{L}^{(i)}$  oznacza średnią wartość  $i$ -tej krzywej jasności. Kiedy wektor  $\mathbf{g}$  jest już znany, można odtworzyć kształt. Gdy do reprezentacji powierzchni ciała użyjemy pól powierzchni ścianek, trójwymiarowy kształt uzyskamy dzięki minimalizacji Minkowskiego (Kaasalainen i inni, 1992b). W przypadku reprezentacji funkcyjnej, należy przedstawić powierzchnię w postaci dyskretnej, dzieląc powierzchnię na małe fragmenty, i następnie postępować jak w pierwszym przypadku.

Normalizowanie równania 1.10 poprzez dzielenie przez  $\bar{L}^{(i)}$  sprawia, iż wartości w każdej krzywej jasności oscylują wokół jedności, przez co ujednocione zostają wagi dawane poszczególnym krzywym. Jest to uzasadnione tym, że znakomita większość obserwacji fotometrycznych to fotometria względna bez informacji o jasności absolutnej; bez normalizacji, wagi byłyby sztuczne i nieadekwatne, w efekcie wpływając negatywnie na wynik. Wagami, które należy uwzględnić, to wariancje punktów pomiarowych. Można je ująć w  $\mathbf{L}$  bądź  $A$ .

Problem inwersji jest rodzajem problemu źle uwarunkowanego (*ang. ill-posed*) i nie daje się rozwiązać bez stosowania pewnych założeń. W opisywanej metodzie najgrubszym z nich (z punktu widzenia fizyczności modelu) jest wypukłość kształtu, która gwarantuje istnienie globalnego minimum dla  $\chi^2$  w równaniu 1.10. Wypukłość modelu jest wprowadzona poprzez użycie form wykładniczych, tj. szukanie rozwiązań dla parametrów kształtu  $g'_j = \exp(g_j)$  lub użycie wykładniczego szeregu harmonik sferycznych, kosztem liniowości zagadnienia.

Autorzy metody utrzymują, że powstały model wypukły zawiera w sobie prawdziwy kształt planetoidy, i używają analogii „owijania papierem”, jak to się czyni z prezentami



Rysunek 1.3: Kształt jednego z modeli użyty do testów numerycznych inwersji wypukłej. (a) – podstawowy kształt, (b) – reprezentacja wypukła kształtu, (c) – wynik modelowania. Na wykresach (d) liniami ciągłą, kropkowaną oraz kreskowaną oznaczone są krzywe jasności w wybranych geometriach obserwacji dla modeli (a), (b) oraz (c) odpowiednio. Rysunek z pracy [Kaasalainen i Torppa \(2001\)](#)

pod choinkę. Obecność dużych, płaskich obszarów na powierzchni modelu wskazuje na obecność wklęsłości w tym miejscu. Jak pokazały symulacje numeryczne, krzywe jasności wypukłej reprezentacji modelu nie odbiegają wiele od krzywych wygenerowanych przez niewypukłą, pierwotny kształt (Rys. 1.3). Jest to w zgodzie z wynikami uzyskanymi przez [Barucci i Fulchignoni \(1983\)](#) oraz [Karttunen \(1989\)](#), gdzie badano cechy krzywych zmian jasności pochodzących od znanych kształtów w kontrolowanych warunkach laboratoryjnych. Badano w nich między innymi wpływ kraterów na powierzchni na krzywe jasności, który okazał się zanedbywalnie mały.

## 1.5. Inne techniki obserwacji planetoid

Fotometria w zakresie fal widzialnych jest i pozostanie najbardziej powszechną techniką obserwacji potencjalnie największej grupy planetoid, choćby z uwagi na małe wymagania sprzętowe i nieskomplikowany proces obserwacyjny. Niemniej jednak, aby możliwe stało się uzyskanie satysfakcjonującego modelu planetoidy, krzywe zmian jasności muszą zawierać odpowiednią ilość informacji, do czego wymagane są obserwacje danego obiektu na przestrzeni wielu lat, a nawet dekad. Ponadto, fotometria względna, zdecydowanie najbardziej popularna, nie informuje nas o fizycznych rozmiarach obserwowanego obiektu, zaś fotometria absolutna jest silnie podatna na wpływ albedo powierzchni, tj. duże ciało o ciemnej powierzchni jest nieodróżnialne od małego ciała z jasną powierzchnią. Co więcej, modele fotometryczne najczęściej są obarczone niejednoznacznością długości ekliptycznej orientacji osi obrotu. Oczywiście istnieją inne techniki obserwacyjne, które wnoszą nowe jakościowo informacje weryfikujące model, bądź dopełniające go, gdy użyte są równocześnie z fotometrią.

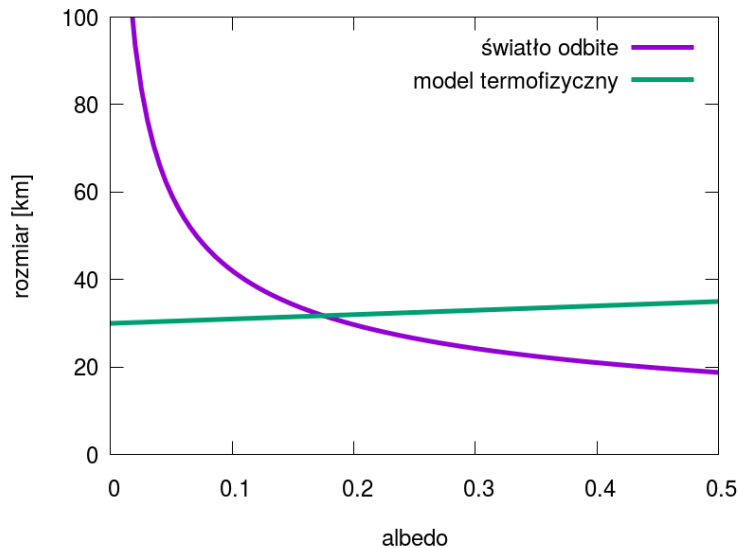
### 1.5.1. Obserwacje w zakresie podczerwonym

Atmosfera ziemską znacznie utrudnia prowadzenie obserwacji w zakresie podczerwonym, zostawiając nam jedynie kilka okien obserwacyjnych w przedziale długości fal od 5 do 20  $\mu\text{m}$ . Szczęśliwie, w tym zakresie można obserwować okolice maksimum emisyjnego planetoid z pasa głównego, lecz dla obiektów znajdujących się dalej (Centaury, obiekty trans-Neptunowe) maksimum emisyjne ma miejsce na większych długościach fal, co sprawia, że obserwacje naziemne stają się niemożliwe. Z pomocą przychodzą obserwacje z mobilnego obserwatorium stratosferycznego SOFIA na pokładzie samolotu Boeing 747, oraz obserwatoria kosmiczne: Spitzer, AKARI, WISE, NEOWISE, Herschel.

Rozmiar oraz albedo powierzchni to jedne z najważniejszych parametrów fizycznych planetoid. Wykorzystując różnice w procesach fizycznych odpowiedzialnych za emisję fotonu w zakresie widzialnym i podczerwonym możemy wyznaczyć rozmiar oraz albedo obiektu. Modelowanie parametrów termicznych planetoid zaczęło się od stworzenia metody STM (*ang. Standard Thermal Model*) ([Lebofsky i inni, 1986](#); [Spencer i inni, 1989](#)). Zakłada ona sferyczny kształt obiektu oraz zerową bezwładność cieplną powierzchni, tj. powierzchnia nagrzewa się i oddaje ciepło natychmiastowo. Parametrami STM są rozmiar ciała oraz albedo:

$$S_{abs} = \pi \frac{D^2}{4} S(1 - p), \quad (1.11)$$

gdzie  $S_{abs}$  to całkowite zaabsorbowane promieniowanie przez planetoidę,  $S$  to natężenie światła,  $D$  to rozmiar a  $p$  to albedo. Korzystając jedynie z obserwacji w podczerwieni nie jest możliwe jednoczesne wyznaczenie albedo i rozmiaru. Wykorzystać można inną zależność łączącą



Rysunek 1.4: Przykładowy wykres zależności rozmiaru  $D$  planetoidy od jej albedo  $p$  dla światła odbitego oraz modelu termofizycznego.

czącą te dwa parametry, bazującą na jasności absolutnej w zakresie fal widzialnych:

$$D = \frac{1329}{\sqrt{p}} 10^{-H/5}, \quad (1.12)$$

gdzie  $H$  oznacza jasność absolutną. Rys. 1.4 przedstawia zależności 1.11 oraz 1.12, umożliwiającą jednocześnie wyznaczenie rozmiaru oraz albedo planetoidy w punkcie przecięcia obu funkcji.

Mimo prostoty, rozmiary uzyskane z danych IRAS metodą STM dla kilkunastu dużych obiektów Układu Słonecznego były zgodne z rozmiarami uzyskanymi z zakryć gwiazdowych (opisanych w Roz. 1.5.2) na poziomie 11% średniej kwadratowej (RMS) (Harris i Lagerros, 2002). Niemniej jednak, wyniki bardzo mocno zależą od postawionych założeń, w szczególności bezwładności cieplnej. Wraz z pojawieniem się nowych jakościowo oraz ilościowo obserwacji w podczerwieni z obserwatoriów kosmicznych zaistniała potrzeba na bardziej wyrafinowane i dokładne modele.

Modelowanie termofizyczne TPM (*ang.* *ThermoPhysical Model*) (np.: Lagerros, 1997; Rozitis i Green, 2011; Spencer, 1990) wprowadza nowe wyznaczone parametry obok rozmiaru i albedo: bezwładność cieplną i porowatość powierzchni. Są one ściśle związane z fizyczną charakterystyką powierzchni planetoidy. Metody modelowania termofizycznego są w stanie działać na dowolnym kształcie, choć nie ma on drastycznego wpływu na uzyskane wartości parametrów (Hanus i inni, 2015a), w odróżnieniu od nachylenia osi obrotu oraz okresu obrotu (Müller i inni, 2017). Jednoczesne modelowanie kształtów oraz parametrów termicznych planetoid nie jest praktykowane. Jeśli kształt jest nieznan, zastępuje się go sferą (Delbo i inni, 2015). Najczęściej przyjmuje się kształty, które są wynikiem modelowania na podstawie krzywych zmian jasności, łącząc tym samym różne techniki modelowania i typy danych.

### 1.5.2. Zakrycia gwiazdowe

Obserwacje zakryć gwiazd przez planetoidy są interesującą techniką wyznaczania rozmiaru i kształtu ciał obiegających Słońce. Do tego zjawiska dochodzi, gdy małe ciało (np.:

planetoida) znajdzie się na linii obserwator – gwiazda, przesłaniając część docierającego do niego światła. Obserwator rejestruje krzywą jasności gwiazdy i wyznacza moment zakrycia i odkrycia gwiazdy. Łącząc pomiary czasu z pozycją obserwatora na powierzchni Ziemi wyznacza się tzw. ślad zakrycia. Obserwacje są zwykle prowadzone przez wielu obserwatorów rozstawionych prostopadle do kierunku przesuwania się cienia na powierzchni Ziemi, co owočuje wieloma śladami zakrycia. Rejon Ziemi, z którego zakrycie gwiazdy będzie widoczne, tj. obszar, po którym będzie przemieszczał się cień planetoidy, jest wyznaczany dzięki znajomości orbity ciała w Układzie Słonecznym. Z racji na potrzebę mobilności oraz niewielkie wymagania sprzętowe, zakrycia gwiazdowe planetoid są obserwowane głównie przez amatorów, skupiających się wokół organizacji takich jak IOTA<sup>2</sup> (*ang International Occultation Timing Association*).

Przesłaniana gwiazda znajduje się znacznie dalej od obserwatora, niż obiekt przesłaniający, stąd cień rzucany na powierzchnię Ziemi ma jego faktyczne rozmiary. Analizując wiele śladów możliwe jest wyznaczenie rozmiaru ciała oraz poznanie jego dwuwymiarowego rzutu (Rys. 1.5). Niestety, większość obserwacji zakryć gwiazdowych składa się z małej liczby śladów (od jednego do trzech), przez co ich wartość naukowa jest ograniczona; daje się wtedy jedynie ustalić dolną i/lub górną granicę rozmiaru ciała, nie dostarczając informacji na temat kształtu planetoidy. Obserwacje planetoid zawierające wiele śladów, choć należą do rzadkości, niemniej jednak zdarzają się. Porównując modele uzyskane z krzywych zmian jasności z wieloma śladami zakryć można wyznaczyć rozmiar planetoidy oraz usunąć niejednoznaczność długości ekliptycznej osi rotacji (Durech i inni, 2011). Z powodzeniem można też bezpośrednio włączyć te dane do procesu modelowania kształtów (Hanus i inni, 2017; Kaasalainen i inni, 2011; Sato, 2015).

Zakrycia gwiazdowe informują nie tylko o rozmiarze i kształcie ciała. Przebieg krzywej jasności zakrywanej gwiazdy różni się w zależności od tego, czy ciało zakrywające posiada, bądź nie posiada, atmosfery, umożliwiając wnioskowanie o jej istnieniu. Obserwacje zakryć gwiazdowych doprowadziły też do odkrycia pierścieni wokół ciał nie będących planetami. Pierwszym takim obiektem był (10199) Chariklo (Braga-Ribas i inni, 2014) z grupy Centaurów. Ortiz i inni (2017) odkryli z kolei pierścienie wokół planety karłowatej Haumea, z grupy obiektów transneptunowych.

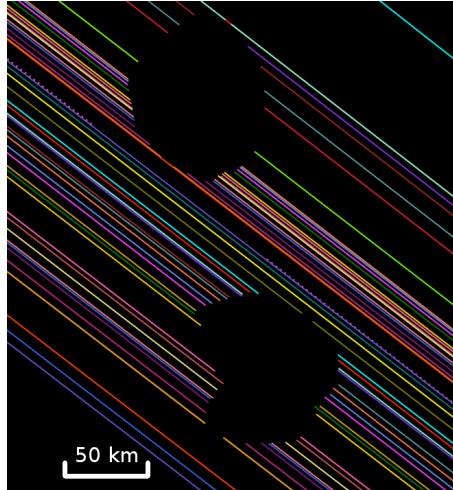
### 1.5.3. Optyka adaptacyjna

Podobnie jak zakrycia gwiazdowe, obrazy uzyskane przy użyciu optyki adaptacyjnej niosą informacje na temat rozmiaru i kształtu planetoid (Rys. 1.6). Wysoka rozdzielczość kątowna (np.:  $\approx 20$  mas obserwując na falach 600 nm przy użyciu instrumentu SPHERE na 8-mio metrowym teleskopie VLT (Schmid i inni, 2017)) pozwala na obrazowanie sporej grupy planetoid o rozmiarach powyżej 100 km (Marsset i inni, 2018; Vernazza i inni, 2018). Należy zauważyć, że dwuwymiarowe obrazy ukazujące kształt nie są wystarczające do uzyskania pełnego, trójwymiarowego modelu, chyba że dysponujemy ogromną ich ilością obejmującą wiele różnych geometrii. Taka sytuacja w praktyce jednak się nie zdarza i dlatego krzywe zmian jasności nadal stanowią główne źródło informacji wykorzystywanych do modelowania kształtów.

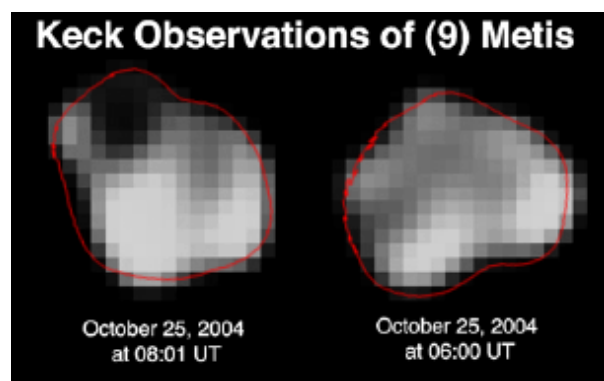
Ogromne wymagania sprzętowe potrzebne do uzyskania wysokiej rozdzielczości obrazów wpływają negatywnie na ilość obrazowanych planetoid. Obrazy te niosą jednak zazwyczaj więcej informacji o kształcie niż zakrycia gwiazdowe z racji widocznego całego rzutu plane-

---

<sup>2</sup><http://occultations.org>

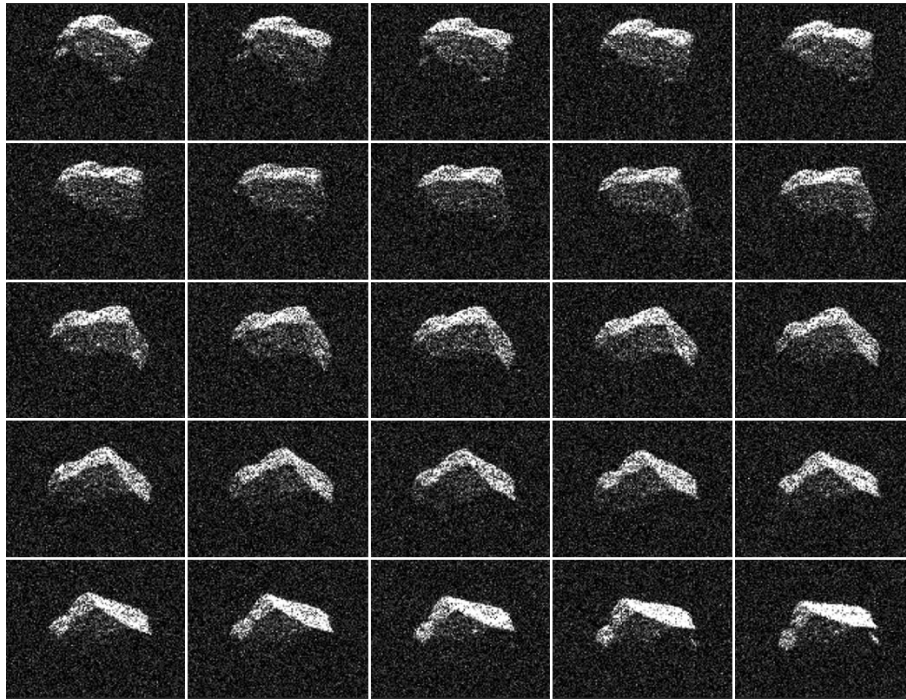


Rysunek 1.5: Ślady zakryć gwiazdowych planetoidy podwójnej (90) Antiope z roku 2011. Każdy ślad, oznaczony innym kolorem, odpowiada jednemu obserwatorowi. Źródło: <http://occultations.org>



Rysunek 1.6: Obraz planetoidy (9) Metis uzyskany na teleskopie Keck z użyciem optyki adaptacyjnej (Marchis i inni, 2006). Linia czerwoną zaznaczono kontur modelu tej planetoidy uzyskany metodą SAGE (Bartczak i Dudziński, 2018).





Rysunek 1.7: Seria obrazów radarowych planetoidy zbliżającej się do Ziemi 2017 BQ6, zarejestrowanych 7 lutego 2017 roku przez teleskop radiowy Goldstone. Dla każdego obrazu radarowego na osi  $x$  znajduje się częstotliwość, na osi  $y$  odległość od obserwatora. Jasność piksela oznacza moc sygnału dla danej częstotliwości i odległości. Źródło: <http://echo.jpl.nasa.gov>

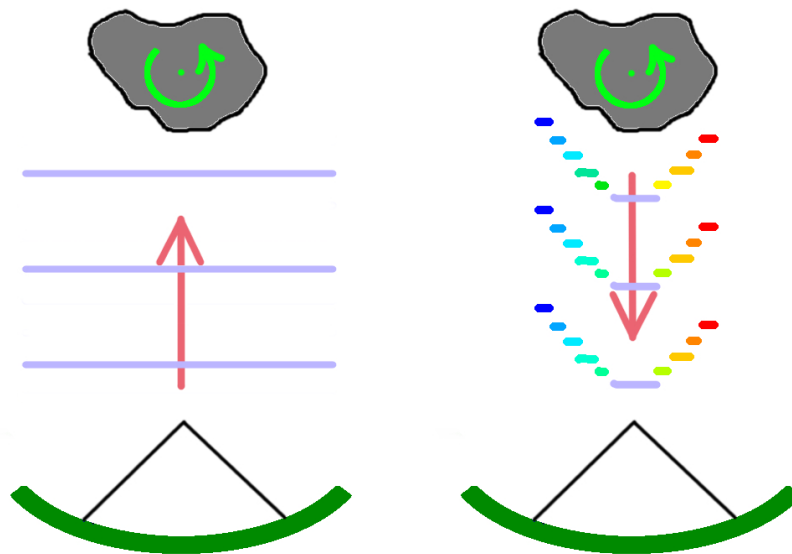
toidy. Sprawia to między innymi, iż wyznaczanie rozmiarów, a co za tym idzie objętości i gęstości, jest bardziej pewne.

#### 1.5.4. Radar

Rzadko spotykanym przykładem eksperymentu w astronomii są obserwacje radarowe planetoid. Polegają one na wysłaniu sygnału radiowego z Ziemi i następnie zarejestrowaniu echa po jego odbiciu od powierzchni planetoidy. Ta technika, z racji że moc odbieranego sygnału maleje odwrotnie proporcjonalnie do czwartej potęgi odległości, jest ograniczona do ciał zbliżających się do Ziemi oraz jedynie tych największych z Pasa Głównego.

Echo sygnału niesie ze sobą bardzo dużo informacji, a wiele obrazów radarowych uzyskanych dla różnych aspektów i faz rotacji pozwala na wyznaczenie kształtu i orientacji osi rotacji (Benner i inni, 2015; Ostro, 1989, 2002). Rys. 1.7 przedstawia serię obrazów radarowych obiektu 2017 BQ6. Są to dwuwymiarowe obrazy przedstawiające moc echa radarowego w funkcji częstotliwości (oś  $x$ ) i odległości od obserwatora (oś  $y$ ). Odległość jest uzyskiwana bezpośrednio z czasu powrotu odbitego sygnału. Różnice w częstotliwości echa wynikają z zaistniałego efektu Dopplera, kiedy elementy powierzchni rotującej bryły mają różne prędkości radialne względem obserwatora. Na Rys. 1.8 przedstawiono zasadę uzyskiwania obrazów radarowych.

Obrazy radarowe nie przedstawiają bezpośrednio kształtu planetoidy. Jest to obraz, gdzie jasność piksela zawiera informacje o wielkości pola powierzchni wszystkich fragmentów planetoidy o określonej prędkości radialnej oraz odległości od obserwatora. Można uznać, że jest to połączenie rzutów planetoidy "od góry" i "od dołu", patrząc prostopadle do kierunku



Rysunek 1.8: Schemat przedstawiający zasadę uzyskiwania obrazów radarowych. Kolory oznaczają przesunięcie sygnału w stronę częstotliwości mniejszych (czerwony) i większych (niebieski) względem częstotliwości bazowej.

obserwator – planetoida. Tą techniką zostało zobrazowane ponad 500 obiektów<sup>3</sup>, aczkolwiek liczba modeli opartych o te dane jest niewielka.

<sup>3</sup>Źródło: <https://echo.jpl.nasa.gov/asteroids/PDS.asteroid.radar.history.html>

## ROZDZIAŁ 2

# Prototyp metody SAGE

Krzywe zmian jasności są i pozostaną najobfitszym źródłem informacji o planetoidach. Baza danych Asteroid Lightcurve Photometry Database ([Warner i inni, 2009](#)) zawiera obserwacje fotometryczne dla 13578 obiektów (stan na grudzień 2018), w kontraście do zaledwie kilkuset obiektów zbadanych przy użyciu innych technik. W związku z powyższym, warto zadać sobie trud stworzenia metody uzyskiwania modeli w oparciu o ten typ danych, która maksymalnie wykorzysta zawarte w nich informacje. Inwersja kształtów wypukłych czyni dość istotnie założenie co do kształtu – wymusza jego wypukłość – co ma wpływ na wyznaczaną objętość, a co za tym idzie, gęstość badanego obiektu. Jak pokazują zdjęcia z sond kosmicznych, planetoidy nie mają wypukłych kształtów, zatem trzeba wziąć pod uwagę fakt, iż wyliczone wartości objętości planetoid oparte na wypukłych modelach są przeszacowane, a gęstości niedoszacowane. Czy jesteśmy w stanie pozbyć się tego obostrzenia?

Uważa się ([Barucci i Fulchignoni, 1983](#); [Kaasalainen i Torppa, 2001](#); [Kaasalainen i inni, 2002b](#); [Karttunen, 1989](#)), iż krzywe zmian jasności z obserwacji o małych kątach fazowych nie zawierają informacji na temat obecności kraterów; nie da się przez to modelować wklęsłych cech powierzchni planetoid z Pasa Głównego, gdyż są one zazwyczaj obserwowane blisko opozycji. Kratery nie są jednak jedynym rodzajem wklęsłości, z jakim możemy mieć do czynienia. Przykładowo, kształt zawierający w sobie fragment powierzchni przypominający paraboloidę hiperboliczną, tj. powierzchnię dająca się wyrazić poprzez równanie  $f(x, y) = x^2 - y^2$ , będzie produkował zupełnie inną krzywą jasności, niż kształt z kraterem w tym samym miejscu. Taki kształt znajdziemy przykładowo w kontaktowych układach podwójnych, ale i też nierzadko pojawia się on dla wydłużonych kształtów planetoid pojedynczych.

Możemy spotkać się też z niewypukłymi cechami powierzchni, które w odróżnieniu od kraterów nie są symetryczne mając wpływ na krzywe zmian jasności dla niezerowych kątów fazowych. Obserwacje planetoid z Pasa Głównego prowadzone są często dla kątów fazowych nawet powyżej  $30^\circ$ , a planetoidy z populacji zbliżających się do Ziemi z łatwością zaobserwujemy z dużo większymi. Efekt przesłaniania światła przez część powierzchni i rzucany cień mogą mieć istotny wpływ na krzywe zmian jasności i proces ich inwersji, pozwalając na tworzenie niewypukłych kształtów.

Te pytania doprowadziły do powstania metody inwersji niewypukłych kształtów SAGE (*ang. Shaping Asteroid models using Genetic Evolution*). Działa ona w oparciu o algorytm genetyczny i jej prototyp został stworzony przez dr Przemysława Bartczaka. Autor niniejszej pracy brał udział w rozbudowywaniu owej metody (Roz. 3), co doprowadziło do jej opublikowania w pracy [Bartczak i Dudziński \(2018\)](#).

## 2.1. Algorytm genetyczny

Algorytmy genetyczne (AG) stosuje się do szerokiego spektrum problemów w najróżniejszych dziedzinach, jak socjologia, biologia, ekonomia, optymalizacja produkcji, transakcje finansowe, automatyczne projektowanie czy zarządzanie sieciami neuronowymi i rozwój sztucznej inteligencji. Fizycy i astronomowie również znaleźli dla nich zastosowanie dla szerokiego spektrum problemów. AG to inspirowany procesem ewolucji biologicznej rodzaj heurystyki stochastycznej używanej do optymalizacji. Innymi słowy, klasa tych algorytmów jest stosowa-

wana do wyszukiwania najlepszych rozwiązań (optymalizacja) złożonych problemów, gdzie trudne jest, bądź niemożliwe, znalezienie ścisłego algorytmu (heurystyka). Czerpiąc z biologii, AG polega na krzyżowaniu i losowej mutacji (stochastyka) rozwiązań pośrednich i ich ewaluacji poprzez funkcję przystosowania (*ang. fitness function*).

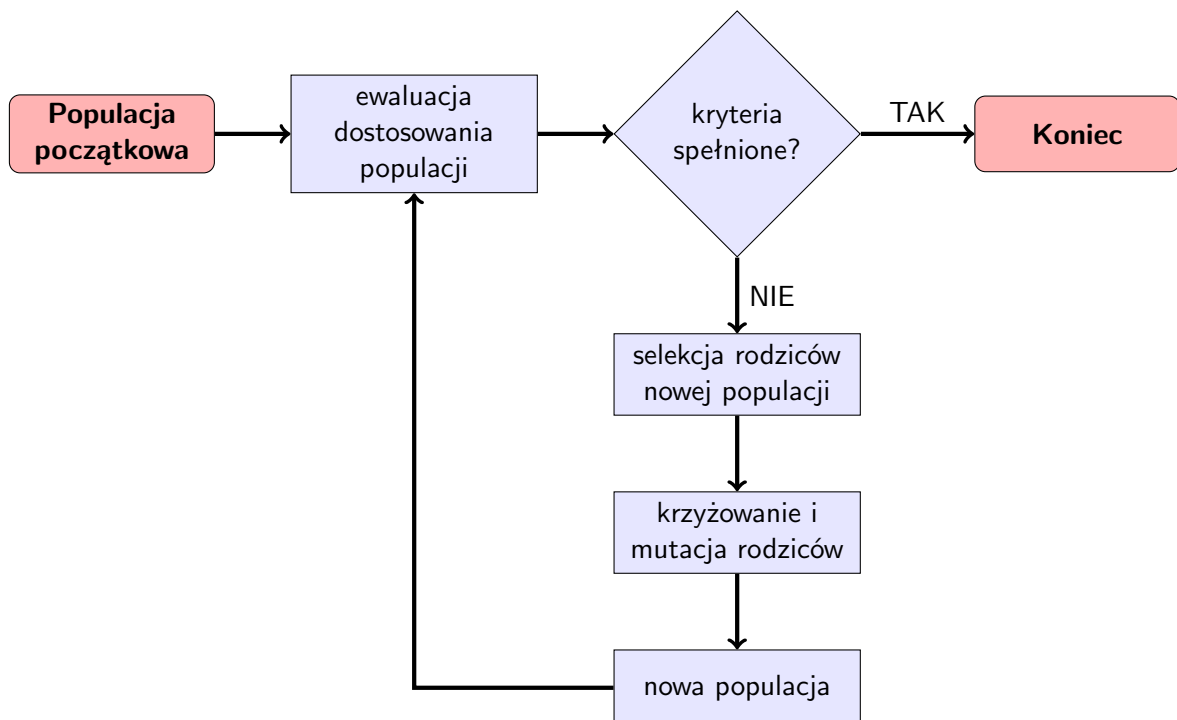
Do wyjaśnienia kluczowych zagadnień posłużymy się przykładem problemu plecakowego. Jest to problem optymalizacyjny, w którym mając plecak o określonej pojemności oraz przedmioty o zdefiniowanej wartości i objętości, musimy znaleźć taki zestaw przedmiotów, który zmieści się do plecaka, a łączna wartość tych przedmiotów będzie maksymalna. Rozwiązania tego problemu muszą zostać zapisane w postaci chromosomów, a sposób ich definiowania pełni istotną rolę dla wydajności, a nawet samej zbieżności, procesu optymalizacji. Chromosomem będziemy nazywać pojedynczego członka populacji, czyli jedno rozwiązanie problemu. Na chromosom składają się geny umieszczone w jakiejś sekwencji. W przypadku problemu plecakowego, chromosomem może być sekwencja liczb 0 lub 1; pozycja cyfry, tj. genu, oznacza konkretny przedmiot, a wartość koduje fakt, czy dany przedmiot znajduje się w plecaku (1), czy też nie (0). Każda kombinacja zer i jedynek będzie stanowić jedno rozwiązanie problemu, a naszym zadaniem jest znalezienie takiego ciągu, który maksymalizuje wartość przedmiotów znajdujących się w plecaku nie przekraczając przy tym zadanej maksymalnej objętości. Jest to przykład binarnego kodowania chromosomu, jednego z wielu możliwych.

Gdy zdecydujemy się na format kodowania, winniśmy zająć się sposobem stworzenia członków populacji początkowej. Najprostszym sposobem jest obsadzenie chromosomów losowymi wartościami, lecz szybko zauważymy, że spora część rozwiązań przekroczy maksymalną dopuszczalną objętość. Jest to dopuszczalne, lecz zwiększy niepotrzebnie ilość operacji i wydłuży obliczenia. Dobrą strategią w naszym przypadku będzie losowy wybór pozycji w chromosomie i losowe przypisanie wartości, sprawdzając w każdym kroku sumaryczną objętość.

Funkcja przystosowania jest z oczywistych względów kluczowym elementem AG. W przypadku problemu plecakowego jest ona banalna, bo jest nią łączna wartość włożonych do plecaka przedmiotów. Istotne jest, aby możliwe było ocenianie członków populacji i prosty sposób porządkowania ich względem poziomu przystosowania, tj. odróżnienie osobników przystosowanych lepiej i gorzej w ciągły sposób. Wartość funkcji przystosowania służy do selekcji najlepszych osobników w populacji i mamy pełną dowolność, jeśli chodzi o to, które i jak wiele osobników wybierzemy do stworzenia kolejnego pokolenia. Z racji tego, że AG stosowane są do zagadnień skomplikowanych i zazwyczaj mało zbadanych, dobór sposobu selekcji jest często efektem prób i błędów.

Tak jak w przyrodzie, w AG stosuje się krzyżowanie i mutacje w celu tworzenia kolejnych populacji. Przykładowo, jeśli wybierzemy dwie najlepsze zawartości plecaków, możemy wybrać połowę genów z jednego, a połowę z drugiego rozwiązania. Jeżeli pozycje genów oznaczają konkretne przedmioty, musimy uważnie wybierać, które części genotypów będziemy kopiować. Prosta strategia brania pierwszej połowy chromosomu z rozwiązania pierwszego i drugiej z drugiego, może się nie sprawdzić. Kolejnym krokiem jest mutowanie genów. To, ile z nich zdecydujemy się mutować zależy od nas i ma wpływ na szybkość zbiegania się całego procesu optymalizacji. Jest to często również wynikiem eksperymentowania.

Rys. 2.1 przedstawia ogólny zarys działania AG. Początkowa populacja jest oceniana dzięki funkcji przystosowania, a następnie podejmowana jest decyzja o zakończeniu optymalizacji. Tutaj też mamy pewną dozę swobody. W naszym arsenale znajdują się kryteria, takie jak: osiągnięcie zadanej ilości iteracji bądź czasu wykonywania programu, znalezienie pierwszego rozwiązania poniżej/powyżej zadanej progę, ręczna inspekcja rozwiązania, stabilizacja wartości funkcji przystosowania z populacji na populację, lub jakaś kombinacja powyższych. Kiedy zadane kryteria zakończenia nie są spełnione, dochodzi do selekcji najlepiej dopasowanych



Rysunek 2.1: Schemat działania algorytmu genetycznego.

wanych osobników i stworzenia nowej populacji (dzięki procesom krzyżowania i mutacji). Stanowi to jedną iterację algorytmu.

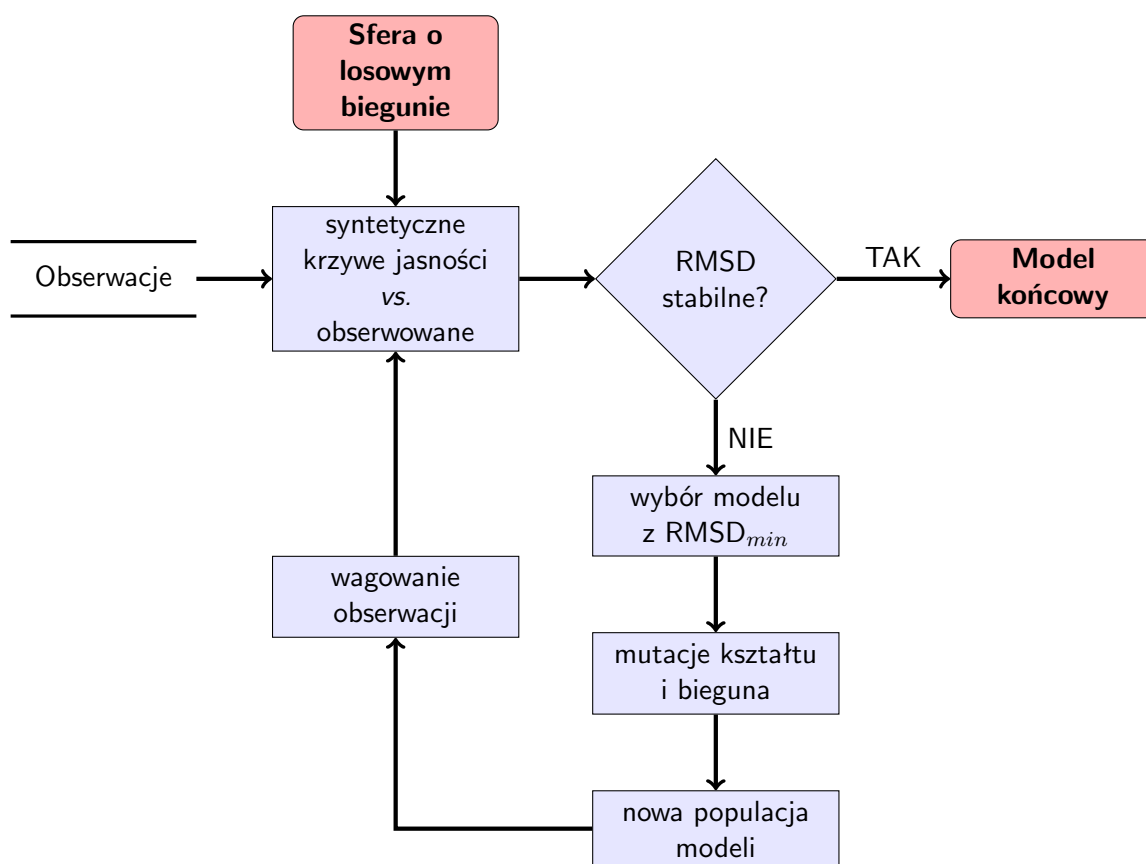
Istnieje zagrożenie, że znalazłszy rozwiązanie pośrednie będące lokalnym minimum w przestrzeni rozwiązań, AG utknie w nim i nie znajdzie rozwiązania globalnego. Aby zminimalizować to ryzyko, AG jest uruchamiany wiele razy. Różne warunki początkowe oraz losowa natura mutacji sprawia, że przeszukiwana jest różna część przestrzeni rozwiązań. Analiza zachowania AG przy kolejnych próbach znalezienia optimum może też być wskaźnikiem charakteru przestrzeni rozwiązań. Przykładowo, jeśli mamy do czynienia z przestrzenią usianą minimami lokalnymi, które niewiele się od siebie różnią, AG będzie za każdym razem znajdował inne rozwiązanie.

## 2.2. Adaptacja algorytmu genetycznego do modelowania planetoid z krzywych zmian jasności

Celem inwersji krzywych zmian jasności jest uzyskanie kształtu, orientacji osi obrotu oraz okresu rotacji przy zadanym prawie odbicia światła od powierzchni. Ogólny schemat działania algorytmu jest przedstawiony na Rys. 2.2.

### 2.2.1. Funkcja przystosowania, wagowanie oraz warunek końcowy

Parametrem optymalizowanym podczas tworzenia modeli planetoid jest stopień dopasowania syntetycznych krzywych jasności do obserwacji. Używaną miarą dopasowania jest



Rysunek 2.2: Schemat działania algorytmu SAGE.

odchylenie wartości średniokwadratowej RMSD (*ang. Root Mean Square Deviation*):

$$RMSD = \sqrt{\frac{\sum_i w_i (O_i - C_i)^2}{N \sum_i w_i}}, \quad (2.1)$$

gdzie  $O_i$  to zaobserwowana, a  $C_i$  syntetyczna wartość jasności planetoidy dla  $i$ -tego momentu czasu.  $N$  oznacza całkowitą ilość punktów.  $w_i$  to waga punktu związana z precyzją pomiarową, tj.  $w_i = 1/\sigma^2$ , gdzie  $\sigma$  oznacza odchylenie standardowe. Dla każdej zaobserwowanej krzywej jasności tworzony jest syntetyczny odpowiednik. Wszystkie krzywe, obserwowane i sztuczne, są wyrażone w skali magnitud. RMSD dla poszczególnych modeli jest wprost przełożone na ich funkcję przystosowania: im mniejsza wartość tym model lepiej wyjaśnia obserwacje, przez co jest lepiej zaadaptowany.

Niestety, takie proste sformułowanie funkcji przystosowania ma poważną wadę. Łatwo wyobrazić sobie sytuację, w której model dopasował się niemalże idealnie do jednej krzywej jasności kosztem dopasowania do reszty. W szczególności na początku procesu modelowania, taki model będzie wygrywał z innym i jest to sytuacja niepożądana, gdyż szukamy modelu, który wyjaśni wszystkie krzywe zmian jasności jednocześnie. Dopasowanie do pojedynczych krzywych będzie „ciągnęło” rozwiązania w kolejnych iteracjach do lokalnego minimum zamiast szukać globalnego. W tym celu zostało zastosowane wagowanie krzywych zmian jasności.

Przed ewaluacją funkcji przystosowania punkty jasności z każdej krzywej jasności otrzymują wagę, która jest proporcjonalna do wartości RMSD tej krzywej wyliczonej w poprzedniej iteracji. W ten sposób, słabo odzwierciedlona przez model krzywa jasności (tj. o dużym RMSD) będzie miała dużą wagę i skieruje zmiany modeli w kolejnych populacjach tak, aby wyjaśnić ją lepiej. Wagi dynamicznie zmieniają się podczas modelowania gwarantując, że każda krzywa będzie wyjaśniona przez model w równym stopniu na końcu procesu modelowania.

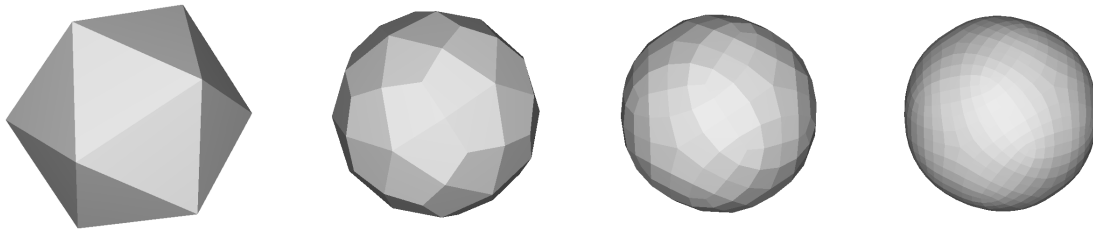
W algorytmie SAGE warunkiem końcowym optymalizacji jest stabilizacja wartości RMSD z populacji na populację. Wynikowa ilość iteracji jest uzależniona od ilości obserwacji, precyzji punktów pomiarowych oraz rzeczywistego ustawienia osi obrotu planetoidy w przestrzeni.

### 2.2.2. Kształt

Istnieje wiele sposobów na definiowanie kształtów w przestrzeni trójwymiarowej, np.: szereg harmonik sferycznych czy drzewo ósemkowe. W grafice komputerowej powszechnie stosuje się listę punktów (*ang. vertex*) w przestrzeni oraz definicję ścianek (*ang. facet*) o wierzchołkach w tych punktach. W algorytmie SAGE właśnie ta reprezentacja została zastosowana.

Parametry kształtu stają się genami w chromosomie i chcemy, aby ich liczba była jak najmniejsza. Jednocześnie, rozdzielczość kształtu powinna być na tyle duża, aby mogła odzwierciedlać kształty planetoid i wyjaśniać szczegóły krzywych zmian jasności. Co więcej, mając do czynienia z zamkniętą powierzchnią, pozycje punktów nie mogą być pozostawione bez żadnych ograniczeń. Totalna swoboda pozycji punktów oznaczałaby też potrzebę przedefiniowania ścianek bryły po każdej zmianie siatki punktów przysparzając dodatkowych kłopotów i obliczeń. Kolejnym wymogiem, jaki możemy postawić, jest możliwie jak najlepsze zachowanie równomierności rozłożenia punktów w przestrzeni oraz rozmiaru i kształtu ścianek podczas zmian kształtu w procesie modelowania.

Ikosaedr to bryła o największej liczbie ścian wśród wielościanów foremnych. Ma ona 12 wierzchołków na których opisanych jest dwadzieścia trójkątów równobocznych. Ta bryła spełnia warunek równomierności rozłożenia punktów w przestrzeni oraz rozmiarów i kształtów



Rysunek 2.3: Efekt zastosowania kolejnych iteracji algorytmu Catmull-Clark (Catmull i Clark, 1978), poczynając od dwudziestościanu foremnego (od lewej).

ścianek, jest jednakże niewystarczająca do odzwierciedlenia kształtów planetoid. Jej cechy geometryczne jednak sprawiają, że może stać się podstawą do stworzenia kształtów o większej rozdzielczości. W tym celu użyty jest algorytm podziału płaszczyzny Catmull-Clark (Catmull i Clark, 1978), który w możliwie równomierny sposób dzieli powierzchnię na mniejsze fragmenty o ściankach czworobocznych (Rys. 2.3).

Po jednej iteracji algorytmu podziału otrzymujemy bryłę o 60 ściankach i 62 wierzchołkach o zadowalającej równomierności ich rozłożenia. Przez każdy wierzchołek poprowadzona jest półprosta o początku w geometrycznym środku bryły. Zestaw tych półprostych może nam posłużyć do zdefiniowania chromosomu opisującego kształt w taki sposób, że wartością poszczególnego genu będzie odległość punktu od środka bryły wzdłuż danej półprostej. Dzięki temu definicje wierzchołków ścianek są stałe i nie ma możliwości nakładania czy przecinania się ich podczas zmian kształtu, przez co nie są wymagane jakiegokolwiek dodatkowe testy i operacje. Zredukowaliśmy przy okazji ilość potrzebnych liczb do opisu kształtu trzykrotnie.

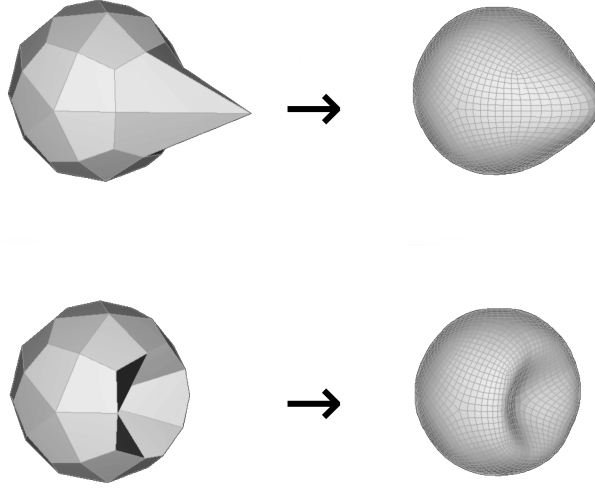
Podczas modelowania zmieniane są 62 parametry kształtu, lecz wynikowa bryła jest efektem jeszcze jednej iteracji algorytmu Catmull-Clark w celu uzyskania bardziej wygładzonej powierzchni (Rys. 2.4). Uzyskana ilość 242 wierzchołków nadaje się już do odwzorowania cech powierzchni obserwowanych w planetoidach. Dla uproszczenia obliczeń wszystkie ścianki są dzielone na pół. Mamy zatem 242 wierzchołki i 480 trójkątnych ścianek. Dopiero taki kształt służy do wytworzenia syntetycznych krzywych zmian jasności.

### 2.2.3. Orientacja w przestrzeni, środek masy i momenty bezwładności

Aby syntetyczne krzywe zmian jasności zgadzały się z obserwacjami nie tylko kształt modelu musi odzwierciedlać rzeczywistość; równie ważna jest orientacja modelu w przestrzeni. Kolejne, obok kształtu, dwa optymalizowane parametry to długość i szerokość ekliptyczna osi obrotu  $\lambda_0$  oraz  $\beta_0$ . Należy także odzwierciedlić geometrię obserwacji, czyli ustawić obserwatora, źródło światła oraz model w położeniach Ziemi, Słońca i planetoidy w danym czasie. Pozycje obiektów są pobierane z serwisu JPL HORIZONS<sup>1</sup>. Układem odniesienia jest ekliptyczny układ współrzędnych o środku w centrum Słońca. Do orientacji modelu w przestrzeni posłużymy się macierzami o wymiarach  $4 \times 4$ . Użycie macierzy czterowymiarowych, pomimo pracowania w przestrzeni trójwymiarowej, pozwala na łączenie translacji i obrotów w jedną macierz.

<sup>1</sup><https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>





Rysunek 2.4: Efekt wygładzania powierzchni po zastosowaniu algorytmu Catmull-Clark na bryle o 62 wierzchołkach.

Macierz translacji zdefiniujemy następująco:

$$T(t_x, t_y, t_z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

gdzie wartości przesunięcia w osiach  $x$ ,  $y$  i  $z$  są reprezentowane odpowiednio przez  $t_x, t_y, t_z$ .

Do orientacji modelu wykorzystamy sekwencję obrotów Eulera 3-1-3, obracając model wokół osi  $z$ ,  $x'$  i  $z''$  za pomocą macierzy

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Ostateczna macierz obrotu ma postać

$$R(\alpha, \phi, \gamma) = R_z(\alpha)R_x(\phi)R_z(\gamma), \quad (2.4)$$

gdzie  $\gamma$  oznacza fazę rotacji modelu. Związek pomiędzy kątami  $\alpha$  i  $\phi$  a długością i szerokością ekliptyczną bieguna  $\lambda_0, \beta_0$  jest następujący:

$$\lambda_0 = \alpha - \frac{\pi}{2}, \quad \beta_0 = \frac{\pi}{2} - \phi. \quad (2.5)$$

Ostateczną macierz, nazwijmy ją macierzą modelu  $M$ , otrzymamy mnożąc macierz obrotu oraz translacji, tj. :

$$M = T(t_x, t_y, t_z)R(\alpha, \phi, \gamma) \quad (2.6)$$

Model kształtu planetoidy, czyli pozycje wierzchołków w przestrzeni trójwymiarowej, są zdefiniowane w układzie odniesienia o początku w środku masy modelu (zakładając równomierne rozłożenie materii wewnątrz). Oś  $z$  tego układu pokrywa się z osią rotacji modelu,

która zawsze jest osią największego momentu bezwładności, oś  $x$  natomiast pokrywa się z osią najmniejszego momentu bezwładności. W celu umiejscowienia modelu w odpowiednim miejscu w przestrzeni i nadania mu odpowiedniej orientacji wystarczy każdy punkt  $\mathbf{v}_i$  definiujący model w swoim układzie odniesienia przemnożyć przez macierz  $M$ , czyli

$$\mathbf{v}'_i = M\mathbf{v}_i, \quad (2.7)$$

gdzie  $\mathbf{v}'_i$  oznacza wierzchołek modelu w ekliptycznym układzie współrzędnych.

W każdej iteracji, po zmianach parametrów kształtu w celu tworzenia nowej populacji modeli, każdy model musi być zorientowany tak, aby oś rotacji, czyli oś  $z$ , pokrywała się z osią największego momentu bezwładności i przechodziła przez środek masy. Załóżmy, że rozkład masy wewnątrz ciała jest jednorodny i wykorzystajmy do obliczeń metody opisane w Dobrovolskis (1996). Bryłę stworzoną z trójkątnych ścianek można podzielić na simpleksy o podstawach będących ścianką i wierzchołkiem w środku masy ciała. Objętość każdego simpleksu oznaczmy jako  $\Delta V$ , a wektor położenia jego centroida jako  $\mathbf{r}$ . Wtedy, środek masy  $\mathbf{R}$  bryły można wyznaczyć ze wzoru:

$$\mathbf{R} = \sum_i^n \frac{\Delta V \mathbf{r}}{V}, \quad (2.8)$$

gdzie  $n$  to liczba simpleksów składająca się na wielościan, a  $V$  to całkowita objętość.

Następnie musimy obliczyć tensor momentów bezwładności  $\mathbf{I}$ , który ma formę:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

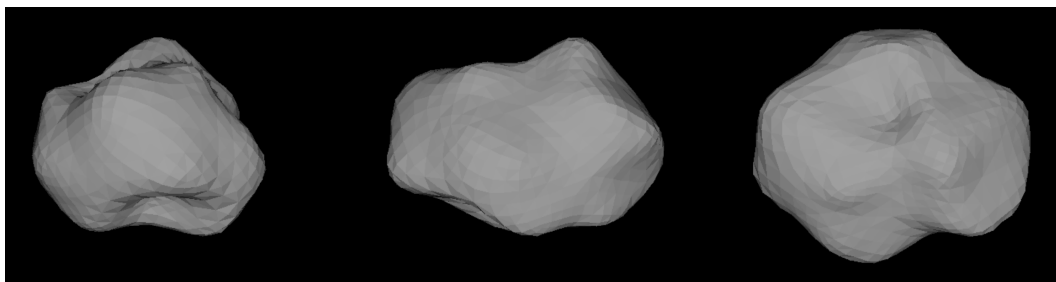
Tensor momentów bezwładności będzie wyrażony względem środka układu współrzędnych, lecz nas interesują osie momentów bezwładności ciała względem jego środka masy. Wykorzystamy do tego twierdzenie Steinera:

$$\mathbf{I}' = \mathbf{I} - \mathcal{M} \begin{bmatrix} Y^2 + Z^2 & -XY & -XZ \\ -XY & X^2 + Z^2 & -YZ \\ -XZ & -YZ & X^2 + Y^2 \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

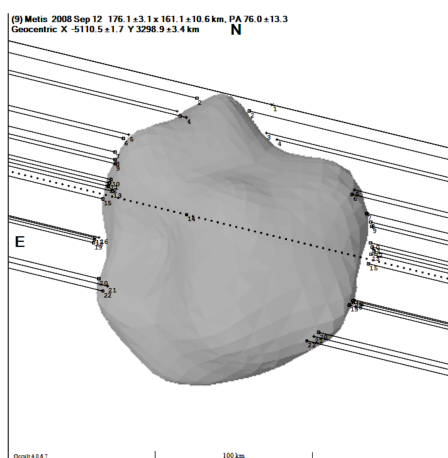
gdzie  $X, Y$  i  $Z$  to składowe wektora środka masy  $\mathbf{R}$ , a  $\mathcal{M}$  to całkowita masa ciała. Tensor  $\mathbf{I}'$  odnosi się do nowego środka masy, lecz kierunki osi pochodzą z pierwotnego układu współrzędnych. Dlatego należy dokonać obrotów układu współrzędnych tak, aby tensor  $\mathbf{I}'$  stał się tensorem diagonalnym.

#### 2.2.4. Selekcja i mutacja

Stopień dopasowania modeli do krzywych zmian jasności stanowi kryterium wyboru najlepszego członka populacji. Wybierany jest tylko jeden model o najmniejszej wartości RMSD, przez co nie jest stosowane krzyżowanie. Tworzone jest 30 nowych kształtów, gdzie parametry opisujące wierzchołki są zmieniane losowo w zadanym przedziale wartości. Równolegle jest tworzone 30 losowych zestawów nowych orientacji osi obrotu o wartościach różniących się od pierwotnych o  $\pm 30^\circ$ . Ostateczna populacja 90 kształtów powstaje z permutacji nowych kształtów i orientacji osi obrotu.



Rysunek 2.5: Trzy rzuty modelu planetoidy (9) Metis: widok od osi  $x$  (z lewej), od osi  $y$  (środek) oraz od osi  $z$  (z prawej).



Rysunek 2.6: Porównanie rzutu planetoid (9) Metis ze śladami zakryć gwiazdowych z 2008 roku (Timerson i inni, 2009).

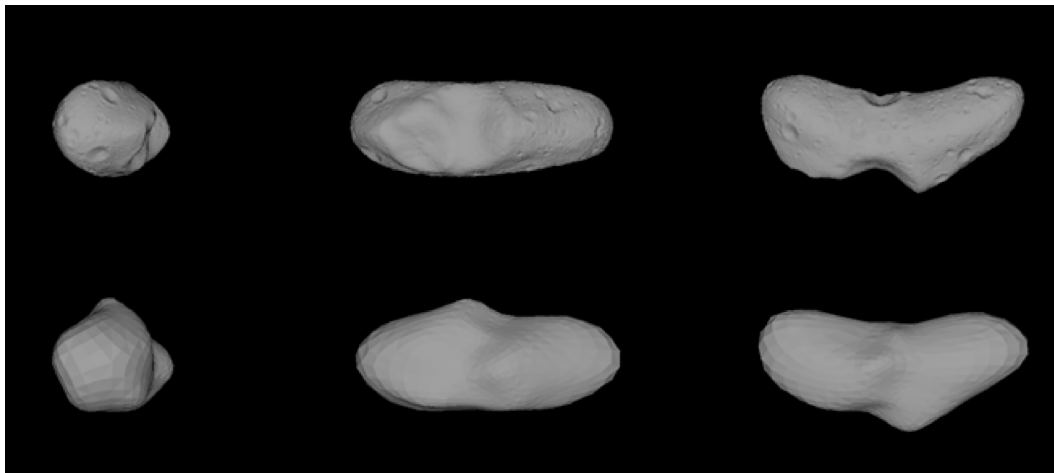
### 2.2.5. Modele planetoid uzyskane prototypem metody SAGE

Do testów prototypu metody SAGE posłużyły obserwacje planetoidy Pasa Głównego (9) Metis oraz planetki zbliżającej się do Ziemi (433) Eros. Niewypukły model Metis jest przedstawiony na Rys. 2.5. Orientacja osi obrotu dla tego modelu wynosi  $\lambda_0 = 181^\circ$ ,  $\beta_0 = 22^\circ$ , przy okresie rotacji  $P = 5.079178 \pm 10^{-5}$  h. Te wyniki są w zgodzie z wartościami wypukłego modelu uzyskanymi przez Torppa i inni (2003). Kształt planetoidy porównano ze śladami zakryć zarejestrowanymi w 2008 roku (Rys. 2.6).

Model (433) Eros można porównać z dokładnym modelem stworzonym na podstawie danych z sondy NEAR Shoemaker (Rys. 2.7). Orientacja osi rotacji modelu SAGE  $\lambda_0 = 16^\circ$ ,  $\beta_0 = 11^\circ$  jak i okres rotacji  $P = 5.270255 \pm 10^{-5}$  są zgodne z rzeczywistymi wartościami.

### 2.2.6. Problemy

Pierwsze testy metody SAGE wykazały zdolność algorytmu genetycznego do znalezienia kształtu i orientacji osi obrotu, które wyjaśniają obserwowane krzywe zmian jasności. Mimo to, testy wykazały pewne mankamenty i niedostatki. Pierwszym poważnym problemem jest długi czas potrzebny na znalezienie globalnego minimum. W każdej iteracji algorytmu potrzeba stworzyć syntetyczne krzywe jasności dla każdego członka populacji i ich ilość zależy od



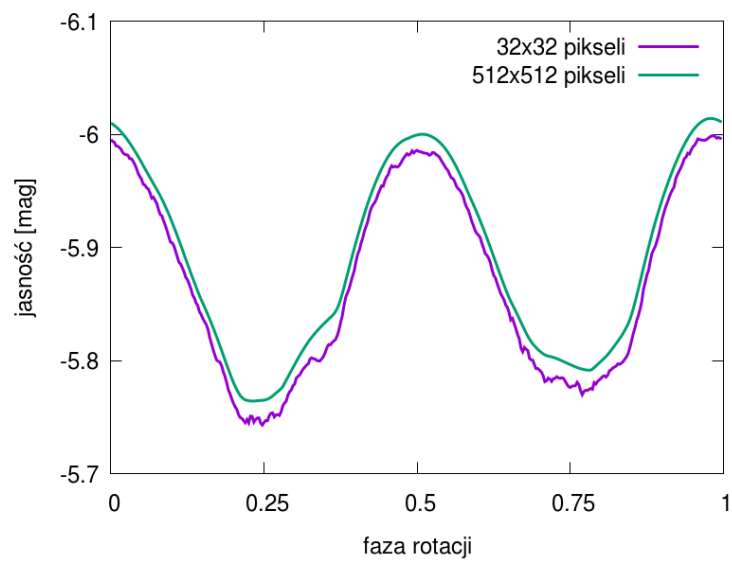
Rysunek 2.7: Porównanie rzutów modelu stworzonego na podstawie danych sondy NEAR Schoemaker (Zuber i inni, 2000) (góra) z modelem stworzonym przy użyciu SAGE (dół). Widok od osi  $x$  (z lewej), od osi  $y$  (środek), od osi  $z$  (z prawej).

liczby zaobserwowanych krzywych oraz wielkości populacji. W praktyce oznacza to tworzenie setek krzywych zmian jasności na iterację i wymaga bardzo dużych zasobów obliczeniowych. Pierwsze wersje SAGE działały na klastrze 15 komputerów, a proces był zarządzany w oparciu o centralną bazę danych. Zadania były rozdzielane na poszczególne komputery, z których każdy posiadał 6-ście rdzeniowy procesor AMD. Najbardziej wymagająca część obliczeń, tj. tworzenie krzywych zmian jasności, było oprogramowaniem w całości wykonywane na procesorach (CPU). Aby proces modelowania wykonywał się w rozsądnym czasie (około 1 dnia), potrzebne były pewne kompromisy.

Krzywe jasności można tworzyć z różną rozdzielczością punktów na fazę rotacji, i zmniejszając liczbę punktów można by zmniejszyć ilość obliczeń. Z drugiej strony, utracona zostałaby zdolność do odtworzenia szczegółów krzywych jasności i z dużo większym prawdopodobieństwem na modelu pojawiałyby się cechy niewystępujące w rzeczywistości. Miałyby to też negatywny wpływ na proces zbieżności. Kompromis został osiągnięty obliczając 30 punktów na fazę rotacji.

Punkty jasności na syntetycznych krzywych jasności powstają w wyniku zliczeń pikseli na symulowanych obrazach modelu, tj. wirtualnych obserwacjach na dany moment czasu. Ich rozdzielczość wynosiła zaledwie  $32 \times 32$  piksele, co nie pozostawało bez znaczenia. Przy tak małej rozdzielczości, na krzywych jasności pojawiały się artefakty (Rys. 2.8). Najbardziej wrażliwymi elementami krzywych w tym sensie są minima i maksima: zmiany jasności w ich okolicach są największe, a zawarte w nich informacje często kluczowe. Mała rozdzielczość obrazów ma zatem duży wpływ na przebieg minimalizacji oraz końcowy wynik.

Pod wątpliwość można też podać założenie, że 62 parametry kształtu są wystarczające do reprezentacji kształtów występujących w rzeczywistości. Między innymi z tych względów istniała potrzeba na dalsze prace nad metodą SAGE, w szczególności jeśli chodzi o wydajność oprogramowania.



Rysunek 2.8: Krzywe jasności modelu powstałe z syntetycznych obrazów o rozdzielczościach  $32 \times 32$  i  $512 \times 512$  pikseli.



## ROZDZIAŁ 3

# Metoda SAGE

Ten rozdział traktuje o rozwoju prototypu metody modelowania krzywych zmian jasności SAGE. Opisane poniżej elementy są wynikiem badań autora niniejszej pracy oraz współpracy z twórcą prototypu dr Przemysławem Bartczakiem. Rozwój metody był między innymi możliwy dzięki udziałowi w projekcie HORIZON 2020 "Small Bodies Near And Far", który rozpoczął się 1 kwietnia 2016, a zakończył 31 marca 2019. Jednym z efektów uczestnictwa w tym projekcie była możliwość zakupu klastra komputerowego składającego się z 65 jednostek wyposażonych w karty graficzne (GPU), których użycie w znaczący sposób przyspieszyło obliczenia i proces minimalizacji. Metoda SAGE została opublikowana w pracy [Bartczak i Dudziński \(2018\)](#).

Wkład autora niniejszej pracy w elementy metody SAGE:

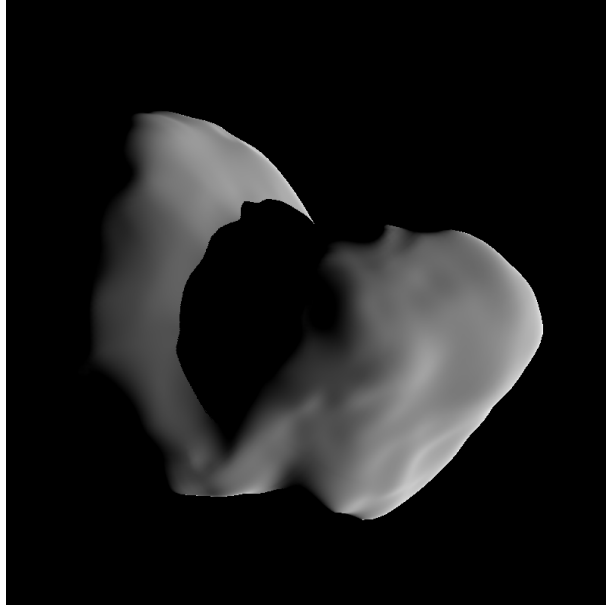
Silnik graficzny	100%
Program szeregujący	100%
Testy metody na sztucznych modelach	90%
Algorytm szukania okresu	70%
Architektura oprogramowania klastra	50%
Budowa klastra komputerowego	40%
Mutatory	30%
Bazy danych	20%

### 3.1. Silnik graficzny

Najbardziej obliczeniowo wymagającym procesem metody SAGE jest generowanie syntetycznych krzywych zmian jasności. Do zmniejszenia czasu działania metody i polepszenia zarówno rozdzielczość generowanych obrazów (z których powstają punkty fotometryczne) jak i ilość punktów na krzywych można z oczywistych względów wykorzystać karty graficzne (GPU). Są to urządzenia stworzone przede wszystkim z myślą o generowaniu grafiki komputerowej (renderowaniu) i opierają się na równoległych obliczeniach i przetwarzaniu danych. Proces renderowania to, mówiąc najogólniej, przekształcenie danych opisujących wierzchołki modeli i informacje o scenie graficznej na obraz składający się z pikseli. Zadaniem silnika graficznego jest wydajne renderowanie obrazów modeli planetoid w celu tworzenia krzywych zmian jasności. Każdy punkt krzywej jasności to suma jasności pikseli syntetycznego obrazu planetoidy oglądanej przez obserwatora na daną fazę rotacji, wyrażona w skali magnitud. Syntetyczny obraz odpowiada obserwacji teleskopem o nieskończonej rozdzielczości i przy braku atmosfery. Aby zasymulować obserwację w komputerze tworzona jest scena graficzna, która odzwierciedla rzeczywisty układ Słońce – planetoida – obserwator.

#### 3.1.1. Scena graficzna

Scena graficzna składa się z modelu planetoidy, źródła światła oraz kamery (obserwatora). Model kształtu planetoidy jest reprezentowany w formie tablic zawierających pozycje wierzchołków oraz definicje trójkątnych ścianek (indeksy wierzchołków, z których się składają). Model jest zdefiniowany w układzie współrzędnych o początku w środku masy oraz osi z po-



Rysunek 3.1: Przykładowy obraz generowany przez silnik graficzny, który jest podstawą do obliczenia wartości jasności modelu planetoidy na daną epokę.

krywającej się z osią największego momentu bezwładności. Scena graficzna zdefiniowana jest natomiast w heliocentrycznym układzie ekliptycznym. Do umieszczenia modelu planetoidy w scenie graficznej (translacji i rotacji siatki punktów) służy macierz modelu (patrz Roz. 2.2.3 oraz Rów. 2.6).

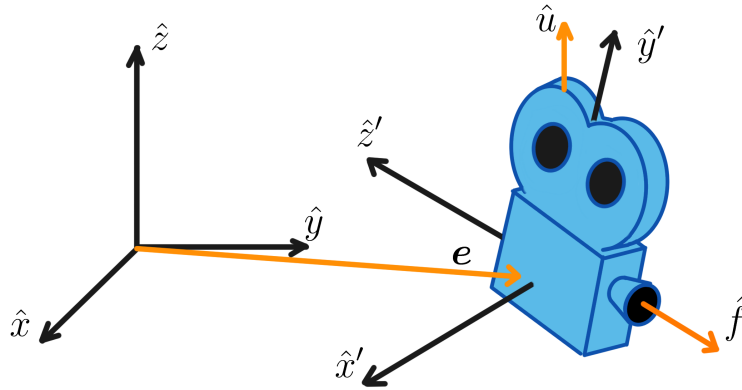
Wynikowy obraz modelu to dwuwymiarowy rzut trójwymiarowej sceny na płaszczyznę. Płaszczyzna ta (tzw. płaszczyzna widoku) znajduje się przed kamerą i jest prostopadła do linii, wzdłuż której obserwator patrzy (linia widoku). Przykładowy obraz jest przedstawiony na Rys. 3.1. Obraz jest tworzony etapowo. Pierwszy krok to ustawienie modelu w scenie graficznej. Kolejny, to przekształcenie sceny do układu współrzędnych związanego z kamerą. Nowy układ współrzędnych ma środek w pozycji kamery oraz oś  $z$  skierowaną przeciwnie do kierunku patrzenia. Ta operacja jest wykonana poprzez mnożenie wszystkich wierzchołków modeli znajdujących się w scenie graficznej oraz pozycji źródła światła przez macierz widoku  $M_w$ .

Do skonstruowania macierzy widoku potrzebne są: wektor położenia kamery w układzie sceny graficznej  $\mathbf{e}$ , wektor określający kierunek patrzenia  $\hat{\mathbf{f}}$  oraz wektor określający kierunek góry  $\hat{\mathbf{u}}$  (Rys 3.2). Kierunek góry to zazwyczaj wektor  $(0, 0, 1)^T$  bądź wektor osi rotacji Ziemi. Ortogonalne wersory definiujące nowy układ współrzędnych  $\hat{\mathbf{x}}', \hat{\mathbf{y}}', \hat{\mathbf{z}}'$  są uzyskiwane następująco<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}' &= \hat{\mathbf{f}} \times \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\mathbf{y}}' &= \hat{\mathbf{x}}' \times \hat{\mathbf{f}} \\ \hat{\mathbf{z}}' &= -\hat{\mathbf{f}}\end{aligned}\tag{3.1}$$

<sup>1</sup> W tej pracy notacja wektorów jednostkowych  $\hat{\mathbf{a}}$  oznacza znormalizowany wektor  $\mathbf{a}$ , tj.  $\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}/\|\mathbf{a}\|$





Rysunek 3.2: Schemat pokazujący definicję nowego układu współrzędnych związanego z kamerą – obserwatorem (opis w tekście).

Macierz widoku będzie realizowała obrót oraz translację, i ma następującą postać:

$$M_w = \begin{pmatrix} x'_x & y'_x & -z'_x & -e_x \\ x'_y & y'_y & -z'_y & -e_y \\ x'_z & y'_z & -z'_z & -e_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Kolejnym etapem jest rzutowanie sceny graficznej na płaszczyznę widoku. Elementy sceny, które znajdują się w polu widzenia obserwatora określone są poprzez tzw. bryłę widzenia (Rys. 3.3), która w rzutowaniu ortograficznym składa się z sześciu płaszczyzn. Tylko obiekty znajdujące się wewnątrz bryły widzenia są rozpatrywane podczas rzutowania. Odległości między obiektami w Układzie Słonecznym są na tyle duże, że symulując scenę graficzną możemy uznać, iż promienie światła padające na planetoidę oraz docierające do obserwatora są równoległe, stąd użycie projekcji ortograficznej.

Mając zdefiniowaną bryłę widzenia, tj. odległości środka pola widzenia do każdej z sześciu płaszczyzn  $E, W, N, S, C$  oraz  $F$ , możemy zdefiniować macierz realizującą proces rzutowania:

$$M_p = \begin{pmatrix} \frac{2}{E-W} & 0 & 0 & (W+E)/(W-E) \\ 0 & \frac{2}{N-S} & 0 & (S+N)/(S-N) \\ 0 & 0 & \frac{2}{C-F} & (C+F)/(C-F) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

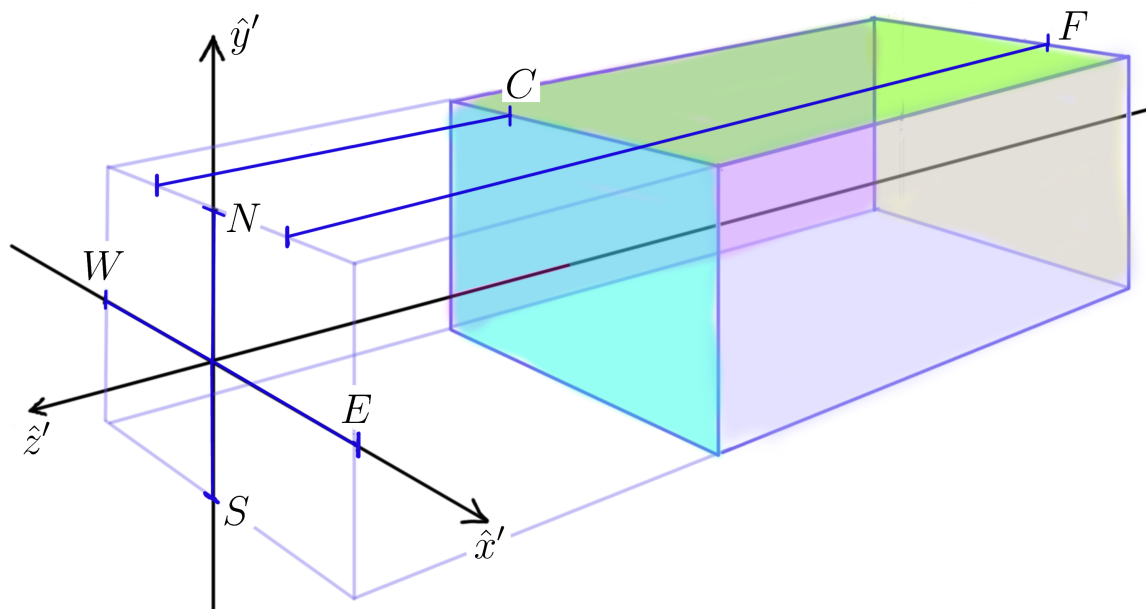
Notacja macierzowa umożliwia połączenia w jednym równaniu operacji translacji i orientacji modelu w scenie graficznej, zmiany układu współrzędnych do układu kamery oraz rzutowania:

$$\mathbf{v}'_i = M_p M_w M \mathbf{v}_i, \quad (3.4)$$

gdzie  $\mathbf{v}_i$  i  $\mathbf{v}'_i$  to  $i$ -ty wierzchołek modelu odpowiednio w układzie współrzędnych modelu i rzutowany na płaszczyznę widoku.  $M$ ,  $M_w$  i  $M_p$  to odpowiednio macierze modelu, widoku i projekcji.

### 3.1.2. Architektura silnika graficznego

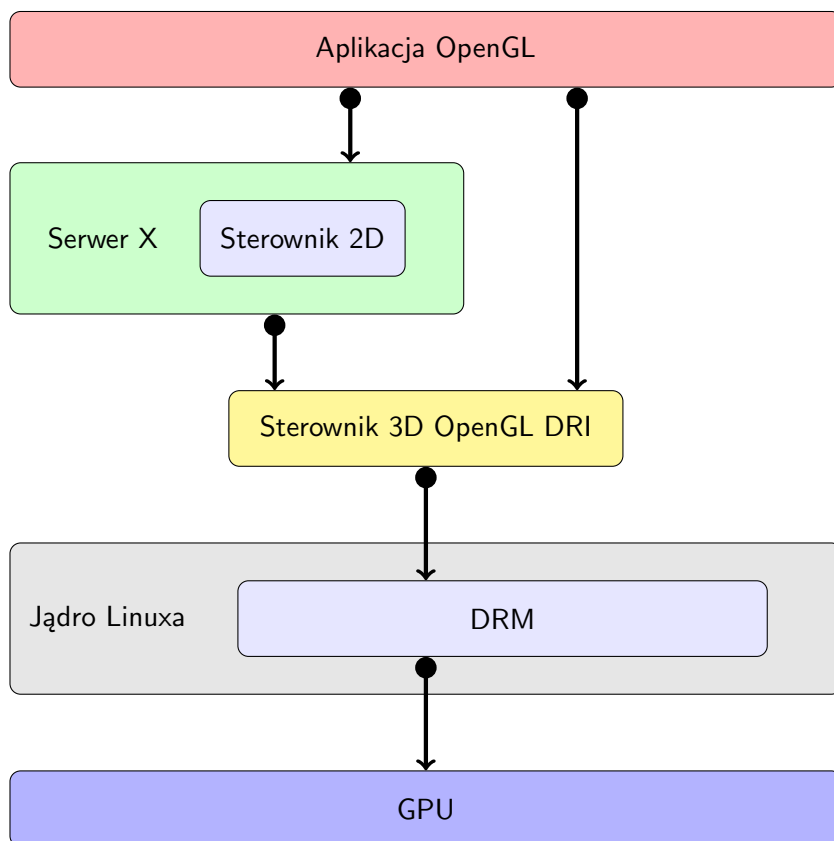
Silnik graficzny został napisany w języku C++ i jest uruchamiany w systemie Linux Debian 9.0. Do jego stworzenia wykorzystano interfejs projektowania aplikacji (*ang. Application*



Rysunek 3.3: Schemat pokazujący bryłę widzenia. Współrzędne  $E, W, N, S, C, F$  oznaczają położenia odpowiednich płaszczyzn (opis w tekście).

Tabela 3.1: Zestaw bibliotek użytych do stworzenia silnika graficznego

nazwa	opis
X11	komunikacja z serwerem X zarządzającym oknami w systemie
GLFW	API do tworzenia i zarządzania oknami, kontekstami oraz wydarzeniami wejścia/wyjścia
gl	podstawowy zestaw funkcji OpenGL
glx	interfejs między systemem X a OpenGL
glm	zestaw funkcji matematycznych do manipulacji wektorami i macierzami dla języka OpenGL Shading Language (GLSL)
CUDA	API pozwalające wykonywać obliczenia równoległe ogólnego przeznaczenia na kartach graficznych
C++ STL	Standard Template Library: bogaty zestaw szablonów klas kontenerów, iteratorów i algorytmów dla języka C++



Rysunek 3.4: Schemat komunikacji między komponentami systemu operacyjnego a aplikacją OpenGL. DRM – część jądra systemu odpowiedzialna za komunikację z procesorem graficznym (*ang. Direct Rendering Manager*); DRI – *ang. Direct Rendering Infrastructure*; GPU – karta graficzna (*ang. Graphics Processing Unit*). Opis w tekście

*Programming Interface*, API) OpenGL. Jest to zestaw bibliotek oraz sterowników umożliwiających komunikowanie się z GPU i wykonywanie tam operacji potrzebnych do tworzenia grafiki komputerowej. Schemat komunikacji między komponentami systemu operacyjnego oraz GPU jest przedstawiony na Rys. 3.4. Biblioteki wykorzystane do stworzenia silnika zostały zestawione w Tab. 3.1. Kod silnika graficznego jest dostępny w publicznym repozytorium GitHub<sup>2</sup> wraz z dokumentacją<sup>3</sup>.

Silnik graficzny składa się z klasy głównej, `RenderEngine`, która jest interfejsem programistycznym silnika, oraz klas pomocniczych. Schemat klas (z uproszczonym interfejsem) jest przedstawiony na Rys. 3.5. Klasa `RenderEngine` jest agregatem klas odpowiedzialnych za zarządzanie modelami i operacjami w przestrzeni, programami typu shader, oknami systemowymi, buforami ramek, teksturami i kamerami. Klasa główna zawiera metody, które umożliwiają tworzenie i zarządzanie poszczególnymi komponentami silnika oraz renderowanie scen graficznych. Silnika graficznego używa się jako komponentu zawartego w innym programie.

Rys. 3.6 oraz Rys 3.7 przedstawiają schemat komunikacji między poszczególnymi komponentami silnika graficznego podczas renderowania sceny. Program nadrzędny jest na schematach oznaczony jako SAGE, a silnik graficzny jako RE. Programista musi na początku stworzyć obiekt klasy `RenderEngine`. Konstruktor tej klasy jest odpowiedzialny za stworzenie okna w systemie X, kontekstu na GPU oraz podstawowego bufora ramki. Bufor ramki jest obszarem pamięci GPU, do którego zapisywane są wartości pikseli generowanych obrazów podczas renderowania sceny. Osobno tworzony jest inny kontekst na GPU dzięki bibliotece CUDA, aby umożliwić bezpośredni dostęp do danych na tym urządzeniu (patrz Roz. 3.1.4).

Następnym krokiem jest dodanie do silnika programów typu shader. Silnik umożliwia korzystanie z nich poprzez tworzenie odpowiednich obiektów, wczytanie plików i kompilację (Roz. 3.1.3). Należy także stworzyć dwie podstawowe kamery, jedna umiejscowiona na pozycji źródła światła, druga na pozycji obserwatora. Kamera związana z źródłem światła jest używana podczas tworzenia mapy cieni na modelu. Ostatecznie do silnika należy dodać model oraz określić jego położenie w przestrzeni. Obiekt klasy `Mesh` jest odpowiedzialny za wczytanie modelu z pliku lub tablic i wygenerowanie kontenera VBO (*ang. Vertex Buffer Object*) na karcie graficznej, w którym to przechowywane są dane o wierzchołkach i ściankach.

Generowanie krzywej jasności odbywa się w pętli renderującej. Na początku zerowany jest bufor ramki, do którego zapisywany będzie końcowy obraz. Następnie do obszaru pamięci GPU, w którym znajdują się programy typu shader, kopiowane są pozycje modelu oraz macierze modelu, widoku oraz projekcji. Następnie tworzone są dwa obrazy. Pierwszy z nich jest generowany z punktu widzenia źródła światła. Do specjalnego bufora zapisywane są wartości z-bufora sceny, tj. zamiast koloru, w pikselach zapisane są informacje o głębi wygenerowanej sceny. Kolejna scena jest renderowana z punktu widzenia obserwatora. Uwzględnienie informacji z poprzedniej sceny pozwala stworzyć cienie na powierzchni modelu. Piksele są następnie sumowane i kopiowana jest wartość jasności całego obrazu, która stanowi punkt jasności na krzywej blasku. Ostatecznie, faza rotacji modelu jest zwiększana i proces powtarza się dopóki krzywa jasności obejmująca pełną rotację nie jest stworzona.

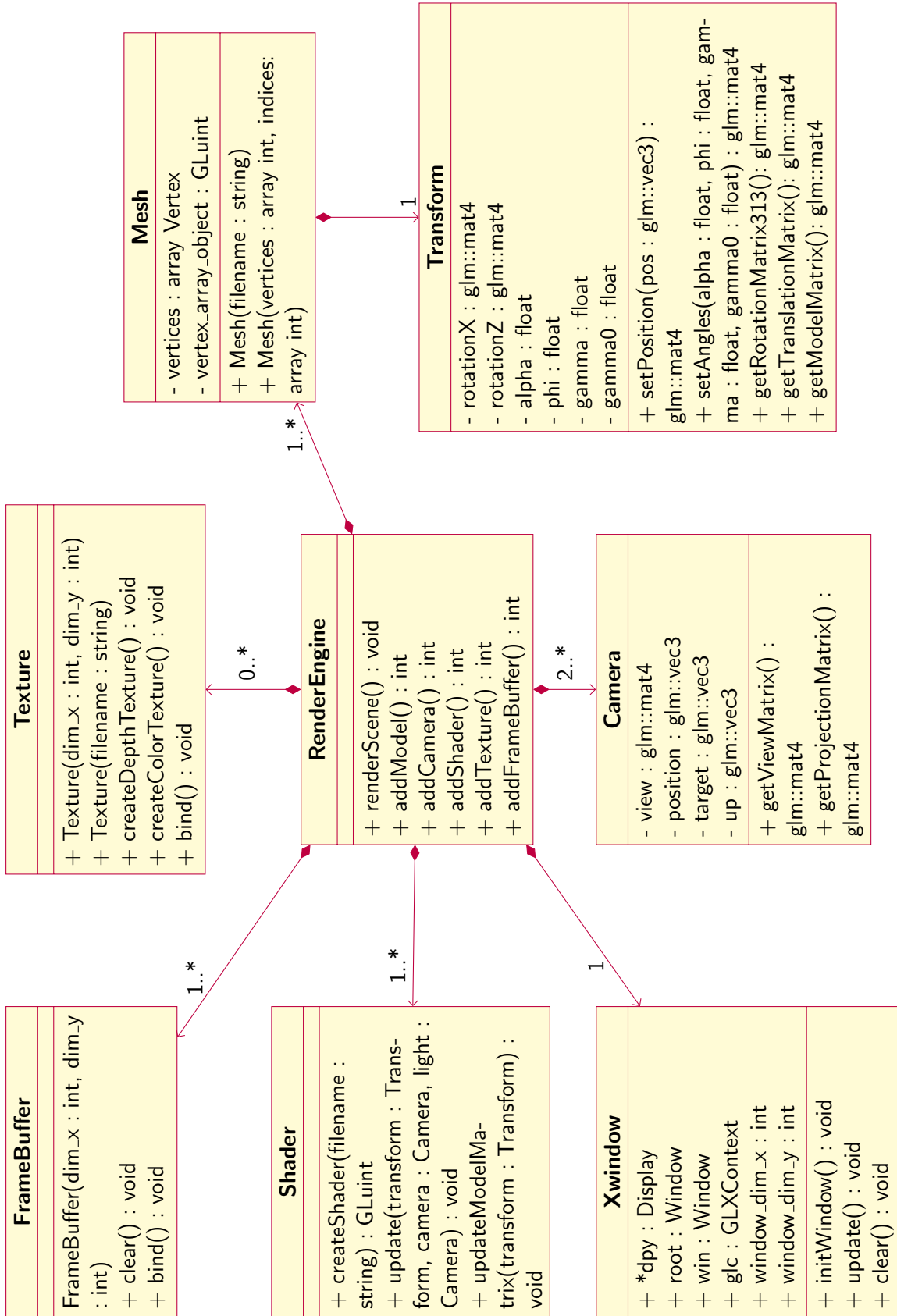
### 3.1.3. Programy typu Shader

Programy typu shader (w skrócie shadery) to kod wykonywany bezpośrednio na GPU. GPU są projektowane tak, aby w jak najbardziej optymalny sposób przetworzyć dane wejściowe na obrazy składające się z pikseli. Seria tych operacji odbywa się w tzw. potoku graficznym

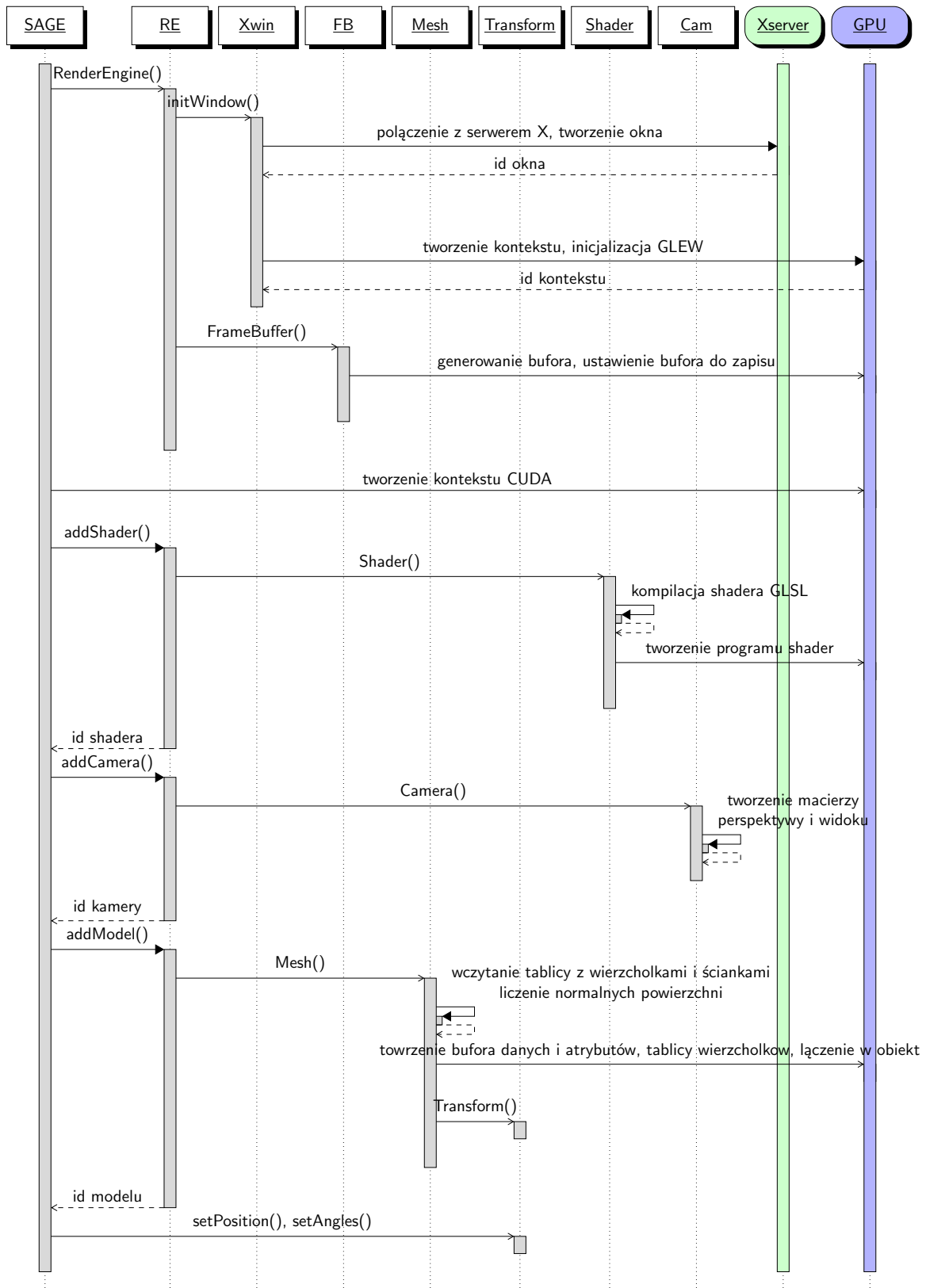
---

<sup>2</sup><https://github.com/perkun/renderEngine>

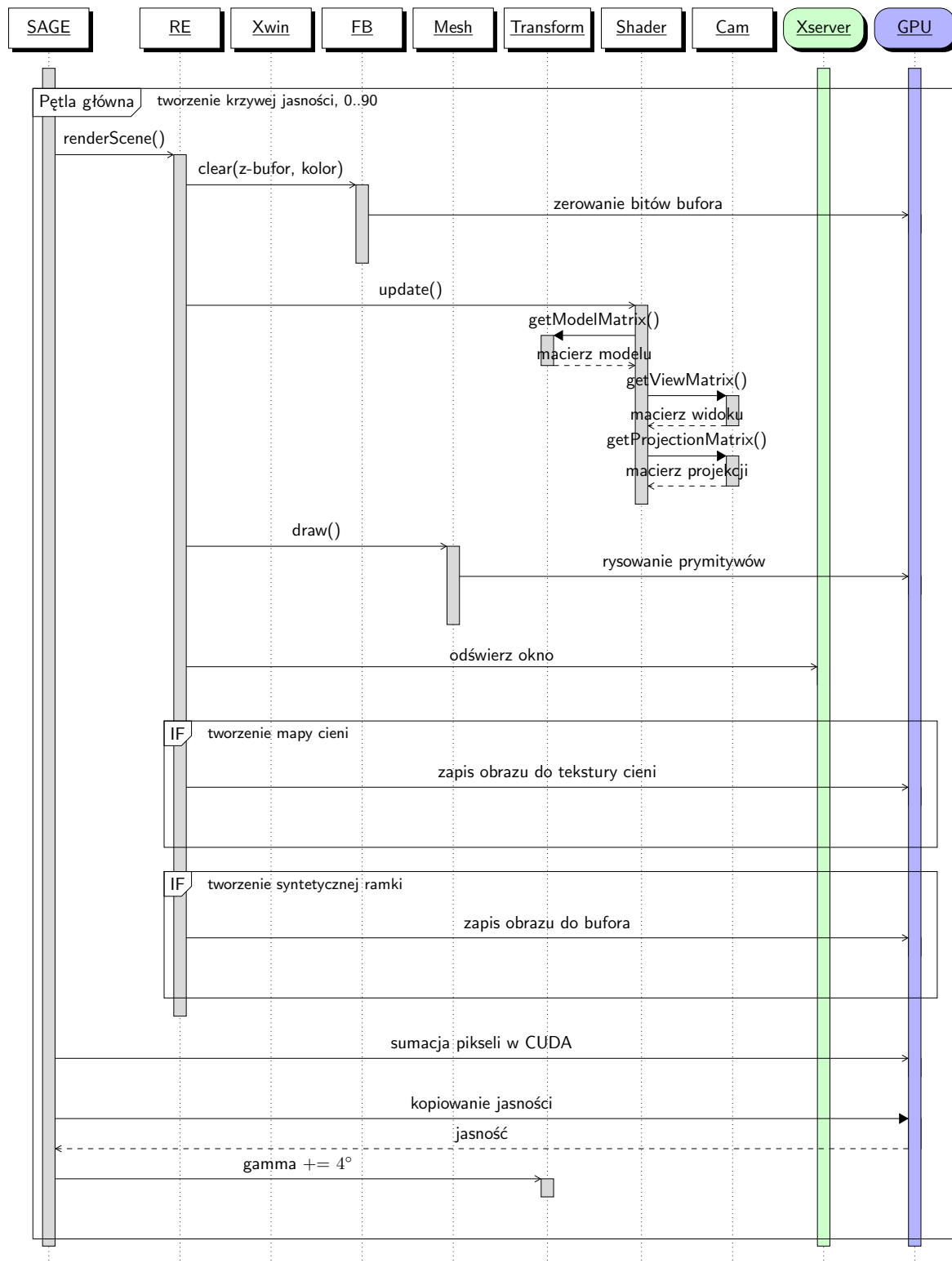
<sup>3</sup><https://perkun.github.io/renderEngine>



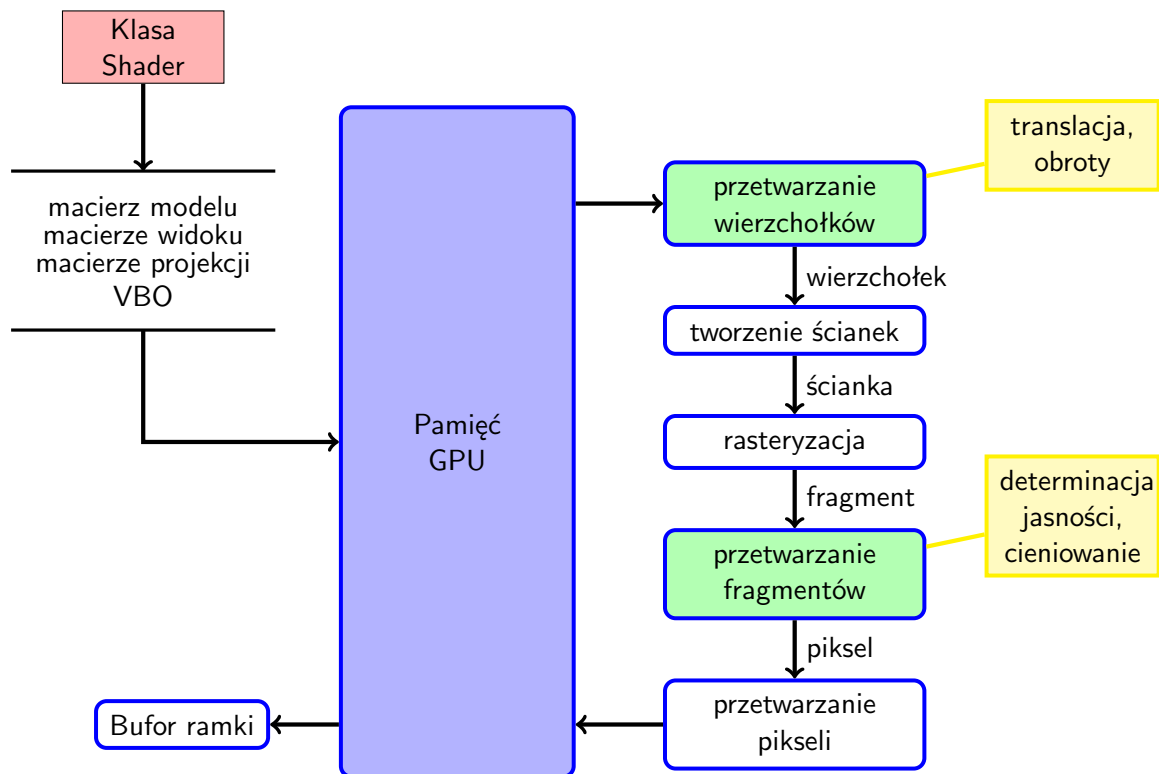
Rysunek 3.5: Schemat klas silnika graficznego w standardzie UML (opis w tekście).



Rysunek 3.6: Schemat inicjalizacji silnika graficznego w standardzie UML (opis w tekście).



Rysunek 3.7: Schemat pętli tworzącej krzywą jasności w standardzie UML (opis w tekście).



Rysunek 3.8: Schemat potoku graficznego, tj. operacji wykonywanych przez GPU w celu przekształcenia danych wejściowych na obraz.

(Rys 3.8). Składają się na niego wysoce zoptymalizowane i ściśle związane z architekturą urządzenia programy – shadery. Tylko niektóre elementy potoku są dostępne dla programisty; są to tzw. shadery wierzchołków i fragmentów (*ang. vertex shader, fragment shader*), oznaczone zielonymi ramkami na Rys. 3.8.

Shadery, które daje się programować, są pisane w języku GLSL (OpenGL Shading Language), który składnią nie różni się wiele od języka C. W ramach GLSL mamy dostęp do biblioteki `glm` ułatwiającej operacje na wektorach i macierzach. Shadery są tworzone w osobnych plikach i kompilowane przy pomocy funkcji biblioteki OpenGL. Klasa `Shader` będąca częścią silnika graficznego jest między innymi odpowiedzialna za wczytywanie i kompilację tych programów, oraz kopiowanie skompilowanych programów do pamięci GPU. Możliwe jest stworzenie wielu shaderów i uruchamianie ich wedle potrzeb.

### Shader wierzchołków

Shader wierzchołków jest odpowiedzialny za operacje na wierzchołkach modeli wczytanych do pamięci GPU i przechowywanych tam w kontenerze VBO. Jako, że operacje na wierzchołkach są od siebie niezależne, tj. wynik operacji na jednym wierzchołku nie ma wpływu na inne, każdy wierzchołek jest modyfikowany w osobnym wątku na GPU; paralelizacja obliczeń jest podstawową zaletą korzystania z procesorów graficznych. Na GPU uruchamiane są setki (bądź tysiące, w zależności od architektury GPU) shaderów na raz, z czego każdy z nich wykonuje obliczenia na jednym wierzchołku.

Shader wierzchołków jako dane wejściowe otrzymuje macierze modelu, widoku i projekcji oraz dane jednego wierzchołka modelu i wektora normalnego do powierzchni. Zadaniem



shadera jest translacja i orientacja w przestrzeni wierzchołka zadana poprzez macierz modelu  $M$  (Rów. 2.6) i następnie przekształcenie go do układu odniesienia związanego z obserwatorem (Rów. 3.2). Na końcu stosowana jest macierz projekcji (Rów. 3.3), która rzutuje wektory na płaszczyznę widoku obserwatora. Te same operacje wykonywane są dla wektora normalnego do powierzchni. Aby móc stosować cieniowanie, shader wierzchołków tworzy również kopie współrzędnych wierzchołka i normalnej obserwowanej z punktu widzenia źródła światła.

## Shader fragmentów

Po operacjach łączenia ścianek oraz rasteryzacji, kolejnym etapem potoku graficznego są operacje na fragmentach. Fragmenty to elementy powierzchni modeli zrzutowane na płaszczyznę widoku obserwatora, nie są one jednak tożsame z pikselami końcowego obrazu. Zadaniem shadera fragmentów jest ustalenie wartości koloru (w systemie RGB) elementów powierzchni i jest to kolejny programowalny element potoku graficznego oferujący całkowitą swobodę programistyczną. Danymi wejściowymi dla pojedynczego shadera jest pozycja fragmentu w przestrzeni, wektor normalny do powierzchni oraz wskaźniki na tekstury, w których przechowywany jest obraz stworzony z punktu widzenia źródła światła.

Pierwszym pod-zadaniem jest stwierdzenie, czy dany fragment jest oświetlony, czy też znajduje się w cieniu innych elementów sceny graficznej. Służy do tego zapisana w pamięci GPU scena wygenerowana z punktu widzenia źródła światła (obserwator i źródło światła są umieszczone w tym samym miejscu), a wykorzystany jest jedynie z-bufor tej sceny, tj. odległość od źródła światła do elementów powierzchni. W shaderze wierzchołków również zostają obliczone pozycje wierzchołków z punktu widzenia światła. Porównując odległość przechowywaną w z-buforze oraz tą obliczoną przez shader wierzchołków możemy stwierdzić, czy dany fragment jest zacieniony, czy też nie. Zostaje sprawdzone, czy rozpatrywany fragment znajduje się w większej odległości od źródła światła niż fragment w tej samej pozycji na płaszczyźnie widoku źródła światła, czyli ten zapisany w z-buforze. Jeśli tak jest, znaczy to, że inny fragment blokuje promień światła. Jest to najprostszy sposób wprowadzenia cienia do sceny graficznej i nosi nazwę mapowania cieni (*ang. shadow mapping*).

Kolejnym etapem jest określenie jasności fragmentu. Stosowane jest prawo odbicia światła Lommel-Seeliger (Rów. 1.9) i w celu jego użycia potrzebujemy obliczyć kosinusy kąta pomiędzy padającymi na powierzchnię promieniami światła i normalną do powierzchni, oraz kosinus kąta między normalną a kierunkiem na obserwatora. Po tych operacjach następuje kolejny etap potoku graficznego, w wyniku którego tworzone są piksele wynikowego obrazu zapisywane ostatecznie w buforze ramki.

### 3.1.4. Obliczanie jasności

Krzywa zmian jasności składa się z punktów jasności, a każdy z nich jest obliczany na podstawie wygenerowanych obrazów modelu planetoidy na daną fazę rotacji (Roz. 3.1.1). Aby uzyskać wartość jasności, piksele każdego obrazu są sumowane w celu uzyskania natężenia światła odbitego od powierzchni, po czym obliczany jest logarytm tej wartości aby przejść na skalę magnitud. Niestety, OpenGL nie oferuje funkcjonalności pozwalającej na wykonywanie obliczeń na buforach ramki bezpośrednio na GPU. Najprostszym rozwiązaniem jest skopiowanie bufora ramki z pamięci GPU do RAMu i sekwencyjne sumowanie pikseli.

Testy wydajności silnika graficznego wykazały, iż sama operacja kopiowania danych z pamięci GPU zabiera 95% czasu generowania punktu jasności tworząc wąskie gardło obliczeń. Z tego względu zaszła potrzeba użycia biblioteki CUDA, stworzonej przez firmę nVidia, pozwalającej na prowadzenie obliczeń ogólnego przeznaczenia na kartach graficznych (GPGPU,

ang. *General Purpose computing on Graphics Processing Units*). Biblioteka CUDA oferuje interfejs komunikacji między programem wykonywanym na CPU oraz pamięcią GPU, oraz na tworzenie i wykonywanie programów na tym urządzeniu.

Aby pozbyć się wąskiego gardła obliczeń tworzony jest kontekst CUDA na karcie graficznej i zostaje współdzielony między tym kontekstem a kontekstem OpenGL obszar pamięci GPU zawierający bufor ramki. Jest to teksturowy rodzaj pamięci realizowany sprzętowo jako dwuwymiarowa pamięć (w odróżnieniu od jednowymiarowej pamięci RAM). Dzięki temu istnieje szybszy dostęp do sąsiednich komórek pamięci, które przechowują poszczególne piksele, odzwierciedlając dwuwymiarowy obraz. Sumowanie pikseli odbywa się w sposób równoległy. W pierwszym kroku, co drugi piksel jest sumowany z pikselem sąsiednim, w kolejnych krokach piksele oddalone od siebie o 2, 4, itd. W efekcie, suma wszystkich pikseli znajduje się w jednym pikselu i zamiast kopiować  $512 \times 512 = 262144$  liczb zmiennoprzecinkowych potrzeba skopiować tylko jedną. Dodatkowo, równoległe sumowanie pikseli ma złożoność  $O(\log_2 n)$ , gdzie  $n$  to ilość pikseli, w odróżnieniu od sumowania sekwencyjnego, gdzie złożoność wynosi  $O(n)$ .

Syntetyczna krzywa jasności składa się z 90 punktów. Pętla ją tworząca generuje kolejne obrazy modelu planetoidy w każdym kroku zwiększając fazę rotacji  $\gamma$  o  $4^\circ$ . W efekcie powstaje tablica zawierająca jasności planetoidy obejmująca całą fazę rotacji, która jest wykorzystywana do dalszych obliczeń.

## 3.2. Klaster komputerowy

Metoda SAGE jest obliczeniowo wymagająca. Po wprowadzeniu generowania krzywych zmian jasności na GPU, model planetoidy powstawał w ciągu jednego dnia na klastrze 15 komputerów. Liczba punktów na fazę rotacji została zwiększona trzykrotnie w stosunku do prototypu metody (z 30 do 90), a rozmiar obrazów szesnastokrotnie ( $32 \times 32$  na  $512 \times 512$  pikseli). Kształt reprezentowany jest przez 242 parametry (zamiast 62), a kształt używany do tworzenia krzywych zmian jasności ma 3842 wierzchołków i 7680 ścianek. Wielkość populacji w każdej iteracji zwiększona została do 500. Ponieważ natura algorytmu genetycznego wymaga kilkukrotnego modelowania jednego obiektu, stworzenie jednego modelu zajmowało około tygodnia, zakładając, że nie pojawiły się żadne komplikacje. Klaster komputerowy został zakupiony w granic KBN „Asymmetric shape models of asteroids used to study YORP and Yarkovsky effect” w 2012 roku. Z czasem komputery doznawały awarii i w 2017 roku sprawnych było jedynie 6 z nich.

Dzięki udziałowi w projekcie HORIZON 2020 „Small Bodies Near And Far”, w 2017 roku zostało zakupione 65 nowych stacji roboczych, każda z nich wyposażona w 6 rdzeniowy procesor AMD oraz kartę graficzną nVidia obsługującą OpenGL 4.5 oraz technologię CUDA. W oparciu o nowe stacje robocze w Instytucie Obserwatorium Astronomiczne UAM został zbudowany klaster dedykowany modelowaniu planetoid.

Stary klaster komputerowy działał w oparciu o jedną, centralną bazę danych, w której przechowywane były informacje o statusie zadań do wykonania. Każda stacja robocza miała uruchomione programy – demony – które w pętli odpytywały bazę danych o nowe zadania do wykonania. Zaletą tego podejścia jest niewątpliwie jego prostota, wadą natomiast brak skalowalności i możliwość istnienia jedynie jednej instancji modelowania na raz. Prędkość przesyłania informacji za pomocą sieci oraz obsługi bazy danych jest ograniczona i przy dodawaniu kolejnych stacji roboczych te elementy stają się wąskim gardłem. Po osiągnięciu pewnej krytycznej ilości stacji roboczych sens obliczeń równoległych zanika. Szybko stało się

jasne, że aby wykorzystać moc obliczeniową nowego klastra, potrzebne będzie zbudowanie nowego systemu zarządzania zadaniami oraz przepływem danych.

Przed nowym oprogramowaniem zarządzającym klastrem postawiono kilka wymagań. Jednymi z nich były szybkość oraz skalowalność, co oznaczało wyeliminowanie do minimum przesyłu danych za pomocą sieci oraz minimalnego użycia baz danych. Kolejnym wymogiem była maksymalna separacja komponentów oprogramowania, co pozwala na swobodne modyfikacje każdego z nich bez wpływu na pozostałe. Gwarantuje to dużą elastyczność całego systemu i ułatwia diagnozowanie problemów. Ponadto, system zarządzania powinien być agnostyczny w stosunku do rodzaju wykonywanych zadań pozwalając na działanie wielu instancji modelowania na raz. Aby to osiągnąć, zarządzanie zadaniami przez system musiało być również asynchroniczne.

### 3.2.1. Ogólna architektura systemu zarządzającego obliczeniami

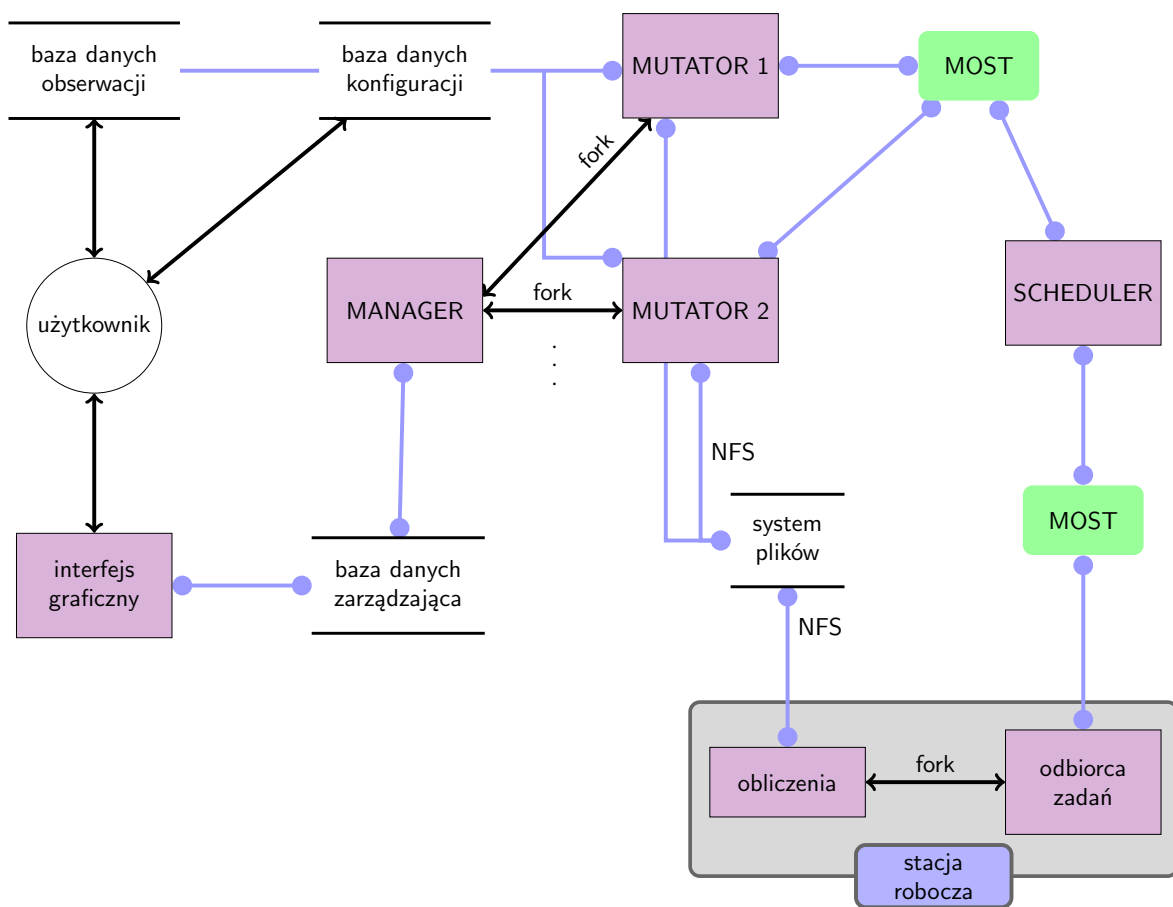
System składa się z następujących komponentów:

- programów generujących zadania (**mutatory**),
- **managera** zarządzającego mutatorami,
- programu szeregującego zadania (**scheduler**).
- mostów pozwalających na komunikację między komputerami w sieci,
- sieciowego współdzielonego systemu plików (NFS),
- interfejsu graficznego w postaci strony internetowej,
- bazy danych przechowującej informacje na temat uruchomionych mutatorów i ich statusie,
- bazy danych z obserwacjami,
- bazy danych z informacjami konfiguracyjnymi dla mutatorów,

Schemat architektury systemu został przedstawiony na Rys. 3.9. Użytkownik komunikuje się z systemem poprzez interfejs graficzny w postaci strony internetowej napisanej w językach `html` oraz `php`. Za pomocą interfejsu można dodawać, uruchamiać, zatrzymywać i usuwać instancje modelowania planetoid oraz ustalać dla nich ilości iteracji i priorytety. Dodatkowo, interfejs generuje podgląd zaawansowania modelowania, gdzie znajdziemy informacje o aktualnym dopasowaniu syntetycznych krzywych zmian jasności do obserwacji, aktualny kształt modelu, historię wartości RMSD oraz wagi dla poszczególnych krzywych jasności.

Modelowanie kształtu rozpoczyna się przez wprowadzenie przez użytkownika danych obserwacyjnych i wartości parametrów konfiguracyjnych bezpośrednio do odpowiednich baz danych. Następnie, w interfejsie graficznym użytkownik ustala ilość iteracji oraz priorytet dla zadań generowanych przez tą instancję. Oba parametry można zmieniać podczas modelowania. Interfejs graficzny komunikuje się z bazą danych zarządzającą zadaniami i ustala odpowiednie wartości parametrów. Uruchomienie zadania skutkuje zmianą odpowiedniego statusu w bazie danych.

Na serwerze klastra jest uruchomiony program zarządzający, **manager**, który nieustannie sprawdza statusy w bazie danych. Kiedy pojawia się nowe zadanie, **manager** uruchamia w równoległym procesie (**fork**) program **mutator**, bazując na wartości statusu w bazie danych. Każdy z **mutatorów** jest odpowiedzialny za jedną instancję modelowania i jest niezależny od



Rysunek 3.9: Schemat architektury systemu zarządzającego zadaniami na klastrze komputerowym (opis w tekście).

innych. Program **manager** kontroluje wykonywanie się **mutatorów** i jest w stanie wstrzymać i zakończyć ich pracę.

Kiedy **mutator** zostaje uruchomiony, pobiera dane konfiguracyjne z bazy danych i generuje kolejne zadania obliczeniowe, które mają wykonać się na stacji roboczej klastra. Informacja o nowym zadaniu jest przesyłana poprzez **most** do programu szeregującego, który może znajdować się na innym komputerze.

Program szeregujący, **scheduler**, przyjmuje zadania generowane przez **mutatory**. Jest on odpowiedzialny za wybór odpowiedniego komputera dla zadań i optymalne obciążanie stacji roboczych. Każdy komputer w klastrze ma ograniczenia pamięci RAM oraz pamięci GPU, które muszą zostać uwzględnione. Kolejność wykonywania zadań na stacjach roboczych jest uwarunkowana priorytetem zadań. **Scheduler** wysyła zadania na stacje robocze poprzez kolejny **most**.

Na każdej stacji roboczej jest uruchomiony demon, który odbiera zadania i uruchamia odpowiednie programy w procesach równoległych (**fork**). Kiedy zadanie się wykona, demon wysyła informacje poprzez **most** do programu szeregującego, który następnie zwraca wykonane zadanie do odpowiedniego **mutatora**. Kiedy zadana ilość iteracji zostanie osiągnięta, **mutator** zatrzymuje swoje działanie. Do momentu usunięcia instancji modelowania przez użytkownika, może on zwiększać ilość iteracji w wyniku czego **mutator** będzie kontynuował działanie.

### 3.2.2. Mutator

**Mutator** odpowiada za pojedynczą instancję modelowania. Nie ma ograniczeń co do ilości działających **mutatorów** i każdy z nich może dotyczyć innej planetoidy. Nawet jeśli wiele instancji modeluje ten sam obiekt, procesy modelowania nadal są całkowicie niezależne z tą różnicą, że korzystają z tych samych danych obserwacyjnych. Modułowa architektura systemu sprawia, że **mutator** może być dowolnym programem umożliwiając obliczenia na klastrze ogólnego zastosowania, nie tylko modelowanie planetoid.

Po uruchomieniu, program pobiera konfigurację z bazy danych. Są to między innymi oszacowany wstępny okres rotacji oraz początkowa amplituda zaburzeń powierzchni modelu. Następnie, program przystępuje do tworzenia populacji kształtów poprzez zaburzenie powierzchni modelu-zarodka oraz orientacji osi rotacji. Po przygotowaniu populacji we współdzielonym systemie plików (przez NFS) tworzone są katalogi z danymi oraz uchwytami programów wykonujących obliczenia, do których dostęp mają stacje robocze. Obliczenie krzywych zmian jasności i znalezienie najlepszego okresu rotacji dla pojedynczego członka populacji kształtów stanowi jedno zadanie wysyłane do programu szeregującego. **Mutator** wysyła zadania na kolejną komunikatów, która jest częścią **mostu** łączącego komponenty systemu.

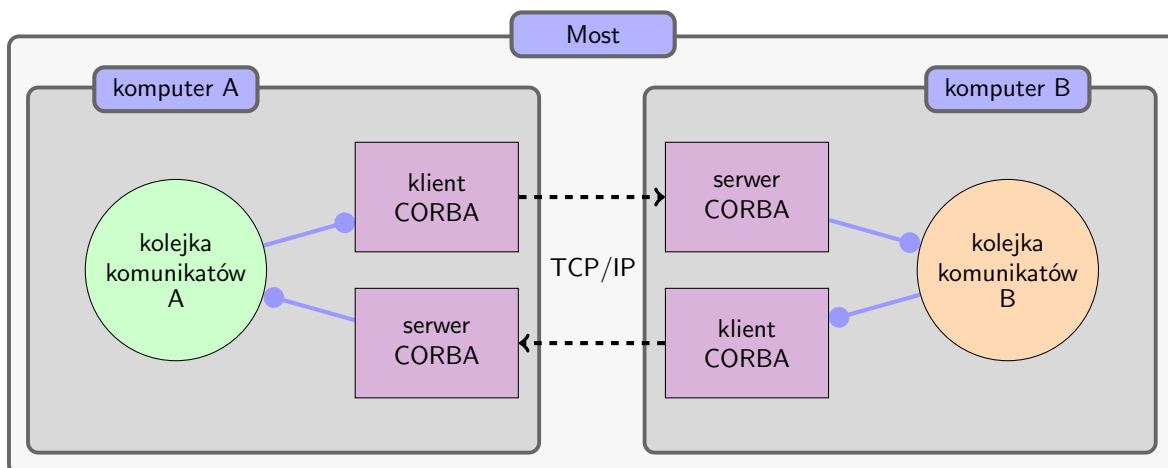
Po wykonaniu obliczeń, informacja o zakończeniu zadania jest zwracana na tę samą kolejną komunikatów i **mutator** oczekuje na powrót wszystkich zadań w tej iteracji. Kolejnym krokiem jest pobranie wyników obliczeń z systemu plików i ich analiza. Na nią składa się tworzenie statystyki parametrów kształtów i osi rotacji, wybór najlepszego modelu i ustalenie wag dla krzywych jasności w kolejnej iteracji.

### 3.2.3. Most

Do komunikacji między programami działającymi na różnych komputerach w sieci wykorzystywane są mosty zbudowane z kolejek komunikatów oraz programów wykorzystujących technologię CORBA<sup>4</sup> (*ang. Common Object Request Broker Architecture*). Pozwala ona na

---

<sup>4</sup><http://www.corba.org/>



Rysunek 3.10: Schemat mostu wykorzystywanego do komunikacji między programami rozproszonymi na różnych komputerach w sieci (opis w tekście).

komunikację między obiektami znajdującymi się na różnych komputerach za pomocą protokołu TCP/IP.

Schemat mostu został przedstawiony na Rys. 3.10. Programy mogą wysyłać informacje na kolejki komunikatów znajdujące się po obu stronach mostu. Te kolejki są czytane przez programy będące klientami CORBA, które wywołują funkcje w programie na innym komputerze – serwerze CORBA. Ten z kolei przekazuje informację na kolejną kolejkę komunikatów. Na każdym komputerze, na którym znajduje się most, uruchomiony jest zarówno serwer jak i klient CORBA, aby zapewnić komunikację w obu kierunkach.

### 3.2.4. Program szeregujący zadania

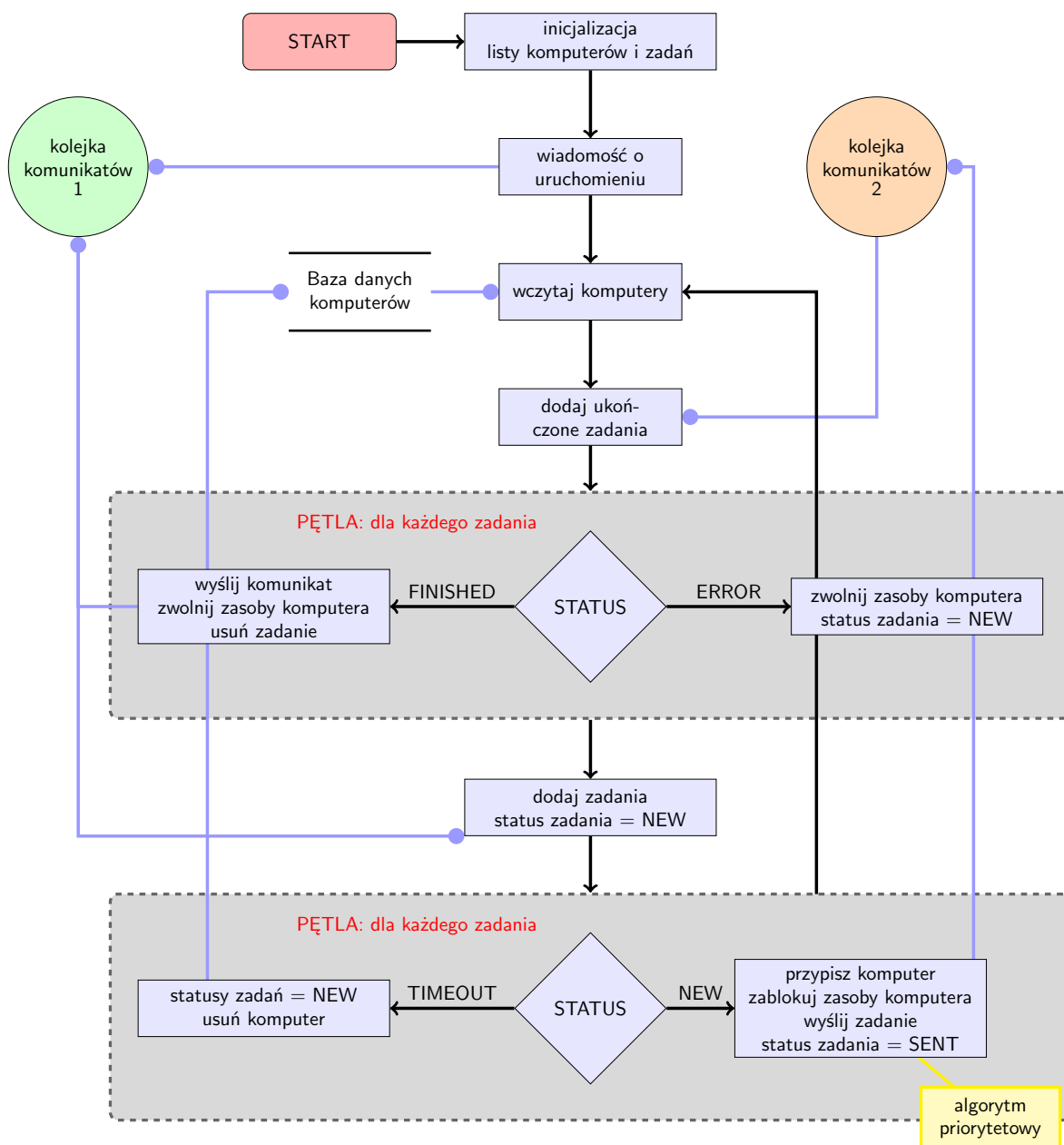
*Mutatory* generują zadania w sposób asynchroniczny, z różną częstotliwością i wymagające różnych zasobów. Rolą programu szeregującego jest rozdzielenie zadań na poszczególne komputery obsadzając nimi stacje robocze w optymalny sposób i uwzględniając ich priorytet. Schemat działania programu został przedstawiony na Rys. 3.11, zaś jego kod źródłowy znajduje się w publicznym repozytorium GitHub<sup>5</sup>, wraz z dokumentacją<sup>6</sup>.

*Scheduler* działa nieustannie. Na początku każdej pętli czytana jest baza danych zawierająca informacje (adres IP, zasoby) o każdym komputerze. Lista dostępnych komputerów może być niezależnie zmieniana, na przykład po podłączeniu lub odłączeniu stacji roboczej. Następnie z kolejki komunikatów pobierane są dane o zakończonych zadaniach, które są obsługiwane zgodnie ze statusem. Jeżeli status informuje o zakończeniu zadania, wysyłany jest komunikat do odpowiedniego *mutatora*, zwalniane są zasoby przydzielonego komputera i zadanie zostaje usunięte. Status błędu oznacza, że program obliczeniowy nie wykonał bądź nie zakończył się poprawnie z winy stojącej po stronie stacji roboczej. Zasoby przydzielonego komputera zostają wtedy zwolnione, a zadanie uzyskuje status nowego zadania, aby mogło zostać wysłane ponownie na inną stację roboczą.

W kolejnym kroku czytane są nowe zadania z wejściowej kolejki komunikatów, i wszystkie z nich uzyskują status nowego zadania. Następnie, wszystkie te zadania są przypisywane do

<sup>5</sup><https://github.com/perkun/scheduler>

<sup>6</sup><https://perkun.github.io/scheduler/>



Rysunek 3.11: Schemat działania programu szeregującego zadania (opis w tekście).

komputerów o wolnych zasobach. Jeśli takowy nie jest dostępny, rozpoczyna się kolejna iteracja. Obsługiwane są też zadania o statusie świadczącym o zbyt długim czasie wykonywania się, tj. powyżej 10 minut, co wskazuje na awarię stacji roboczej (sprzętowa bądź systemowa). Wówczas komputer, do którego przypisane zostało takie zadanie, zostaje usunięty z bazy danych, aby uniemożliwić przypisanie do niego nowych zadań. Wszystkie zadania przypisane do tego komputera uzyskują status nowego zadania.

Przypisywanie zadań do komputerów jest realizowane przy pomocy algorytmu priorytetowego, przedstawionego na Rys. 3.12. Zadania są przechowywane w słowniku `std::map`, tj. asocjacyjnym kontenerze par klucz – wartość. Kluczami słownika są wartości priorytetów, a wartościami są listy zadań o danym priorytecie.

Algorytm działa w zagnieżdżonych pętlach iterujących klucze (priorytet) oraz listy zadań dla każdego z nich. Do kontroli używana jest lista `licznik[]`, której każdy element zawiera ilość obsługiwanych zadań o danym priorytecie. Jeżeli liczba obsługiwanych nowych zadań jest większa od wartości priorytetu, rozpatrywana jest kolejna lista zadań o większym priorytecie. Po wykonaniu pętli, bądź braku komputerów z wolnymi zasobami, wartości ostatniego obsługiwanego priorytetu oraz licznik są zapamiętywane, aby w przyszłości zacząć iterowanie od tego priorytetu. W efekcie działania tego algorytmu, zadania o priorytecie 2 są wykonywane dwa razy częściej niż te z priorytetem 1, zadania z priorytetem 3, trzy razy częściej, itd. Zapewnia to, że zadania o wyższym priorytecie nie blokują wykonywania zadań o niższym priorytecie, a wartość priorytetu (ustalana na poziomie `mutatorów`) steruje czasem procesu modelowania względem innych instancji.

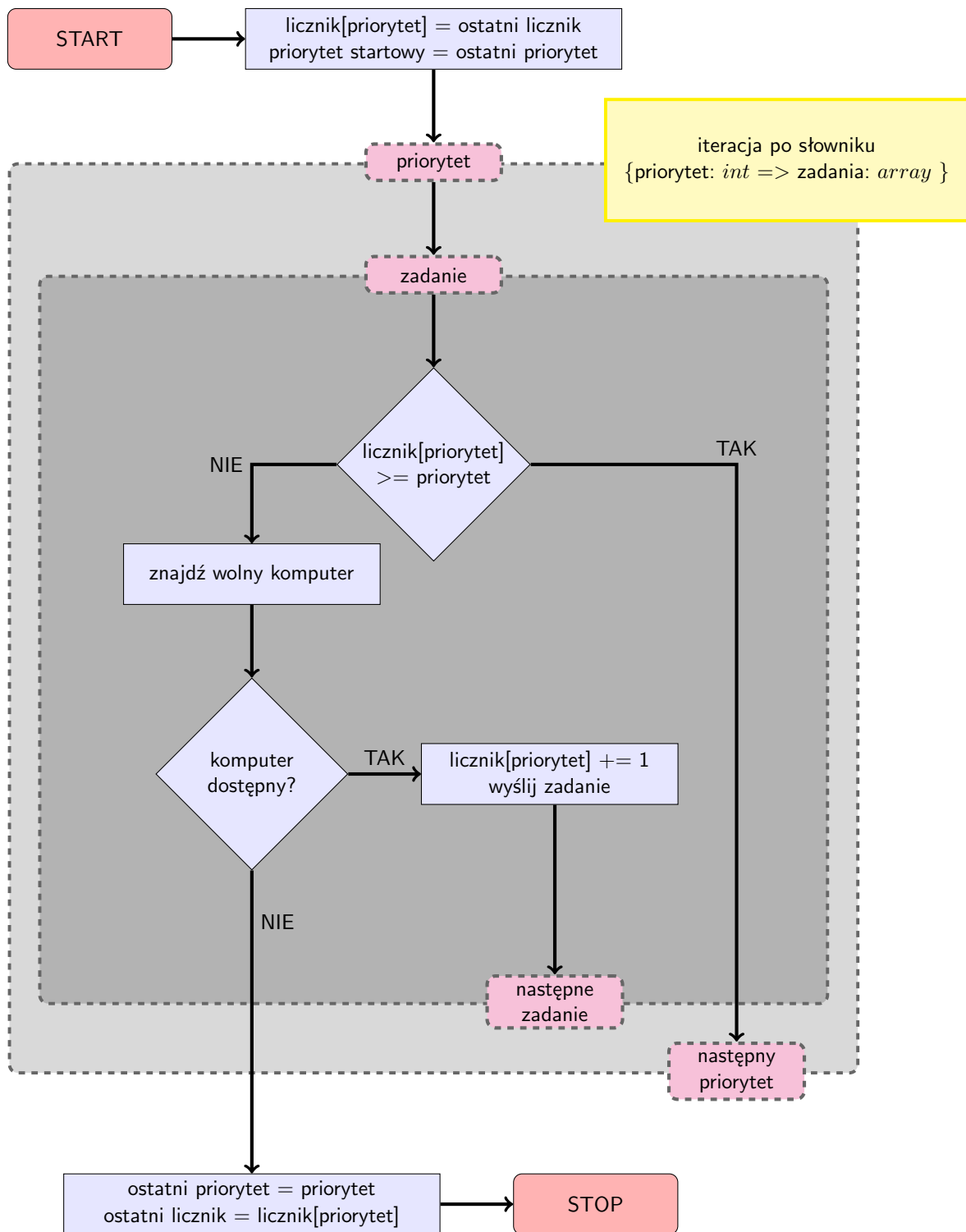
### 3.3. Testy metody na modelach syntetycznych

Na etapie tworzenia metody pojawiła się oczywista potrzeba jej testowania, i aby uniknąć ewentualnych problemów związanych z niedoskonale znaną naturą planetoid i wpływowi atmosfery oraz detektora, testy zostały przeprowadzone w kontrolowanych warunkach na syntetycznych modelach. Metoda SAGE zakłada równomierny rozkład albedo powierzchni i masy oraz obrót ciała wokół osi największego momentu bezwładności. Rzeczywisty modelowany obiekt może nie spełniać tych założeń, co ma wpływ na końcowy model. Kształt i orientacja osi obrotu mogą jedynie w małym stopniu kompensować te niejednorodności nadal wyjaśniając obserwacje. Kiedy rzeczywisty obiekt posiada drastyczne zmiany albedo lub jest zbudowane z materiału niehomogenicznego, znalezienie globalnego minimum okaże się niemożliwe. Niestety, przed podjęciem próby modelowania nie można na podstawie fotometrycznych krzywych jasności rozstrzygnąć, czy obiekt wykazuje odstępstwa od założeń. Wpływ atmosfery i systemu fotometrycznego na krzywe zmian jasności, a konkretniej szum i precyzja punktów pomiarowych, również wpływają na proces modelowania.

Do stworzenia testowych modeli posłużył algorytm generowania losowych powierzchni Gausa przedstawiony w pracy [Muinonen \(1998\)](#). Algorytm kreuje losowy, trójwymiarowy kształt o trójkątnych ściankach na podstawie zadanego rzędu szeregu harmonik sferycznych oraz poziomu podziału powierzchni. Niektóre ze stworzonych ciał były później ręcznie edytowane wprowadzając dodatkowe cechy na powierzchni. Każde z ciał zostało zorientowane tak, aby jego oś obrotu pokrywała się z osią największego momentu bezwładności i przechodziła przez środek masy. Zarówno albedo jak i rozkład masy ciał były równomierne. Wynikowe 4 ciała oznaczono literami A, B, C oraz D.

Każde z ciał zostało osadzone na orbicie kołowej o pólosi wielkiej  $a = 3.5$  z okresem orbitalnym 6.55 roku. Obserwator został umieszczony na kołowej orbicie o pólosi wielkiej  $a_{obs} = 1$  umiejscowionej na tej samej płaszczyźnie, co orbita ciała testowego. Wyróżnione





Rysunek 3.12: Schemat pokazujący działanie algorytmu priorytetowego (opis w tekście).

zostało 8 jednorodnie rozłożonych na orbicie opozycji oddalonych od siebie o  $45^\circ$  (Rys. 3.13). W każdej opozycji obserwacje zostały wykonywane z pięciu pozycji zdefiniowanych przez wektory

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_1 &= (0, -1, 0)^T \\
 \mathbf{v}_2 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)^T \\
 \mathbf{v}_3 &= (1, 0, 0)^T \\
 \mathbf{v}_4 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)^T \\
 \mathbf{v}_5 &= (0, 1, 0)^T.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Tworząc pozycje kolejnych opozycji, wektory te były obracane o  $45^\circ$  a do czasu obserwacji dodawana była  $1/8$  okresu orbitalnego.

Stworzony scenariusz obserwacji jest niefizyczny, ponieważ okresy obiegu źródła światła zarówno obserwatora jak i obiektu są identyczne, pomimo różnych pólosi wielkich. Co więcej, obserwacje w każdej opozycji z różnych miejsc (zdefiniowanych w Rów. 3.5) były wykonywane w tym samym czasie. Niemniej jednak, z punktu widzenia modelowania jest to nieistotne, gdyż znaczenia mają same geometrie obserwacji. Symulując poprawny ruch orbitalny można by uzyskać podobne obserwacje znacząco rozciągając je w czasie i obserwując obiekt nie podczas jednego, a wielu obiegów wokół Słońca. Wybór fizycznych orbit wprowadziłby jednak nierównomierne rozłożenie opozycji, co miałoby wpływ podczas redukcji ilości opozycji w niektórych testach.

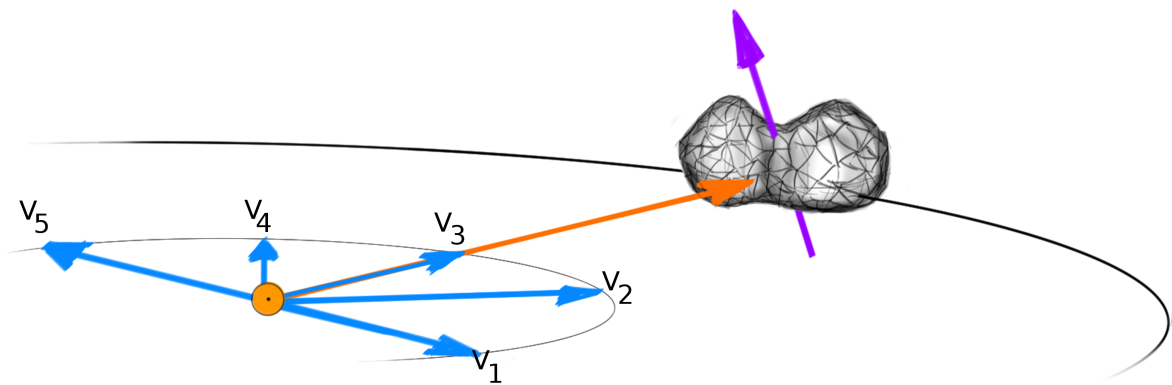
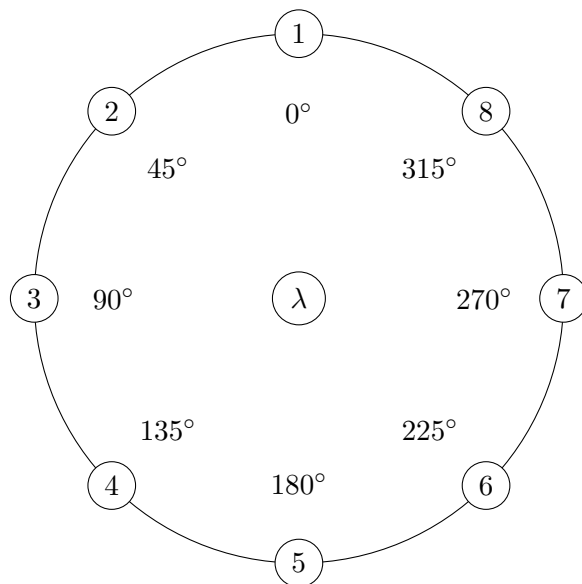
Krzywe zmian jasności syntetycznych ciał składały się z 180 równomiernie rozłożonych punktów i obejmowały pełną rotację ciała. Krzywe jasności tworzone podczas modelowania były tworzone tym samym kodem i przy użyciu tego samego prawa odbicia światła. Dzięki temu modelowanie odzwierciedlało w pełni tą samą „numeryczną rzeczywistość”, w której egzystowały ciała testowe.

Kształty ciał testowych i modelowanych były reprezentowane na różne sposoby. Ciała testowe tworzone były za pomocą harmonik sferycznych. Modele generowane w procesie modelowania powstają przez modyfikacje równomiernie rozłożonych w przestrzeni półprostych i algorytm podziału powierzchni. Mimo, iż kształty składały się w obu przypadkach z trójkątnych ścianek, ich ilość, dystrybucja i rozmiary były różne. Nie można więc argumentować, że w procesie modelowania szukanie kształtu było przez to uproszczone i tym samym wpływało negatywnie na interpretację wyników testów.

### 3.3.1. Wyniki testów

Dla każdego obiektu testowego przeprowadzonych zostało wiele procesów modelowania. W Tab. 3.2 zebrano zestawy parametrów dla najlepszych znalezionych modeli A, B, C i D. Wśród wyników zawsze pojawiały się lustrzane rozwiązania biegunów. W dwóch przypadkach (pozycje 2 oraz 5 w Tab. 3.2) rozwiązania te miały mniejsze RMSD. Dla modelu A przeprowadzono więcej testów, gdzie zmieniana była ilość i rozkład opozycji oraz orientacja osi obrotu. Zmieniane były również miejsca obserwacji dla poszczególnych opozycji, aby sprawdzić wpływ zakresu kątów fazowych na proces zbieżności modelowania i końcowy kształt. Dla obserwacji prowadzonych z pozycji  $\mathbf{v}_{1,5}$  kąt fazowy wynosił  $15.95^\circ$ , dla pozycji  $\mathbf{v}_{2,4}$   $14.2^\circ$ , a dla  $\mathbf{v}_3$   $0^\circ$ . W tabeli z wynikami wartości tych kątów są zaokrąglone.

Oprócz oceny dopasowania krzywych jasności obiektów testowych i kształtów będących wynikiem modelowania wyrażonej przez  $\text{RMSD}_{lc}$ , sprawdzana była też zgodność samych



Rysunek 3.13: Schemat heliocentrycznych orbit testowych. U góry przedstawiono rozkład opozycji (obserwator w środku). Na dole przedstawiono układ obserwacji dla pojedynczej opozycji. Wektory  $v_1$  do  $v_5$  definiują pozycje obserwatora, zaś wektor  $av_3$  pozycję ciała testowego.

Tabela 3.2: Wyniki testów dla modeli A (Rys. 3.14), B (Rys. 3.15), C (Rys. 3.16) oraz D (Rys. 3.17).  $\lambda_{init}$ ,  $\beta_{init}$ ,  $P_{init}$  oraz  $\beta$  oznaczają odpowiednio orientację osi rotacji dla obiektów testowych oraz wymodelowanych,  $P_{init}$  oraz  $P$  okresy rotacji. W kolumnie *opozycje* znajdują się numery opozycji biorących udział w modelowaniu (np.: „1234” oznacza opozycje od 1 do 4).  $\alpha$  oznacza kąty fazowe (związane z pozycjami obserwatora na orbicie). Wartość  $\text{RMSD}_{\text{model}}$  oznacza średnie odchylenie pozycji powierzchni obiektów testowych i wymodelowanych kształtów w jednostkach długości najdłuższego wektora modelu,  $\text{RMSD}_{\text{LC}}$  oznacza wartość dopasowania krzywych zmian jasności w jednostkach magnitud.

ID	Model	$\lambda_{init} [^\circ]$	$\beta_{init} [^\circ]$	$\lambda [^\circ]$	$\beta [^\circ]$	$P_{init} [\text{h}]$	$P [\text{h}]$	opozycje	$\alpha [^\circ]$	$\text{RMSD}_{\text{model}}$	$\text{RMSD}_{\text{LC}}$
1	A	0	0	–	$0 \pm 6$	12	$12.00001 \pm 10^{-5}$	wszystkie 8	0, 14, 16	0.032662	0.006023
2	A	0	90	$173 \pm 12$	$90 \pm 12$	12	$12.00001 \pm 10^{-5}$	wszystkie 8	0, 14, 16	0.033616	0.010631
3	A	90	45	$89 \pm 7$	$43 \pm 7$	12	$12.00001 \pm 10^{-5}$	wszystkie 8	0, 14, 16	0.023411	0.006601
4	A	90	45	$88 \pm 8$	$44 \pm 8$	12	$11.99999 \pm 4 \cdot 10^{-5}$	1234	0, 14, 16	0.035303	0.008891
5	A	90	45	$-90 \pm 9$	$41 \pm 9$	12	$11.99999 \pm 3 \cdot 10^{-5}$	1256	0, 14, 16	0.032389	0.011149
6	A	90	45	$93 \pm 9$	$44 \pm 9$	12	$11.99997 \pm 3 \cdot 10^{-5}$	1357	0, 14, 16	0.042925	0.010062
7	A	90	45	$91 \pm 7$	$44 \pm 7$	12	$12.00001 \pm 10^{-5}$	wszystkie 8	0, 14	0.030033	0.006312
8	A	90	45	$90 \pm 6$	$45 \pm 6$	12	$12.00001 \pm 10^{-5}$	wszystkie 8	0	0.037269	0.005038
9	B	290	45	$291 \pm 13$	$45 \pm 13$	6.75	$6.75000 \pm 10^{-5}$	wszystkie 8	0, 14, 16	0.026721	0.009015
10	C	330	45	$330 \pm 7$	$41 \pm 7$	12	$11.99999 \pm 10^{-5}$	wszystkie 8	0, 14, 16	0.014984	0.005942
11	D	330	45	$330 \pm 7$	$41 \pm 7$	12	$11.99999 \pm 10^{-5}$	wszystkie 8	0, 14, 16	0.034730	0.014918

kształtów, wyrażona przez  $\text{RMSD}_{\text{model}}$ . Jest to średnia różnica map topografii dwóch modeli. Każdy model jest normalizowany tak, aby długość najdłuższego wektora w ciele była równa 1. Aby stworzyć mapę topografii, ciało jest dzielone na obszary zawarte w równomiernie rozłożonych stożkach o średnicy  $10^\circ$  i początku w środku ciała. Dla każdego stożka obliczana jest średnia odległość od środka zawartej w nim elementów powierzchni. Kiedy mapy dwóch ciał zostają odjęte, uzyskujemy średnie różnice między powierzchniami.

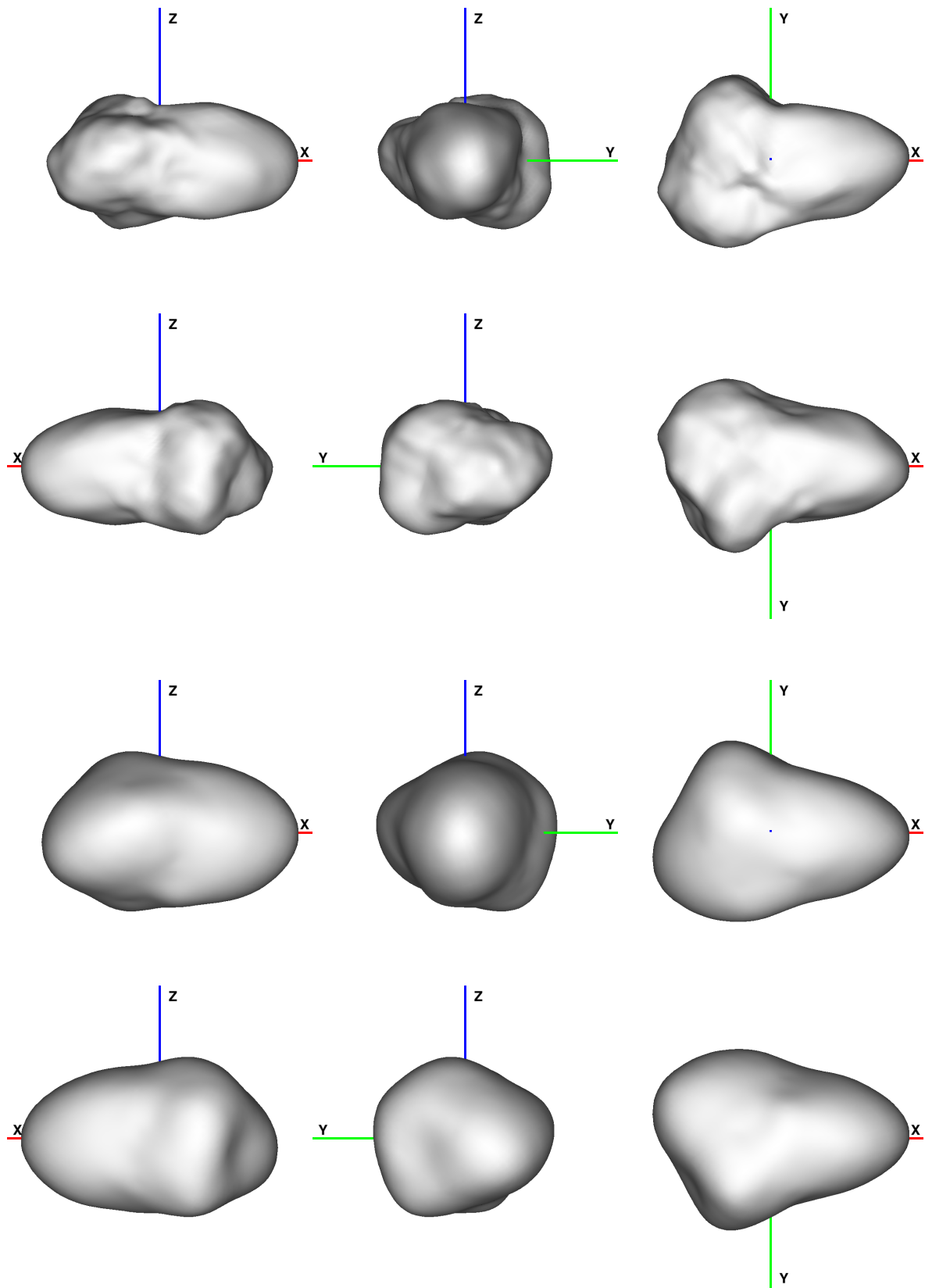
Modelowi A zostały przypisane 3 różne osie obrotu o szerokości ekliptycznej  $\beta_0 = 0^\circ, 45^\circ$  oraz  $90^\circ$ . Model o najmniejszej różnicy od oryginalnego ciała (Rys. 3.14) został znaleziony dla szerokości bieguna  $\beta_0 = 45^\circ$  przy użytych wszystkich opozycjach i kątach fazowych. Spowodowane jest to faktem, iż całe ciało jest obserwowane podczas jednego obiegu wokół źródła światła pod różnymi aspektami. Gdy  $\beta_0 = 90^\circ$  mamy do czynienia jedynie z jednym aspektem równym  $90^\circ$  w każdej opozycji. Największy zakres aspektów pojawia się jednak dla  $\beta_0 = 0^\circ$ , lecz podczas obserwacji z aspektem bliskim  $0^\circ$ , krzywe jasności mają amplitudę bliską 0 i nie wnoszą informacji o kształcie, a jedynie o orientacji osi rotacji.

Zmniejszanie ilości opozycji doprowadziło do pogorszenia zgodności kształtów oraz większej niepewności położenia bieguna. Konfiguracja opozycji okazała się mieć kluczowe znaczenie dla zgodności modeli z ciałami testowymi. Kiedy dysponowaliśmy obserwacjami z przeciwległych miejsc na orbicie (opozycje 1256), spadek informacji o kształcie był mniejszy niż w przypadku obserwacji z połowy orbity (opozycje 1234). Najmniej informacji o kształcie zawierały obserwacje składające się z par opozycji po przeciwległych stronach orbity (opozycje 1357). Jedynie dwie opozycje zawierały istotne informacje o kształcie, w pozostałych dwóch amplituda była bliska 0 mag.

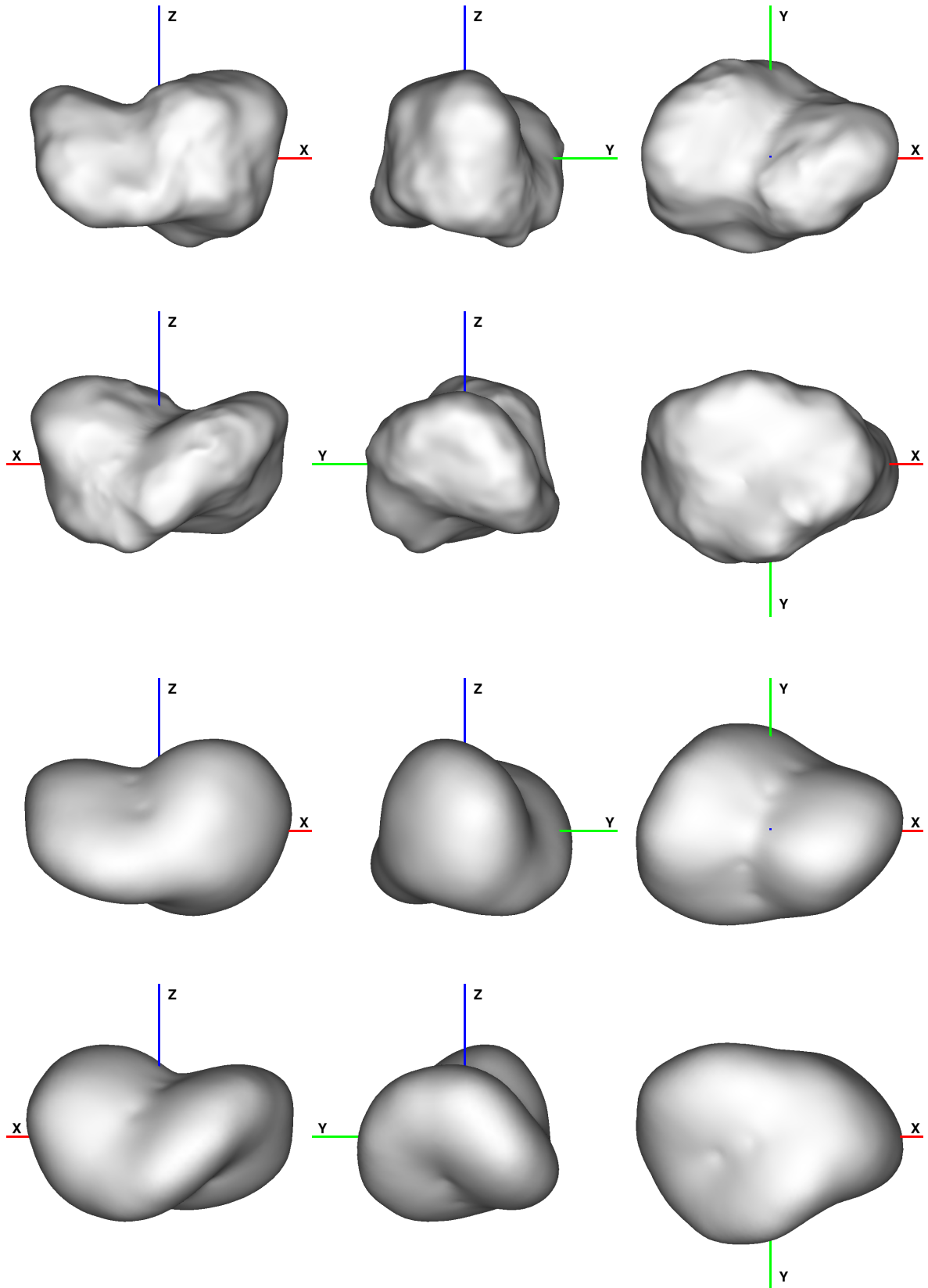
Wpływ redukcji kątów fazowych okazał się mniej znaczący niż redukcja ilości opozycji. Zarówno modele powstałe z obserwacji o kątach fazowych  $0^\circ$  i  $14^\circ$  oraz jedynie  $0^\circ$  dały lepszy poziom zgodności niż modele powstałe po redukcji opozycji. Przy kącie fazowym tylko  $0^\circ$  wklęsłości ciała nadal były odzwierciedlone, choć były wyraźnie płytsze niż w innych przypadkach. Przeprowadzone eksperymenty numeryczne przeczą powszechnie przyjętej opinii, że do inwersji kształtów niewypukłych potrzeba obserwacji o kątach fazowych powyżej  $30^\circ$  (np.: [Kaasalainen i inni, 2002b](#)).

Głównym celem testów z udziałem modeli B, C i D (Rys. 3.15, 3.16, 3.17) było sprawdzenie możliwości reprodukcji kształtów, dlatego też szerokości nachylenia osi obrotu wynosiły  $\beta_0 = 45^\circ$ . Kształty B oraz D posiadały bardziej ekstremalne cechy powierzchni niż model A. Model C był kształtem wypukłym i został wykorzystany w celu sprawdzenia, czy metoda SAGE nie kreuje fikcyjnych wklęsłości. Ten model wyróżnił się najdokładniej odzwierciedlając ciało testowe spośród wszystkich.

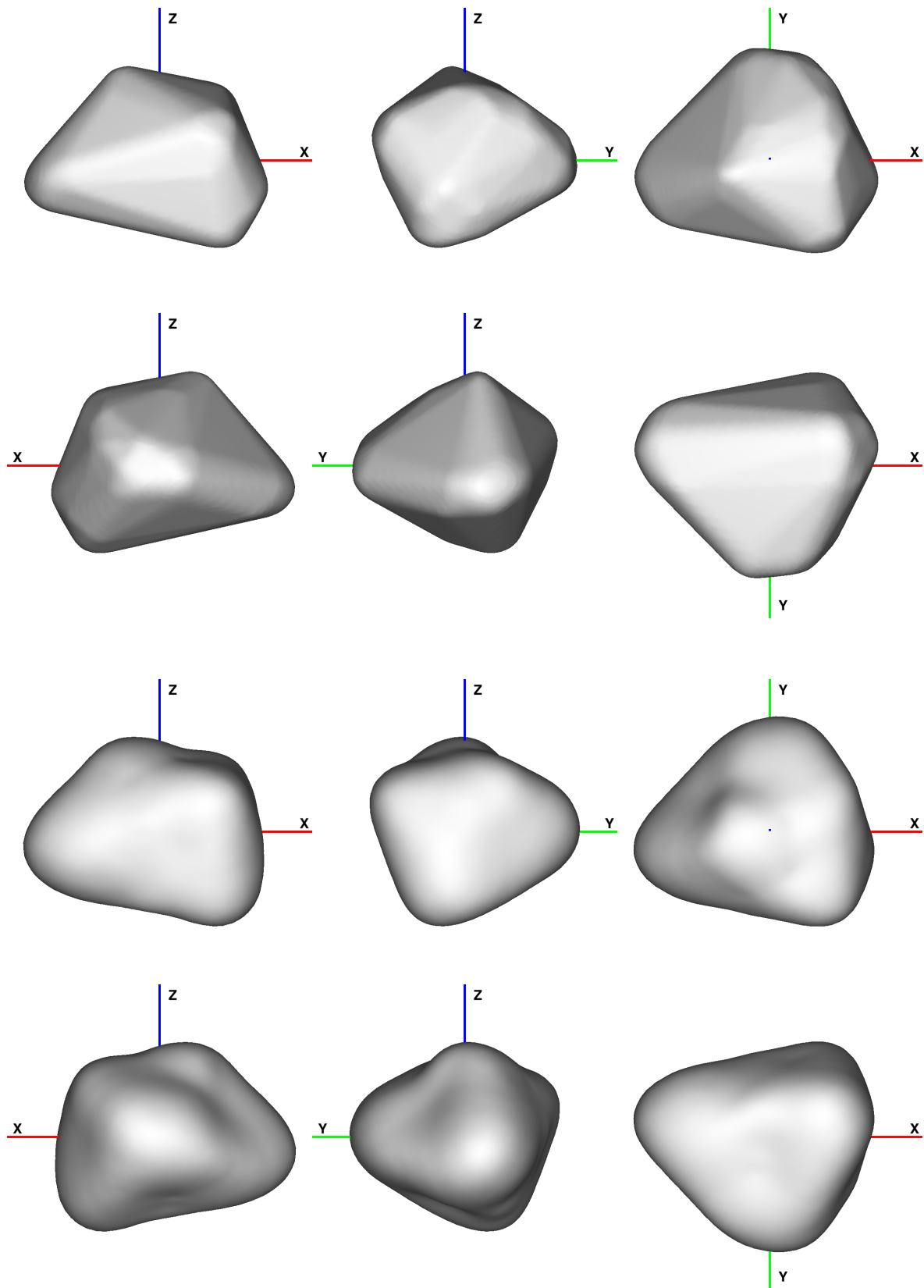
Rys. 3.18 przedstawia mapy różnic topografii modeli (w długościach i szerokościach na powierzchni ciała) naniesionych na modele przedstawione w dwóch arbitralnych rzutach, rozkład rozwiązań bieguna oraz periodogramy. Mapy rozwiązań bieguna są rzutami rozwiązań powstałych w procesie modelowania na płaszczyźnie prostopadłej i przystającej do sfery w punkcie najlepszego rozwiązania. Z prawej i poniżej pokazano przekroje rozwiązań w płaszczyznach prostopadłych. Kolory oznaczają wartości  $\text{RMSD}_{IC}$ , od największych wartości oznaczone kolorem czerwonym, do najmniejszych, oznaczonych kolorem zielonym. Niepewności położenia bieguna w Tab. 3.2 są pólśiami wielkimi elips naniesionych na mapy rozwiązań bieguna. Ich rozmiar jest definiowany przez wariancje rozkładu rozwiązań na płaszczyźnie w osiach  $x$  i  $y$ .



Rysunek 3.14: Rzuty obiektu testowego A (dwa pierwsze rzędy) oraz najlepszego wymodelowanego kształtu (dwa dolne rzędy), dla osi obrotu i zestawu obserwacji z pozycji 3 w Tab. 3.2. Rzuty zrobione są w płaszczyznach  $xz$ ,  $yz$  i  $xy$ .

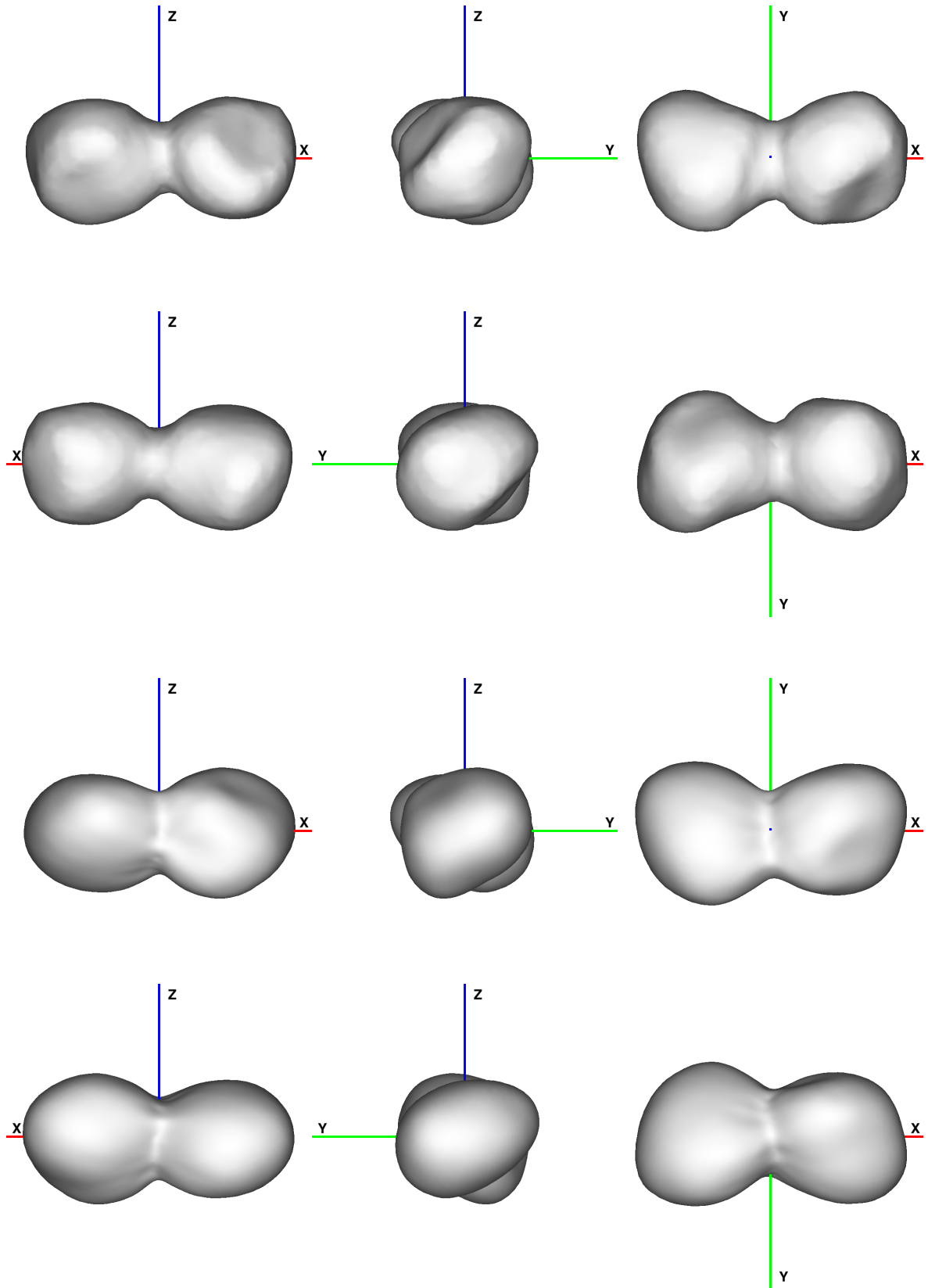


Rysunek 3.15: Rzuty obiektu testowego B (dwa pierwsze rzędy) oraz najlepszego wymodelowanego kształtu (dwa dolne rzędy). Rzuty zrobione są w płaszczyznach  $xz$ ,  $yz$  i  $xy$ .

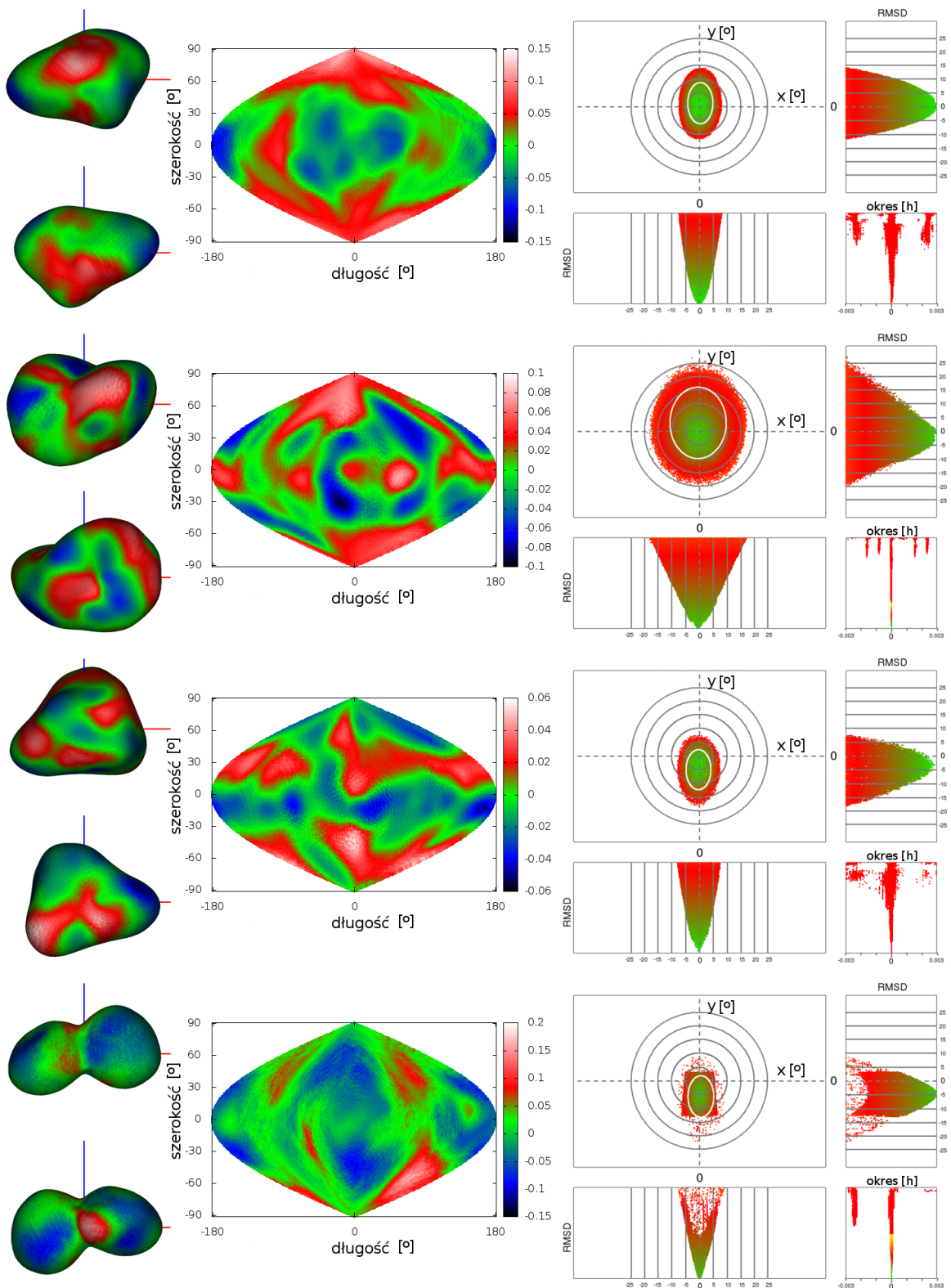


Rysunek 3.16: Rzuty obiektu testowego C (dwa pierwsze rzędy) oraz najlepszego wymodelowanego kształtu (dwa dolne rzędy). Rzuty zrobione są w płaszczyznach  $xz$ ,  $yz$  i  $xy$ .





Rysunek 3.17: Rzuty obiektu testowego D (dwa pierwsze rzędy) oraz najlepszego wymodelowanego kształtu (dwa dolne rzędy). Rzuty zrobione są w płaszczyznach  $xz$ ,  $yz$  i  $xy$ .



Rysunek 3.18: Mapy różnic topografii modeli (środek) naniesionych na modele przedstawione w dwóch arbitralnych rzutach (z lewej), rozkład rozwiązań bieguna (z prawej) i periodogramy (prawy dolny narożnik). Kolory odpowiadają różnicom w odległości elementów powierzchni od środka ciała (opis w tekście).

## Niepewności modeli planetoid

Chcąc poznać strukturę wewnętrzną planetoidy, niezbędna jest znajomość jej gęstości. Ta zaś, w przypadku planetoid pojedynczych, daje się wyznaczyć dzięki znajomości masy oraz objętości. Modele planetoid są podstawą do wyznaczania objętości tych ciał. Ich kształt, który wyjaśnia obserwacje (najczęściej krzywe zmian jasności), może zostać wyskalowany dzięki innym technikom obserwacyjnym, jak zakrycia gwiazdowe, obserwacje w podczerwieni czy optyka adaptacyjna.

W ostatnich dekadach techniki modelowania kształtów planetoid znacznie się rozwinęły. Jednakże, jak dotąd, nie powstała ilościowa metoda oceny niepewności bądź jakości modeli na podstawie danych, z których one powstały. Ocena niepewności jest niezbędna do porównania modeli uzyskanych różnymi algorytmami i oceny ich jakości. Być może jeszcze ważniejsza jest możliwość propagacji niepewności modeli na wyznaczane za ich pomocą kolejne parametry fizyczne. W chwili obecnej, na niepewności rozmiaru obiektów (a co za tym idzie objętości i gęstości) propagowane są jedynie niepewności punktów pomiarowych użytych do skalowania kształtu, np.: niepewność rejestracji czasu zakrycia gwiazdowego, a niepewności samego modelu są całkowicie pomijane. Nawet jeśli nie dysponujemy absolutnymi pomiarami, z których daje się wyznaczyć rozmiary, bezwymiarowy błąd parametrów bądź objętości ma ogromną wartość przy ocenie jakości i porównywaniu modeli.

Jak sugerują testy metody SAGE (Roz. 3.3) poziom zgodności modelu wynikowego z ciałem oryginalnym jest związane z ilością, rozkładem oraz dostępnymi geometriami obserwacji. Sam poziom dopasowania syntetycznych krzywych zmian jasności do obserwacji nie jest wystarczającą metryką do oceny jakości modelu. Prosty przypadek ciała sferycznego obrazuje ten problem. Zakładając jakąkolwiek orientację osi obrotu sferycznej planetoidy krzywe jasności będą miały ten sam kształt i będą tak samo dobrze dopasowane. W innym przypadku, obserwując ciało tylko z jednej strony, jego przeciwległa i nieobserwowana część może rozciągać się daleko od obserwatora, lub być wklęsła. Ma to ogromny wpływ na objętość ciała. Kiedy zestaw danych obserwacyjnych obejmuje jedynie część powierzchni ciała, nie mamy sposobu na określenie, czy dany fragment jest niezbędny do wyjaśnienia obserwacji, czy też jest jedynie artefaktem metody modelowania i sposobu reprezentacji kształtu.

W tym rozdziale opisana została metoda oceny niepewności kształtów planetoid na podstawie fotometrii w zakresie fal widzialnych. Jest to najbardziej obfite źródło obserwacji dla największej grupy planetoid, dlatego warto stworzyć metodę opartą o ten typ danych. Metoda polega na tworzeniu klonów sprawdzanego modelu i akceptowaniu tych znajdujących się poniżej określonego poziomu ufności. Końcowa populacja zaakceptowanych klonów staje się podstawą do wyznaczenia niepewności parametrów. Niepewność danego parametru odzwierciedla zawartość informacji o nim w zestawie danych obserwacyjnych użytych w procesie modelowania.

Wkład autora niniejszej pracy w elementy metody wyznaczania niepewności:

Analiza teoretyczna (z-skala)	100%
Metoda preselekcji obszarów z-skali i orientacji osi rotacji	100%
Generowanie i porównywanie krzywych zmian jasności	100%
Testy metody na sztucznych modelach	100%
Opracowanie algorytmu wyznaczania niepewności	50%

## 4.1. Stosowane metody oceny jakości modeli

Przez brak istnienia zaakceptowanego standardu można spotkać się z wieloma sposobami określenia jakości modeli planetoid. Są to zazwyczaj arbitralne klasyfikacje<sup>1</sup>, które jak zostanie przedstawione poniżej, nie mają wiele wspólnego z niepewnością. Dochodzi tutaj również efekt wyboru ekspertów oceniających modele oraz braku zgodności w stosowanych przez nich kryteriów oceny.

Twórca metody inwersji wypukłych kształtów planetoid, na podstawie doświadczeń zdobytych podczas modelowania planetoid, stwierdził, iż aby uzyskać *przyzwoity* (ang. *decent*) model planetoidy wymagane są obserwacje z co najmniej 3 lub 4 opozycji (Kaasalainen i inni, 2002b). Nie ulega wątpliwości, że ilość krzywych jasności i geometria obserwacji, stosunek sygnału do szumu lub ilość punktów na krzywych jasności, mają wpływ na model, lecz ta reguła jest zbyt ogólna, aby uznać ją za wyznacznik oceny jakości. Reguła trzech opozycji nie uwzględnia ich rozkładu w przestrzeni, ani też związku zawartej ilości informacji z orientacją osi obrotu. Dla przykładu, planetoida z osią rotacji o szerokości  $\beta_0 = \pm 90^\circ$  na orbicie współpłaszczyznowej z orbitą obserwatora, będzie generować zawsze takie same krzywe jasności. Zwiększanie ich ilości pomoże jedynie w zwiększeniu dokładności okresu rotacji i nie przyczyni się do poprawy zgodności kształtu z rzeczywistością. Dla szerokości  $\beta = 0^\circ$  sytuacja wygląda już zupełnie inaczej. Jak widać, wartości parametrów, które staramy się wyznaczyć, wpływają na ocenę ich niepewności i proste, ogólne zasady zawodzą.

Innym sposobem oceny modeli jest wyciąganie wniosków o jakości opartych na poprzednich sukcesach samej metody modelowania. Weryfikując metodę na kilku obiektach uznaje się nie rzadko, że będzie ona dawać wyniki o podobnej jakości za każdym razem. Jest to błędne rozumowanie, z przyczyn już wspomnianych wcześniej: sukces modelowania jest ściśle powiązany z unikatowymi cechami poszczególnych obiektów i obserwacji. Co więcej, nasze możliwości weryfikacji metod są dość mocno ograniczone przez małą liczbę obiektów, dla których istnieją bezpośrednie obserwacje, np.: z sond kosmicznych. Jednym z przykładów jest model planetoidy (951) Gaspra porównany z modelem opartym na danych z bliskiego przelotu sondy Galileo (Kaasalainen i inni, 2002a). Inny przykład stanowi model planetoidy (21) Lutetia oparty o krzywe zmian jasności i optykę adaptacyjną porównany z modelem stworzonym z danych z sondy Rosetta (Cary i inni, 2012) uzyskanych podczas bliskiego przelotu w 2010 roku. Autorzy na podstawie tego porównania wyciągają wniosek, iż dokładność samej metody, jeśli chodzi o wyznaczanie kształtu, wynosi 5%–10%. W pracy Bartczak i Dudziński (2018) porównany został model planetoidy (433) Eros z modelem uzyskanym z danych orbitera NEAR Shoemaker. Takie porównania, choć niezwykle cenne, stanowią nikłą próbkę w stosunku do ogromnej populacji małych ciał Układu Słonecznego i różnorodności cech powierzchni, kształtów i dynamiki obrotu. Należy również zauważyć, że porównania te były wykorzystane do walidacji samych metod, a nie do uzyskania niepewności parametrów modeli odzwierciedlających ilość informacji zawartych w zestawie danych.

Podobną strategią są testy oparte na badaniach laboratoryjnych (Barucci i inni, 1982; Barucci i Fulchignoni, 1982; D’Ambrosio i inni, 1985) bądź w oparciu o testy numeryczne (Bartczak i Dudziński, 2018; Kaasalainen i inni, 2005; Kaasalainen i Torppa, 2001). Można tym sposobem znacznie zwiększyć ilość testowych obiektów i zakres przypadków, jak różnorodność orbit, precyzji danych, cech powierzchni, czy pokrycia fazy rotacji i kątów fazowych. Niemniej jednak, aby w pełni przetestować metody należałoby stworzyć ogromną ilość takich

---

<sup>1</sup>przykładowo kody używane w bazie modeli DAMIT: [https://astro.troja.mff.cuni.cz/projects/asteroids3D/web.php?page=db\\_description](https://astro.troja.mff.cuni.cz/projects/asteroids3D/web.php?page=db_description)

przypadków. Z przyczyn chociażby technicznych jest to bardzo utrudnione, ponadto nikt takiej pełnej analizy nie przeprowadził.

Często do oceny jakości modeli używa się rodziny rozwiązań powstałych przy wielokrotnym modelowaniu tego samego obiektu. Jest to dobry wskaźnik ilości informacji zawartych w zestawie danych wejściowych i często wykorzystywany jest do stwierdzenia sukcesu modelowania. W przypadku metody SAGE wielokrotne modelowanie jest standardowym podejściem stosowanym dla algorytmów genetycznych. Niemożność znalezienia globalnego minimum objawiająca się zróżnicowaną rodziną rozwiązań jest wskaźnikiem niedostatecznej ilości dostępnych informacji. W przypadku metody inwersji wypukłej, stosuje się zasadę oceny modeli o stopniu dopasowania  $\chi^2$  zawierających się w przedziale od najniższego znalezionej  $\chi^2$  do powiększonego o 5% lub 10%. Zasada opiera się o *doświadczenia twórców metody* (Torppa i inni, 2003). Analiza rodziny rozwiązań nie może być uznane za standard, w szczególności, jeśli chcemy porównywać modele powstałe przy użyciu różnych metod modelowania. Nie dochodzi tu do jednorodnego skanowania przestrzeni parametrów w okolicy najlepszego rozwiązania, a rodzina rozwiązań będzie zawsze zawierać efekty stosowanych algorytmów, poczynionych założeń i sposobu reprezentacji modelu użytych w danej metodzie modelowania.

Gdy dysponujemy dodatkowym zestawem danych, innym niż obserwacje fotometryczne, możemy ocenić model na podstawie jego zgodności z takimi danymi uzupełniającymi. Dodatkowe dane okazują się bardzo pomocne przy potwierdzeniu słuszności modelu bądź odrzuceniu jednego z możliwych biegunów (np.: Durech i inni, 2011; Hanuš i inni, 2015b). Nadal jednak możliwość uzyskania niepewności parametrów modeli jest wątpliwa, w szczególności jeśli zaczniemy uwzględniać ograniczenia każdej z technik obserwacji. Zarówno zakrycia gwiazdowe jak i obrazy z optyki adaptacyjnej to dwuwymiarowe rzuty trójwymiarowych kształtów. Wartość tych danych zależy od ilości obrazów i ich jakości (rozdzielczości w przypadku optyki adaptacyjnej i ilość śladów oraz rozdzielczość czasowa pomiarów w przypadku zakryć gwiazdowych).

## 4.2. Rozciągłość modelu wzdłuż osi rotacji

### 4.2.1. Modele oparte o krzywe zmian jasności

Analiza równań metod amplitud i magnitud, stosowanych do tworzenia modeli planetoid o kształtach trójosiowych elipsoid, doprowadziła do intrygujących wniosków na temat ograniczeń wyznaczenia rozciągłości ciała wzdłuż osi rotacji. Zmiana skali modelu w osi  $z$  przekłada się liniowo na jego objętość, i zamierzając stworzyć metodę oceny niepewności modeli planetoid, oraz ich objętości, warto przyjrzeć się temu zagadnieniu bliżej. W dalszej części pracy termin „z-skala” będzie oznaczał rozciągłość modelu wzdłuż osi rotacji, bądź czynnik, o jaki współrzędne  $z$  punktów siatki modelu podstawowego zostały pomnożone.

Jak zauważył Magnusson i inni (1989), model trójosiowej elipsoidy powstały jedynie w oparciu o metodę amplitud będzie miał wyznaczony stosunek półosi  $a/b$  z nieznanym stosunkiem  $b/c$ . Wartość  $b/c$  daje się jednak wyznaczyć w oparciu o metodę magnitud, czyli analizując zmiany jasności absolutnych w funkcji długości ekliptycznej obiektu. Metody amplitud i magnitud wykorzystują informacje o zmianach globalnych cech krzywych jasności oraz poziomu jasności absolutnej. Nowoczesne metody zaś starają się kreować modele, które wyjaśniają wszystkie cechy krzywych jasności. Informacje o zmianach jasności absolutnych nie są w nich wykorzystywane, lecz zmiana z-skali modelu, może wpłynąć nie tylko na jasności absolutne, ale również na przebieg krzywych zmian jasności. Można zatem argumentować, iż takie metody powinny być w stanie stworzyć modele o poprawnej z-skali. Jak zostanie poka-

zane, sukces modelowania w zakresie określenia z-skali silnie zależy od nachylenia osi rotacji obiektu (co definiuje dostępne geometrie obserwacji) oraz precyzji danych obserwacyjnych.

W celu zilustrowania problemu wykonane zostały syntetyczne obserwacje dwóch modeli trójosiowych elipsoid o jednakowym stosunku  $a/b = 1.25$ , lecz różnym stosunku  $b/c$ . W jednym przypadku wynosił on 1, w drugim 2. Obserwacje syntetyczne były stworzone dla zerowego kąta fazowego dla całego zakresu możliwych długości ekliptycznych  $\lambda_{obs} \in [0^\circ; 360^\circ)$ , co odzwierciedla jednostajne obserwacje podczas jednego obiegu ciała wokół źródła światła. Zmianie ulegała szerokość ekliptyczna nachylenia osi rotacji  $\beta_0 \in [-90^\circ; 90^\circ]$ . Użyte zostało prawo odbicia światła Lommel-Seeliger. Po stworzeniu obserwacji obliczona została średnia różnica kwadratowa (Rów. 2.1) między krzywymi zmian jasności. Ten sam eksperyment został powtórzony dla modelu planetoidy (9) Metis stworzonej za pomocą metody SAGE. Zastosowano dla niego dwie z-skale: 0.66 oraz 1.33. Wyniki przedstawiono na Rys. 4.1.

Zarówno w przypadku elipsoid jak i modeli (9) Metis, model o większej z-skali ma dwukrotnie większą objętość niż model spłaszczony. Mimo tak ogromnej różnicy w objętości, różnice krzywych zmian jasności są niewielkie. RMSD w przypadku elipsoid sięga 0.02 mag oraz 0.04 mag w przypadku (9) Metis. Różnice są niezwykle małe jeśli porównamy je z typową precyzją dostępnej fotometrii, która wynosi około 0.01 mag. Co więcej, tylko niektóre obszary przestrzeni parametrów gwarantują różnice na wykrywalnym poziomie. Obserwacje muszą być prowadzone dla sprzyjających długości ekliptycznych, a tylko niektóre wartości orientacji osi rotacji gwarantują szanse na sukces. Kształt orbit i okres orbitalny Ziemi oraz planetoidy ograniczają zasadniczo możliwości obserwacji w sprzyjających momentach czasu. Wszystko to sprawia, że modele oparte jedynie o krzywe zmian jasności są w większym bądź mniejszym stopniu obciążone niepewnością z-skali. Niestety, fakt ten nie jest dyskutowany w literaturze, brany pod uwagę przy ocenie jakości modeli oraz wyliczeń objętości i gęstości na ich podstawie.

#### 4.2.2. Zmiany jasności absolutnej

Analizując zmiany jasności absolutnych planetoidy możemy wydobyć informacje o rozciągłości ciała wzdłuż osi rotacji. Jak pouczają nas równania pozwalające na obliczenie jasności trójosiowej elipsoidy, jasność absolutna jest funkcją aspektu. Zmiany jasności wynikają z różnicy między stosunkami półosi  $a/b$  i  $b/c$ , która zostaje odzwierciedlona w obserwacjach prowadzonych dla różnych aspektów. Największa zmienność aspektu pojawia się dla szerokości osi obrotu  $\beta_0 = 0^\circ$ , i dąży do 0, kiedy wartości  $\beta_0$  zbliżają się do  $\pm 90^\circ$ . Zdolność określenia  $b/c$  wynika z faktu, że dla pewnych obserwacji obserwujemy planetoidę patrząc prostopadłe na półosie  $a$  oraz  $b$  (od biegunów), a dla innych patrząc na półosie  $a$  lub  $b$  oraz  $c$  (od równika).

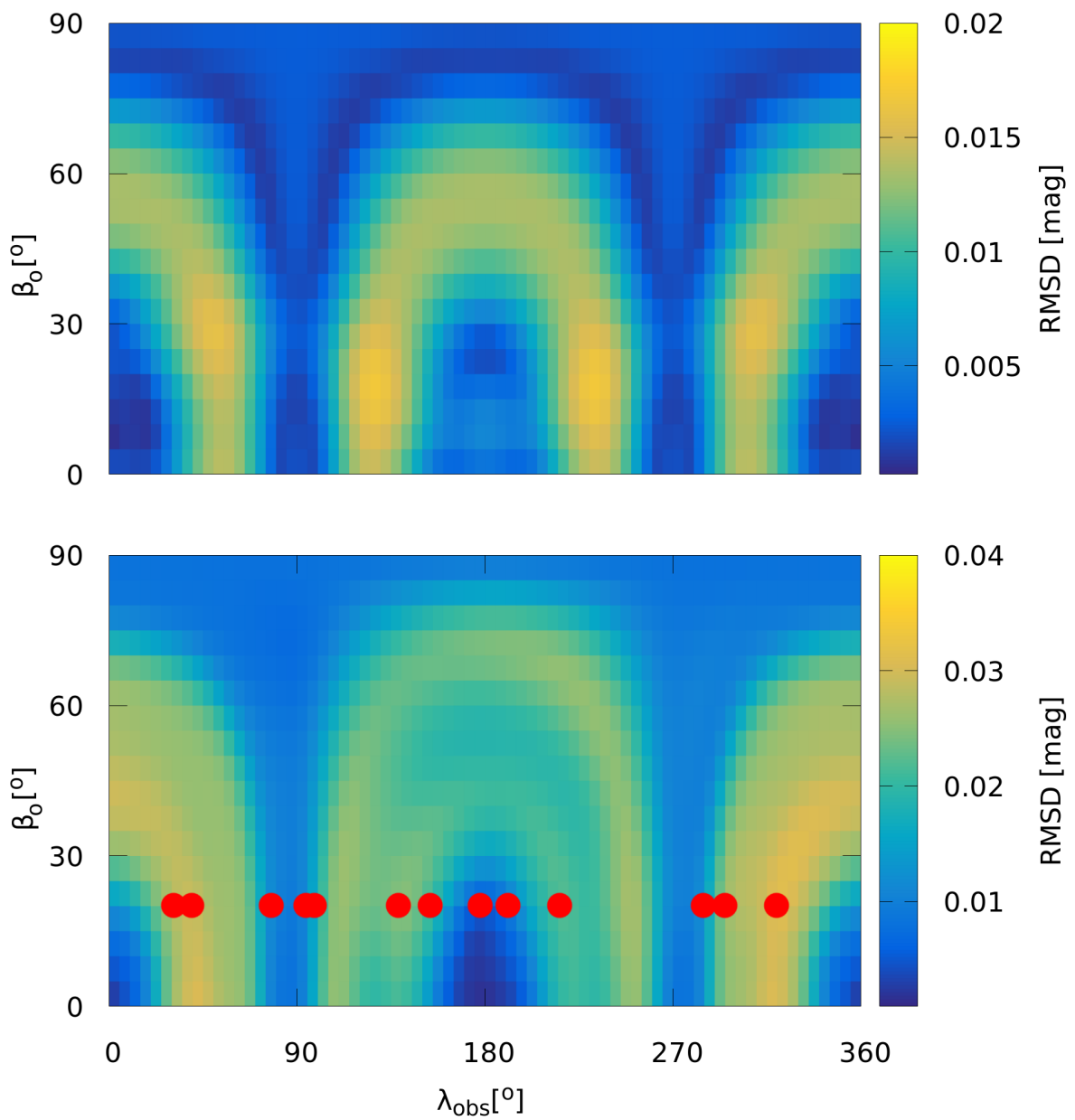
Akceptując konkluzję, że zdolność określenia stosunku półosi  $b/c$  (i co za tym idzie z-skali i objętości) zależy przede wszystkim od zakresu aspektów, spróbujmy wyciągnąć wnioski na temat niepewności objętości dla populacji planetoid w Układzie Słonecznym. Posłużymy się formalizmem użytym przez Zappalą (1981). Różnica jasności absolutnej  $\Delta H$  między obserwacją dla aspektu  $90^\circ$  (patrząc prostopadłe na równik) i aspektu  $\xi$ , można wyrazić następująco:

$$\Delta H = H(90^\circ) - H(\xi) = 2.5 \log d, \quad (4.1)$$

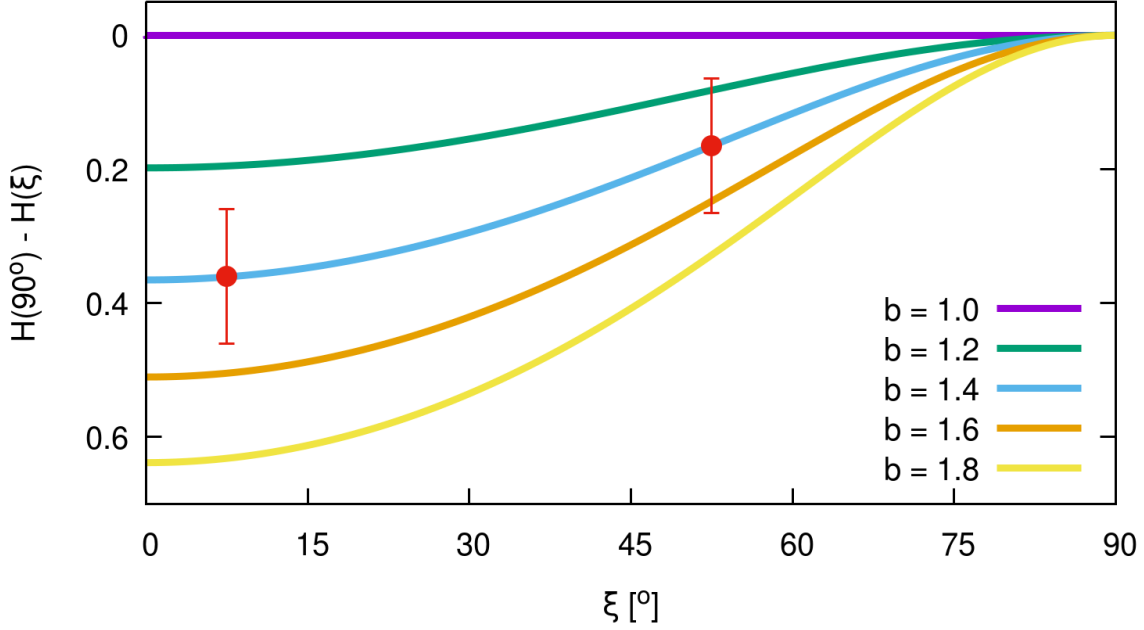
gdzie

$$d = \sqrt{b^2 \cos^2(\xi) + \sin^2(\xi)} \quad (4.2)$$

to pole powierzchni przekroju trójosiowej elipsoidy oglądanej pod aspektem  $\xi$ . Różnica między wprowadzonym już Rów. 1.3 polega na tym, że długość półosi  $c$  przyjmujemy tutaj jako równą 1. Długość półosi  $b$  jest wtedy tożsama ze stosunkiem  $b/c$ .



Rysunek 4.1: Wykres różnic między krzywymi jasności trójosiowych elipsoid o  $a/b = 1.25$  oraz  $b/c = 1$  oraz 2 (góra), oraz modelu (9) Metis przeskalowanych w osi  $z$  o 0.66 oraz 1.33 (dół). Modele były obserwowane pod różnymi długościami ekliptycznymi  $\lambda_{obs}$  i dla różnych szerokości orientacji osi rotacji  $\beta_0$ . Czerwonymi kropkami zaznaczono rzeczywiste obserwacje planetoidy (9) Metisbrane pod uwagę podczas tworzenia modelu.



Rysunek 4.2: Wykres różnicy jasności absolutnej między obserwacją dla aspektu  $90^\circ$  i aspektu  $\xi$  (Rów. 4.1) dla trójosiowych elipsoid o różnych długościach półosi  $b$ . Czerwonym kolorem zaznaczono przykładowe punkty pomiarowe o precyzji pomiaru  $\delta m = 0.1$  mag.

Kiedy pominiemy długość węzła wstępującego  $\Omega$  orbity planetoidy oraz założymy, że obiekt może być obserwowany w dowolnej długości ekliptycznej  $\lambda_{obs}$ , zauważymy, że obserwacje z aspektem  $90^\circ$  są możliwe dla każdego obiektu. Zakres aspektów zależy zaś od nachylenia osi obrotu oraz orbity do płaszczyzny orbity obserwatora. Na Rys. 4.2 przedstawiono wykresy Rów. 4.1 dla ciał o różnych wartościach parametru  $b$ . Na wykres naniesiono punkty z błędami równymi  $\delta m = 0.1$  mag. Wartość ta jest typową precyzją punktów pomiarowych z przeglądów nieba (Hanuš i inni, 2011), które są głównym źródłem jasności absolutnych planetoid.

Z powodu symetrii rozwiązań w dalszych rozważaniach aspekty zostały znormalizowane do zakresu  $[0^\circ; 90^\circ]$ . Wykorzystując relację wyrażoną przez Rów. 4.1 do określenia wartości parametru  $b$  zauważymy, że precyzja pomiaru jasności absolutnej wprowadza pewien poziom niepewności, co dalej skutkuje w niepewności objętości trójosiowej elipsoidy. Możliwość obserwacji pod aspektem mniejszym niż  $90^\circ$  jest uzależniona od szerokości osi rotacji  $\beta_0$ . W zależności od orientacji osi obrotu, istnieje minimalna wartość aspektu  $\xi_{min}$  osiągalna dla danego obiektu. Im mniejszy zakres dostępnych aspektów, tym większa niepewność wyznaczonej wartości parametru  $b$  oraz objętości. Oszacujmy zatem niepewność objętości obliczonej z dwóch punktów pomiarowych dla  $\xi = 90^\circ$  oraz  $\xi_{min}$ . Niepewność objętości będzie brała się z maksymalnej i minimalnej wartości  $b$  jakie możemy uzyskać w ramach precyzji obserwacji  $\delta m$ . Zakresy wartości parametru  $b$ , tj.  $b_+$  i  $b_-$ , uzyskamy z równania

$$2.5 \log d \pm \delta m = 2.5 \log d'. \quad (4.3)$$

Rozwiązując to równanie na  $b'$ , uzyskamy skrajne wartości

$$b'_{\pm} = b^2 \cdot 10^{\pm 0.8\delta m} + (10^{\pm 0.8\delta m} - 1) \tan^2(\xi_{min}). \quad (4.4)$$



Jedyną różnicą między dwiema porównywanymi elipsoidami jest długość półosi  $b$ , stąd względną niepewność objętości  $u(V)/V$  uzyskamy następująco:

$$u(V)/V = \frac{b'_+ + b'_-}{b}. \quad (4.5)$$

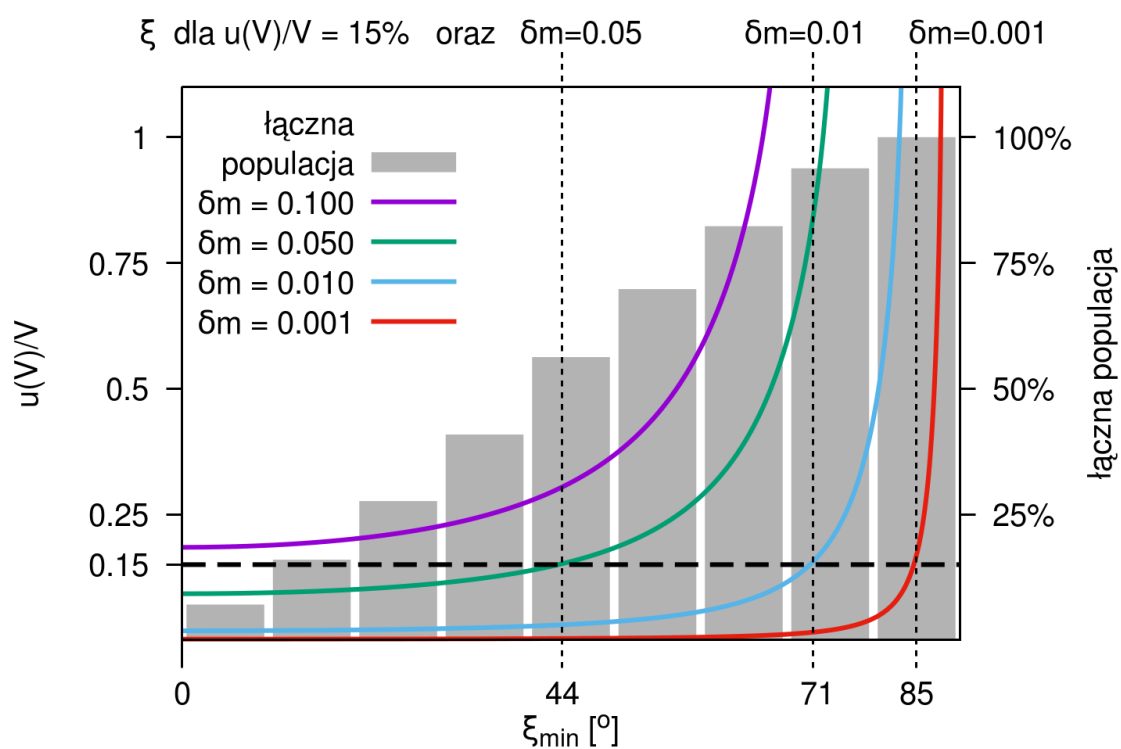
Teraz możemy przystąpić do oszacowania niepewności objętości populacji planetoid w Układzie Słonecznym. W tym celu obliczone zostały minimalne osiągalne aspekty  $\xi_{min}$  dla próbki planetoid o znanych osiach rotacji, zaczerpniętych z bazy danych *Asteroid Spin Vectors* (Kryszczyńska i inni, 2007). Należy pamiętać, że orientacje osi obrotu są wyznaczone na podstawie modelowania kształtów i są uzyskane dla obiektów dostępnych obserwacyjnie i posiadających znaczną ilość dobrej jakości obserwacji, co prowadzi do powstania efektu selekcji (Marciniak i inni, 2015). Informacja o nachyleniu orbity do płaszczyzny ekliptyki również została uwzględniona. Przy obliczeniach pominięte zostały długości węzłów wstępujących  $\Omega$ , długości osi rotacji  $\lambda_0$ , oraz założono, że obiekty mogą być obserwowane dla dowolnych długości  $\lambda_{obs}$ .

Rys. 4.3 przedstawia zależność względnej niepewności objętości od minimalnego osiągalnego aspektu dla trójosiowej elipsoidy o półosi  $b = 1.2$ . Kolorowymi liniami oznaczono zależności dla różnych precyzji punktów pomiarowych. Na wykres naniesiono łączną populację planetoid, dla których  $\xi_{min}$  jest osiągalne. Dla typowej precyzji obserwacji 0.1 mag, mając dostępny pełny zakres aspektów, jesteśmy w stanie wyznaczyć objętość na poziomie 18%. 100% niepewność osiągniemy przy  $\xi_{min} = 67^\circ$ .

Powołując się na pracę Carry (2012), kiedy masa planetoidy jest dobrze znana, tj. ze względną precyzją na poziomie 20%, wyznaczony rozmiar planetoidy ma główny przyczynek do niepewności gęstości. Określenie objętości z niepewnością na poziomie 15% (pozioma przerywana linia na Rys. 4.3) jest niezbędne dla uzyskania użytecznych gęstości. Z analizy wynika, że przy precyzji obserwacji na poziomie 0.1 mag, nie jest możliwe wyznaczenie objętości z taką niepewnością dla żadnego obiektu. Zwiększając precyzję obserwacji do 0.05 mag odsetek ten wynosi już 45% przy minimalnym aspekcie  $44^\circ$  (pionowa przerywana linia na Rys. 4.3). Przy precyzji 0.01 mag odsetek wynosi 88% przy minimalnym aspekcie  $71^\circ$ .

Przedstawione oszacowanie precyzji objętości jest zgrubne i zostało zbudowane w oparciu o model trójosiowej elipsoidy. Mimo to, ukazuje ograniczenia samych geometrii obserwacji. Należy pamiętać, że negatywny wpływ na wyznaczanie z-skali mają również niedokładność wyznaczenia okresu rotacji grający rolę przy porównywaniu modeli do pomiarów jasności absolutnych, które są zazwyczaj pomiarami rzadko rozrzuconymi w czasie (*ang. sparse-in-time*). Dane z misji Gaia mogą znacząco polepszyć dokładności objętości, jeśli precyzja pomiarów jasności będzie na przewidywanym poziomie 0.001 mag. Niestety, precyzja zależy mocno od indywidualnych cech planetoid, i na tym poziomie będzie osiągalna jedynie dla ograniczonej grupy obiektów (Spoto i inni, 2018). Inne techniki obserwacyjne dostarczające absolutne rozmiary planetoid, jak zakrycia gwiazdowe czy obrazy z optyki adaptacyjnej, również mogą posłużyć do określenia z-skali modeli, lecz podobnie ich użyteczność zależy od aspektów, dla których obserwacje zostały przeprowadzone.

Niepokojący jest fakt, że większość modeli planetoid jest tworzona w oparciu jedynie o krzywe zmian jasności i ogromny problem, jakim jest ograniczona możliwość wyznaczenia z-skali, nie jest brany pod uwagę podczas estymacji objętości i gęstości. Carry (2012) stwierdza, iż precyzja rozmiarów większości planetoid jest na poziomie poniżej 10%. W świetle przedstawionych wyników, to stanowisko musi zostać zrewidowane, jak również wartości niepewności gęstości uzyskanych na podstawie modeli planetoid z metod inwersji, które z dużym prawdopodobieństwem są niedoszacowane.



Rysunek 4.3: Względna precyzja objętości  $u(V)/V$  dla minimalnego osiągalnego aspektu  $\xi_{min}$  (kolorowe linie) oraz łączna populacja planetoid, dla których dany aspekt jest osiągalny (szare słupki). Pozioma przerywana linia pokazuje poziom 15% względnej precyzji objętości. Pionowe linie przerywane zaznaczają aspekty, dla których 15% poziom precyzji objętości jest osiągalny przy założonej precyzji pomiarów jasności  $\delta m = 0.05, 0.01$  oraz  $0.001$  mag.

### 4.3. Metoda wyznaczania niepewności modeli planetoid

Głównym celem metody oceny niepewności jest analiza wrażliwości modeli planetoid i stworzenie stochastycznego modelu opartego na klonach. Metoda jest niezależna od metody inwersji użytej do stworzenia modelu i wykorzystuje dane fotometryczne z zakresu fal widzialnych, tj. krzywe zmian jasności oraz pomiary jasności absolutnej.

#### 4.3.1. Konwersja kształtu

Różne metody inwersji mogą używać różnych reprezentacji kształtu. Najczęściej spotyka się siatkę punktów w przestrzeni trójwymiarowej ze zdefiniowanymi na nich trójkątnymi ściankami. Jednakże ilość elementów powierzchni i dystrybucja ich rozmiarów mogą również znacznie się różnić, nie tylko pomiędzy metodami, ale samymi modelami. Metoda oceny niepewności w dużej mierze opiera się o zaburzenie powierzchni modelu, stąd wymagana jest równomierność rozmiarów trójkątów i rozłożenia punktów siatki modelu. Z tego względu, pierwszym etapem metody jest redefinicja modelu kształtu.

Aby zmniejszyć ilość potrzebnych parametrów do opisu kształtu, wierzchołki modelu leżą wzdłuż półprostych o początku w środku masy ciała (patrz Roz. 2.2.2). 3842 półproste są równomiernie rozłożone w przestrzeni i obliczana jest punkt przecięcia każdej z nich z powierzchnią modelu. Zbiór punktów stanowi nową siatkę wierzchołków, na której opisane są nowe trójkąty. Ten prosty zabieg jest wystarczający dla większości modeli. Układ współrzędnych modelu nie jest modyfikowany, a krzywe jasności generowane przez model po konwersji są takie same, jak modelu oryginalnego.

#### 4.3.2. Określenie poziomu ufności

Poziom ufności jest podstawą do zaakceptowania bądź odrzucenia klonów badanego modelu. Dla danego zestawu obserwacji używanego do oceny niepewności obliczane jest referencyjne wagowane odchylenie średniokwadratowe syntetycznych i rzeczywistych obserwacji modelu podstawowego:

$$RMSD_{ref} = \sqrt{\frac{\sum_i w_i (O_i - C_i)^2}{N \sum_i w_i}}, \quad (4.6)$$

gdzie  $O$  to zaobserwowana, a  $C$  syntetyczna wartość jasności planetoidy dla momentu czasu  $i$ ,  $N$  oznacza całkowitą ilość punktów,  $w_i$  to waga punktu związana z precyzją pomiarową, tj.  $w_i = 1/\sigma^2$ , gdzie  $\sigma$  oznacza odchylenie standardowe.

Następnie obliczany jest błąd standardowy:

$$\mathcal{E} = \frac{RMSD_{ref}}{\sqrt{N - n}}, \quad (4.7)$$

gdzie  $n$  to ilość parametrów swobodnych modelu. Klony, aby zostać zaakceptowane, muszą spełniać równanie

$$RMSD_k \leq RMSD_{ref} + \mathcal{E}, \quad (4.8)$$

gdzie  $RMSD_k$  to odchylenie średniokwadratowe syntetycznych obserwacji klona. Reasumując, populacja zaakceptowanych klonów składać się będzie z modeli, które pasują do obserwacji tak samo dobrze, bądź lepiej, niż model podstawowy, w zakresie określonym przez błąd standardowy.

Wartość RMSD jest sumą odchyłeń liczonych osobno dla krzywych zmian jasności oraz fotometrii absolutnej. Do porównania krzywych jasności generowane są odpowiadające obserwacjom syntetyczne krzywe. Przez brak informacji o jasności absolutnej, ich średni poziom

jasności jest następnie ustawiany na tym samym poziomie co średnia jasność obserwacji, po czym obliczana jest wartość RMSD.

Fotometria absolutna jest porównywana w inny sposób. Na wstępie usuwane są dane o kątach fazowych mniejszych niż  $8^\circ$ . Obserwacje bliskie opozycji wykazują silne nieliniowe pojaśnienie, które zależy od typu widmowego i cech powierzchni planetoidy (Belskaya i Shevchenko, 2000; Muinonen i inni, 2010). Z punktu widzenia oceny niepewności modeli, ta część krzywej fazowej nie zawiera dodatkowych, cennych informacji w porównaniu z liniową częścią krzywej fazowej. Usunięcie tej części danych zminimalizuje zaś niebezpieczeństwo złego dopasowania krzywej fazowej i negatywnego wpływu na wyniki.

Do liniowej części krzywej fazowej jest dopasowywana funkcja  $Ax + B$ , osobno dla obserwacji rzeczywistych i syntetycznych. Do wszystkich obserwacji rzeczywistych jednocześnie dopasowywane jest współczynniki kierunkowy  $A$ . Przesunięcie  $B$  jest obliczane osobno dla każdej z opozycji. Wartość RMSD jest wynikiem porównania między parametrami  $B$  z rzeczywistych i syntetycznych obserwacji. Poprawna z-skala modelu minimalizuje tę wartość.

### 4.3.3. Zaburzenia powierzchni

Kluczowym elementem metody jest losowe zaburzenie powierzchni ciała podstawowego poprzez zmianę położenia wierzchołków. Generowane klony są efektem splotu masek zmian powierzchni i modelu podstawowego. Zestaw masek może być zastosowany dla dowolnego ciała i jest obliczany jednorazowo. Dzięki temu można zadbać o równomierność zmian powierzchni w obliczeniowo wydajny sposób.

Zmiany pozycji wierzchołków nie są niezależne od siebie. Generowane są wzniesienia oraz wklęsłości o różnych kształtach oraz rozmiarach. Wpierw, wektor  $\mathbf{v}_i$  jest losowo wybierany spośród wierzchołków i losowo zmieniana jest jego odległość od środka ciała w zakresie 0.5 do 1.5 pierwotnej odległości. Następnie, wszystkie wierzchołki zostają również modyfikowane, aby uzyskać gładką powierzchnię o pożądanym kształcie. Zdefiniujmy kąt pomiędzy wektorami opisującymi dwa wierzchołki  $\mathbf{v}_i$  oraz  $\mathbf{v}_j$  jako  $\alpha_{ij}$ . Równanie określające nowe położenie wierzchołka  $\mathbf{v}'_j$  ma postać

$$\mathbf{v}'_j = v_j A \sin(\alpha_{max}/2) \exp(-2k\alpha_{ij}/\alpha_{max}), \quad (4.9)$$

gdzie amplituda  $A \in [-0.25, 0.7]$ , kąt maksymalny  $\alpha_{max} \in [50^\circ, 90^\circ]$  oraz współczynnik  $k \in \{1, 2, 3\}$  to liczby losowe.

W efekcie powstaną wzniesienia i wklęsłości o losowej wysokości, szerokości podstawy i kształcie. Amplituda  $A \sin(\alpha_{max}/2)$  określa stosunek podstawy do wysokości, a zakres przyjmowanych przez nią wartości wyklucza powstawanie spiczastych górów oraz głębokich i podłużnych dziur. Każda z masek posiada od 1 do 30 modyfikacji. Generowanych jest  $\times 10^6$  masek.

Zmiany pozycji każdego wierzchołka w zestawie masek są losowe, lecz powinny mieć jednorodny rozkład, aby nie wprowadzać sztucznych tendencji w populacji klonów. Aby to osiągnąć, dana wartość amplitudy zmian dla danego wierzchołka może pojawić się ustaloną ilość razy. W efekcie, prawdopodobieństwa zmian pozycji wierzchołków o daną wartość mają taki sam rozkład. Dla całego zestawu masek, wariancje rozkładów gęstości prawdopodobieństwa pozycji wierzchołków nie różnią się od siebie o więcej niż 0.1%, co stanowi zadowalający poziom homogeniczności.

### 4.3.4. Procedura liczenia niepewności

Modyfikacja modelu podstawowego jest realizowana na trzech płaszczyznach: kształtu, z-skali oraz orientacji osi obrotu. Permutacja wszystkich masek zmian powierzchni ze zmia-

nami pozostałych parametrów wygenerowałaby ogromną ilość klonów. Obliczenie syntetycznych obserwacji dla nich wszystkich byłoby obliczeniowo niewykonalne w rozsądnym czasie. Dlatego też proces został podzielony na dwa etapy.

W pierwszym etapie zmieniane są jedynie: z-skala w zakresie  $[0.5; 1.5]$  oraz współrzędne osi obrotu  $\lambda_0$  i  $\beta_0$  w zakresie  $\pm 30^\circ$  od nominalnych wartości. Syntetyczne obserwacje dla powstałych klonów są testowane przez równanie

$$RMSD_k \leq RMSD_{ref} + 3\mathcal{E}. \quad (4.10)$$

Powstały zestaw klonów spełniający powyższy warunek jest użyty do preselekcji obszarów parametrów z-skali,  $\lambda_0$  oraz  $\beta_0$ . Zaburzenia powierzchni wprowadzane przez splot masek generuje zmiany objętości modelu na dużo mniejszym poziomie (rzędu kilku procent) niż zmiana z-skali, dlatego proces preselekcji jest uzasadniony. Dzięki jego zastosowaniu znacząco zredukowana zostaje ilość potrzebnych obliczeń w całym procesie oceny niepewności modelu. Wynikiem pierwszego etapu jest lista trójek (z-skala,  $\lambda_0$ ,  $\beta_0$ ), które pochodzą od klonów spełniających warunek 4.10.

W drugim etapie wszystkie elementy są łączone. Najpierw generowane jest zaburzenie powierzchni poprzez splot siatki punktów modelu podstawowego oraz maski zaburzeń. Następnie, oś obrotu i z-skala zmieniane są zgodnie z wartościami z losowej trójki z listy powstałej w pierwszym etapie. W ten sposób powstaje  $1.3 \times 10^6$  klonów, które poddane zostają selekcji określonej Rów. 4.8. Klony spełniające ten warunek stanowią zbiór zaakceptowanych klonów użyty do oceny niepewności parametrów modelu podstawowego. Niepewności parametrów kształtu i osi rotacji to zakresy tych wartości występujące w populacji klonów. Jako że wklęsłości i wzniesienia mają wyraźnie inny wpływ na krzywe zmian jasności, niepewności parametrów rozpatrywane są osobno poniżej i powyżej wartości nominalnych.

## 4.4. Propagacja błędów parametrów modelu

### 4.4.1. Objętość

Modele planetoid uzyskane na podstawie krzywych zmian jasności nie posiadają fizycznej skali wielkości. Pozycje wierzchołków (i ich niepewności) są wyrażane w jednostkach długość najdłuższego wektora  $R_{max}$ , objętość zaś w jednostkach  $R_{max}^3$ . Dla wygody możemy znormalizować model tak, aby  $R_{max} = 1$ . Niepewność objętości pochodzi z zakresu objętości znalezionej w zbiorze zaakceptowanych klonów.

Klony, tak jak model podstawowy, są bezwymiarowe. Mimo to, informacja na temat zakresu objętości jest możliwa do obliczenia w oparciu o ilość odbitego światła od powierzchni klona w porównaniu do modelu podstawowego. Zobrazujmy to prostym przykładem trójosiowej elipsoidy i pojedynczym punktem pomiaru jasności w opozycji, kiedy półoś  $a$  skierowana jest do obserwatora, a półoś  $b$  i  $c$  skierowane są prostopadle. Rozpatrzmy klon tego modelu, w którym jednakowo zwiększono wartości wszystkich półosi. Jego jasność będzie większa niż modelu wyjściowego. Porównując ilość światła, możemy przeskalować klon tak, aby jego jasność pokrywała się z jasnością wyjściową. Oczywiście, w efekcie otrzymamy klon identyczny do modelu podstawowego i różnica objętości będzie wynosić 0. Kształt krzywej zmian jasności nie zmieni się podczas równomiernego skalowania modelu, więc nie możemy uznać, że mamy do czynienia z jakościowo innym modelem.

Jednakże, jeśli zwiększymy tylko półoś  $a$  modelu, jasność nie zmieni się jeśli posługujemy się geometrycznym prawem odbicia (bądź zmieni się nieznacznie używając bardziej skomplikowanego prawa). Nie ma zatem powodu, aby skalować taki klon (albo istnieje powód do

drobnej zmiany). Klon ma zatem większą objętość niż model podstawowy. Sytuacja odwróciła by się, gdybyśmy zwiększyli półosie  $b$  i  $c$  nie zmieniając półosi  $a$ : wynikowy klon miałby mniejszą objętość.

Jeśli rozpatrzmy nie pojedynczy punkt pomiarowy, a całe krzywe jasności, dodatkowe obserwacje z różnych pozycji i dla różnych kątów fazowych i aspektów, sytuacja szybko znacznie się skomplikuje. Populacja zaakceptowanych klonów tworzona w procesie oceny niepewności niesie informacje na temat objętości, która jest wynikiem wszystkich efektów związanych między innymi z geometriami obserwacji i pokryciem fazy rotacji.

#### 4.4.2. Skala

Skalowanie modelu do rozmiarów wyrażonych w jednostkach fizycznych może odbyć się poprzez dopasowanie modelu do obserwacji absolutnych, jak zakrycia gwiazdowe czy obrazy optyki adaptacyjnej. Skala może być rozumiana jako wartość  $R_{max}$ . Objętość i jej niepewność można wyrazić poprzez

$$V_m = V' S^3 \pm u(V_m), \quad (4.11)$$

gdzie  $V'$  oznacza bezwymiarową objętość ciała, a  $u(V_m)$  niepewność objętości.

Źródłem niepewności objętości jest niewątpliwie precyzja pomiarów absolutnych (np.: rozdzielczość czasowa pomiarów momentów zakrycia i odkrycia gwiazdy przez planetoidę). Kolejnym źródłem niepewności, który jest w literaturze całkowicie pominięty, jest niepewność parametrów samego modelu. To, w jaki sposób model zostanie dopasowany do obserwacji, zależy od wartości samych parametrów modelu. Oba źródła niepewności muszą być brane pod uwagę aby uzyskać realistyczną niepewność skali, objętości czy gęstości.

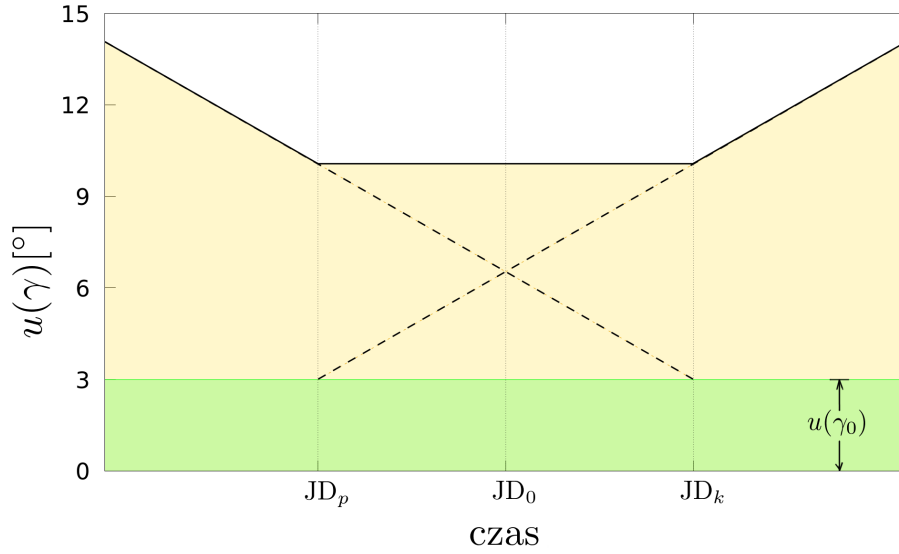
Przykładowo, jeśli dopasowujemy obrys modelu rzucony na powierzchnię Ziemi do linii zakryć gwiazdowych, pozycje brzegu modelu nie powinny mieć ustalonej deterministycznej pozycji. Bazując na populacji klonów można stworzyć obrys, którego punkty mają rozkład gęstości prawdopodobieństwa uzyskany poprzez rzutowanie wszystkich zaakceptowanych klonów. W ten sposób, przy dopasowaniu skali można uwzględnić oba źródła niepewności.

Obserwacje w podczerwieni są z dużym powodzeniem używane do skalowania modeli. Te dane są mało wrażliwe na szczegółowe cechy powierzchni (Hanuš i inni, 2015b), ale przez to, że są to pomiary jasności absolutnych, są wrażliwe na rozciągłość ciała wzdłuż osi rotacji i orientację osi obrotu. Przy skalowaniu modeli można wykorzystać informacje o zakresie z-skali oraz niepewności  $\lambda_0$  i  $\beta_0$  w celu lepszego dopasowania modelu do danych termicznych oraz do uwzględnienia błędu samego modelu w wynikowej skali.

#### 4.4.3. Okres rotacji i faza rotacji

Okres rotacji  $P$  oraz faza rotacji  $\gamma_0$  dla epoki odniesienia  $JD_0$  są zawsze dopasowywane do zestawu danych obserwacyjnych. Każdy klon ma osobno dopasowane wartości tych parametrów, a ich niepewności zależą od precyzji i ilości punktów pomiarowych oraz ich rozpiętości w czasie. Zakresy wartości  $P$  i  $\gamma_0$  dopasowanych do zaakceptowanych klonów stanowią niepewności tych parametrów. Aby uzyskać niepewność fazy rotacji na dowolną epokę należy zsumować niepewność fazy rotacji dla epoki odniesienia i niepewność fazy rotacji wynikającą z niepewności okresu rotacji.

Okres rotacji jest dopasowywany do wszystkich obserwacji jednocześnie, dlatego niepewność fazy rotacji powinna być stała wewnątrz interwału czasu pomiędzy pierwszą a ostatnią obserwacją. Poza tym interwałem niepewność fazy rotacji rośnie liniowo w obu kierunkach osi czasu. Do obliczenia niepewności fazy rotacji spełniającej te warunki można zdefiniować epokę



Rysunek 4.4: Przykładowy wykres niepewności fazy rotacji  $u(\gamma)$  dla: zakresu czasu  $\Delta T = 38.5$  roku, niepewności okresu rotacji  $u(P) = 1.5 \times 10^{-6}$  h, niepewności fazy rotacji dla epoki odniesienia  $u(\gamma_0) = 3^\circ$ .

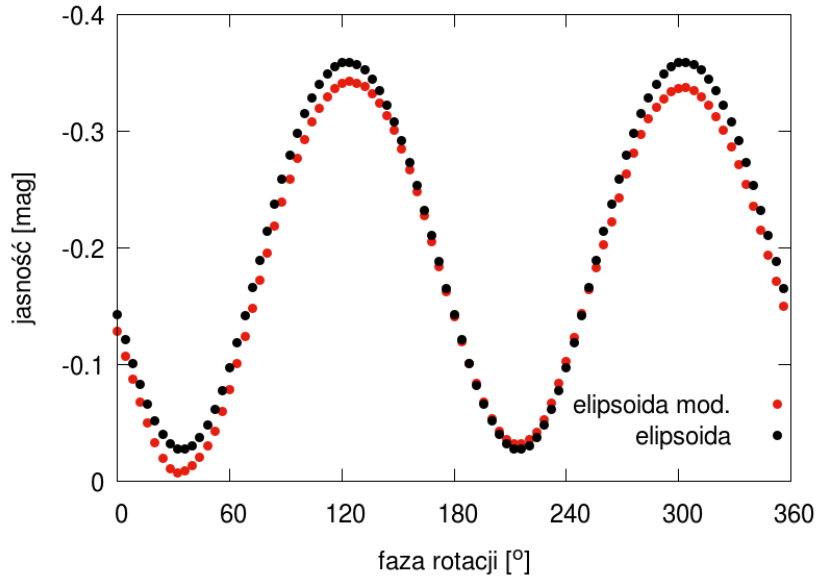
odniesienia tak, aby znajdowała się w połowie odległości między epoką pierwszej obserwacji  $JD_p$  a ostatniej  $JD_k$ , tj.  $JD_0 = (JD_k - JD_p)/2$ , i posłużyć się równaniem

$$\begin{aligned}
 u(\gamma) &= \frac{2\pi}{P^2} [a + b + \max(-a + b, 0)] + u(\gamma_0), \\
 a &= |u(P)\Delta t|, \\
 b &= \frac{1}{2}u(P)\Delta T
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

gdzie  $\gamma$  to faza rotacji na dowolną epokę,  $\gamma_0$  to faza rotacji na epokę odniesienia,  $\Delta T = JD_k - JD_p$  to interwał czasu obserwacji,  $\delta t = t - JD_0$  to czas między epoką  $t$  a epoką odniesienia.  $u(x)$  oznacza niepewność parametru  $x$ ; funkcja  $\max$  zwraca argument o większej wartości. Przykładowy wykres niepewności fazy rotacji został przedstawiony na Rys. 4.4.

## 4.5. Testy metody oceny niepewności na modelach syntetycznych

Do przetestowania metody stworzone zostały 3 zestawy danych obserwacyjnych trójosiowej elipsoidy o stosunkach półośi  $a/b = 1.5$  i  $b/c = 1.14$ . Syntetyczne krzywe zmian jasności służyły jako obserwacje odniesienia. Modelem testowym było ciało o tych samych półośiach z naniesionymi dwoma kraterami na długościach i szerokościach  $(40^\circ, 0^\circ)$  i  $(305^\circ, -40^\circ)$ . Głównym celem testów było sprawdzenie, czy w miejscach, gdzie występują kratery, niepewności parametrów będą miały wartości odpowiadające głębokości kraterów. Na podstawie modelu elipsoidy z kraterami generowane były klony, a ich krzywe jasności porównywane były z krzywymi idealnej elipsoidy.



Rysunek 4.5: Porównanie krzywych jasności trójosiowej elipsoidy i elipsoidy modyfikowanej (z dwoma kraterami) z największą wartością  $\text{RMSD} = 0.0155$  z zestawu A. Obserwacje wykonano w szóstej opozycji dla kąta fazowego  $18.5^\circ$ .

#### 4.5.1. Zestawy obserwacji

Wygenerowano 3 zestawy obserwacji idealnej elipsoidy: A, B oraz C. Każdy zestaw składał się z 8 opozycji równomiernie rozłożonych na orbicie i odległych w czasie o 1 rok. Układ opozycji był taki sam, jak w przypadku testów metody SAGE (Rys. 3.13). Orbity modelu i obserwatora były współpłaszczyznowe i miały półosie wielkie wynoszące  $a_m = 3$  i  $a_{obs} = 1$ . Okres rotacji modelu wynosił  $P = 4.12345$  h, a współrzędne bieguna  $\lambda_0 = 0^\circ$ ,  $\beta_0 = 45^\circ$ . Do krzywych jasności nie wprowadzono szumu.

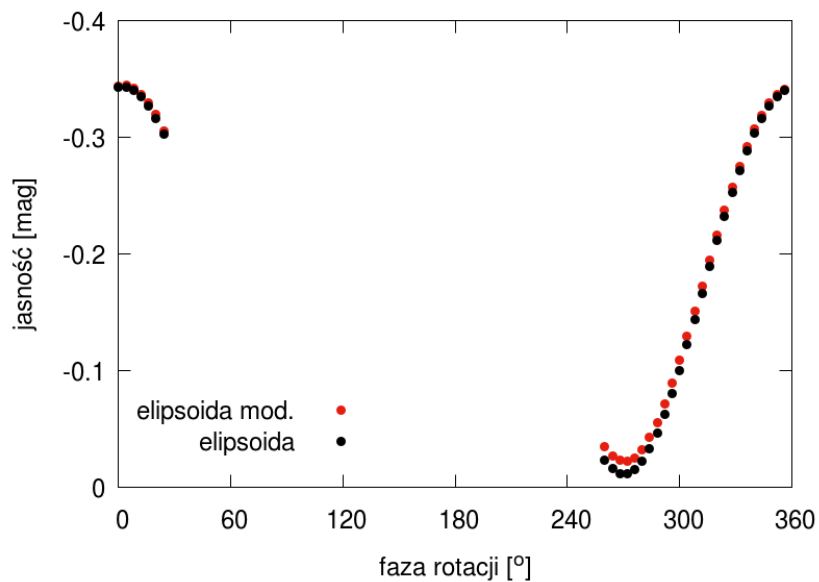
Zestaw A składał się z 24 krzywych jasności, każda obejmująca pełną fazę rotacji. Pojedyncza opozycja składała się z 3 obserwacji dla kątów fazowych  $0^\circ$  oraz  $18.5^\circ$  przed i po opozycji. Zestaw B został zredukowany do 8 krzywych, po jednej na opozycję, z kątem fazowym  $18.5^\circ$ . Porównanie krzywych jasności o największym RMSD elipsoidy i zmodyfikowanej elipsoidy zostało przedstawione na Rys. 4.5. Zestaw C był oparty o zestaw B. Zredukowane w nim zostało pokrycie fazy rotacji do  $3/8$ . W układzie współrzędnych modelu, wektor określający kierunek na obserwatora zawarty był pomiędzy długościami od  $270^\circ$  do  $45^\circ$ . Porównanie krzywych jasności o największym RMSD dla tego zestawu danych zostało przedstawione na Rys. 4.6.

#### 4.5.2. Wyniki testów

Niepewności parametrów modelu oraz objętości wyliczone zostały na podstawie skrajnych wartości znalezionych w populacji zaakceptowanych klonów, osobno dla wartości powyżej i poniżej wartości nominalnych. Dla zestawu danych A 77162 klonów spełniło warunek 4.8, dla zestawów B i C odpowiednio 65470 i 21435 klonów. Wyniki zestawiono w Tab. 4.1.

Wraz ze zmniejszaniem ilości obserwacji wartość błędu standardowego  $\mathcal{E}$  wzrastała zwiększając zakres z-skali i dopuszczalnych współrzędnych osi rotacji podczas pierwszego etapu





Rysunek 4.6: Porównanie krzywych jasności trójosiowej elipsoidy i elipsoidy modyfikowanej (z dwoma kraterami) z zestawu C z ograniczonym pokryciem fazy rotacji. Obserwacje wykonano w ósmej opozycji dla kąta fazowego  $18.5^\circ$ .

Tabela 4.1: Wyniki testów dla trzech zestawów danych. Przedstawiono niepewności objętości  $V$ , fazy rotacji na epokę odniesienia  $\gamma_0$ , okresu  $P$  oraz współrzędnych osi rotacji  $\lambda_0$ ,  $\beta_0$ .

zestaw	$u(V)[\%]$	$u(\gamma_0)[^\circ]$	$u(P)[h]$	$u(\lambda_0)[^\circ]$	$u(\beta_0)[^\circ]$
A	+5 -7	+1 -1	$10^{-6}$	+1 -1	+1 -2
B	+5 -15	+1 -1	$3 \times 10^{-6}$	+2 -1	+1 -4
C	+30 -22	+2 -2	$2 \times 10^{-6}$	+3 -2	+8 -8

procesu oceny niepewności. Ilość klonów generowanych po wprowadzeniu zaburzeń powierzchni jest stała, dlatego większy ich odsetek był eliminowany podczas etapu drugiego, i dlatego ilość zaakceptowanych klonów była mniejsza dla zestawu B niż w A i najmniejsza dla zestawu C. Im większa wartość błędu standardowego  $\mathcal{E}$ , tym gorsze uzyskuje się pokrycie przestrzeni rozwiązań. Liczba zaakceptowanych klonów jest nadal na tyle duża, żeby nie wpłynąć znacząco na końcowe wyniki, choć szansa na ominięcie istotnego ekstremalnego przypadku wzrasta.

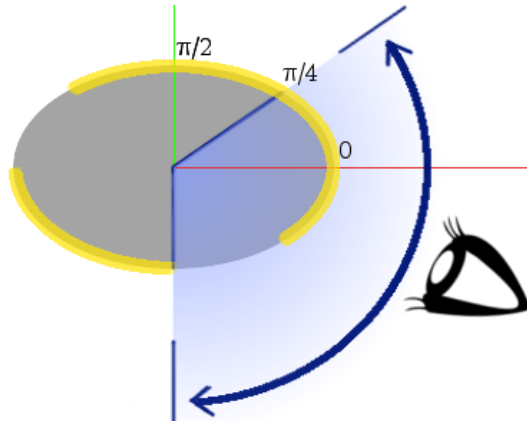
Pierwotnie rozbieżność objętości modelu podstawowego i z dwoma kraterami wynosiła 2%. Dla wszystkich zestawów danych największe niepewności parametrów były związane z z-skala. Obszary blisko biegunów miały największe wartości niepewności na poziomie 18% dla dodatniej niepewności i 21% dla ujemnej. Zaburzenia powierzchni zawsze przyczyniały się do niepewności objętości w mniejszym stopniu niż zmiany z-skali i orientacji osi rotacji. Niepewności objętości były największe dla zestawu C, bo wynoszące 52%, mniejsze dla zestawu B: 20%, a dla zestawu A 12%. Koreponduje to ze zmniejszającą się zawartością informacji w krzywych zmian jasności i wynikającą z tego większą swobodą zmian parametrów klonów.

Analiza wyników wykazuje, że niepewności mogą zostać podzielone na dwie kategorie: małoskalowe związane z zaburzeniami powierzchni i wielkoskalowe związane z z-skala. Na Rys. 4.8 przedstawiono rzuty modelu z naniesionymi niepewnościami obliczonymi na podstawie zestawu C, na Rys. 4.9 przedstawiono te same rzuty z naniesionymi niepewnościami pochodzącymi jedynie z zaburzeń powierzchni. Wartości niepewności w drugim przypadku nie były odnoszone do modelu podstawowego, lecz do modelu podstawowego przeskalowanego przez z-skala najlepiej pasującą do obserwacji. Największe niepewności kształtu były zlokalizowane wokół biegunów. Dla dodatnich niepewności, największe wartości były zlokalizowane w miejscach występowania kraterów, i były na poziomie 15%. Powierzchnia wewnątrz kraterów mogła zostać wysunięta nie wprowadzając znaczących zmian w krzywych zmian jasności do momentu osiągnięcia poziomu powierzchni modelu podstawowego. Większe zmiany wpływały na pole powierzchni rzutu planetoidy na tyle znacząco, że jasność modelu zwiększała się ponad dozwolony próg. Wartości niepewności w tych miejscach są zgodne z różnicami między położeniem elementów powierzchni modelu podstawowego i zmodyfikowanego, mierzonego wzdłuż półprostej o początku w środku ciała.

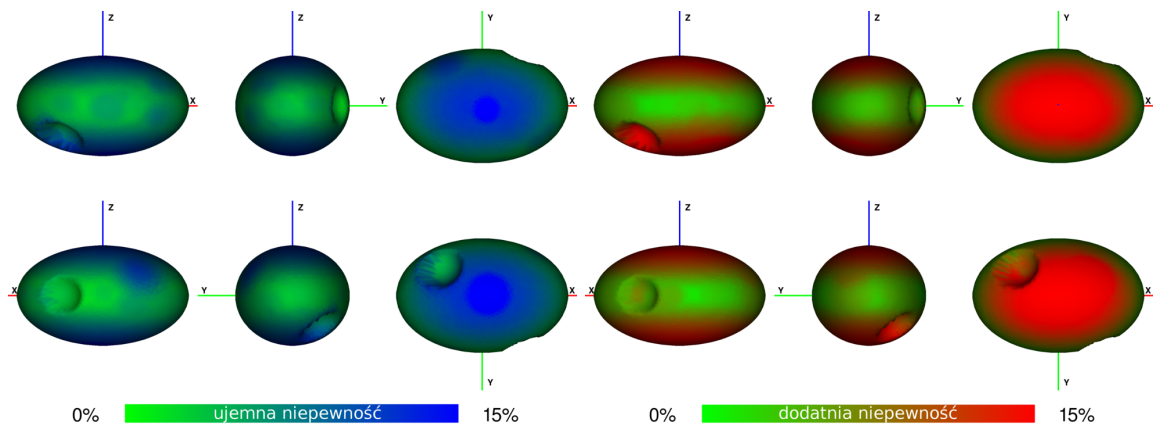
Mimo, że krzywe jasności w zestawie C pokrywały tylko  $135^\circ$  fazy rotacji, większość ciała była reprezentowana w krzywych jasności. Największy wpływ na jasność obiektu ma jego przekrój czynny, dlatego geometryczne prawo odbicia może stanowić pierwsze przybliżenie prawa odbicia światła. Znaczący to, że zmiany powierzchni w kierunkach prostopadłych do kierunku na obserwatora mają największe znaczenie (Rys. 4.7). Części ciała, które były prostopadłe do kierunku na obserwatora, nie miały dużej swobody zmian i mają małe wartości niepewności. Przerwy w pokryciu fazy rotacji pozwoliły niektórym elementom powierzchni, tym niereprezentowanym w krzywych zmian jasności, na większy zakres zmian, co jest widoczne wzdłuż linii między południkami  $315^\circ$  a  $135^\circ$  na powierzchni ciała (patrz projekcja  $xy$  na Rys. 4.9). Niejednorodne rozłożenie wartości niepewności wiąże się też z dyskretnym rozłożeniem opozycji i nachyleniem osi rotacji.

## 4.6. Testy metody na obiektach rzeczywistych

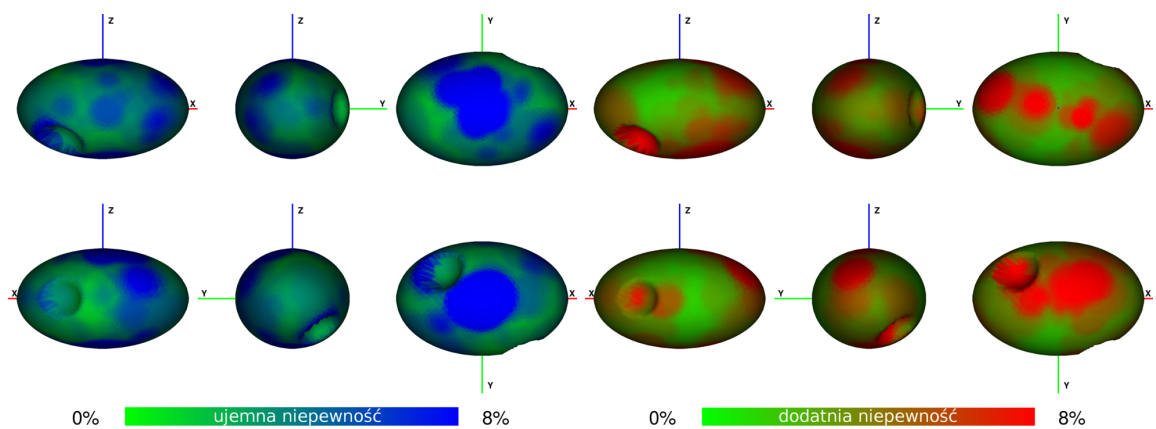
Dzięki misjom kosmicznym dysponujemy dokładnymi modelami dla niewielkiej próbki planetoid. Dzięki nim istnieje możliwość porównywania modeli uzyskanych z metod inwersji danych naziemnych i oceny sukcesu modelowania. Podobnie, metoda niepewności została przetestowana na obiektach odwiedzonych przez sondy kosmiczne: (21) Lutetia, (243) Ida i



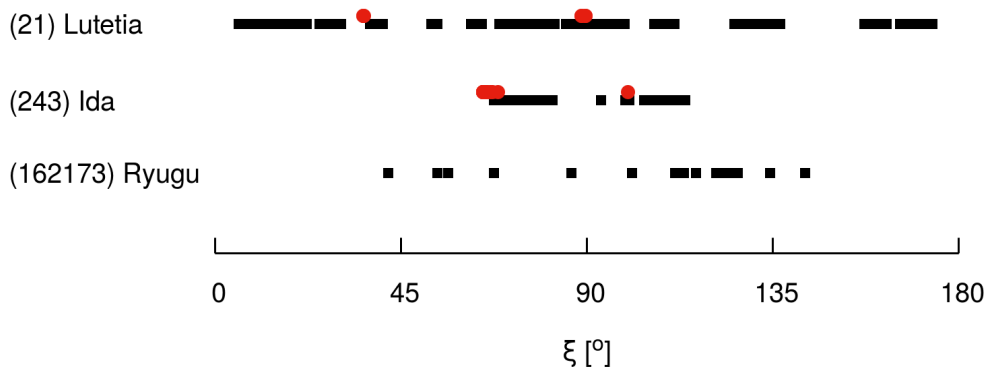
Rysunek 4.7: Rysunek przedstawiający pozycje obserwatora w układzie współrzędnych modelu. Żółte linie przedstawiają elementy powierzchni, które były prostopadłe do kierunku na obserwatora podczas obserwacji.



Rysunek 4.8: Rzuty modelu z naniesionymi informacjami o niepewnościach (procent długości  $R_{max}$ ) z obserwacji z zestawu C.



Rysunek 4.9: Rzuty modelu z naniesionymi informacjami o niepewnościach (procent długości  $R_{max}$ ) z obserwacji z zestawu C. Niepewności pochodzą jedynie od zaburzeń powierzchni, tj. odniesione są do modelu przeskalowanego przez z-skale.



Rysunek 4.10: Pokrycie aspektów w zestawie absolutnych danych fotometrycznych. Czarne linie odnoszą się do danych z Oszkiewicz i inni (2011), czerwone kropki do danych z katalogu Gaia DR2 (Spoto i inni, 2018).

Tabela 4.2: Wyniki testów dla planetoid (21) Lutetia, (243) Ida i (162173) Ryugu. W kolumnach przedstawiono niepewności odpowiednio objętości  $V$ , fazy rotacji na epokę odniesienia  $\gamma_0$ , okresu  $P$ , współrzędnych osi rotacji  $\lambda_0$  i  $\beta_0$ . Ostatnia kolumna przedstawia najlepszą znaną z-skale modelu.

<sup>1</sup> Torppa i inni (2003); <sup>2</sup> Hanuš i inni (2013a); <sup>3</sup> Müller i inni (2017);

model	$u(V)[\%]$	$u(\gamma_0)[^\circ]$	$u(P)[h]$	$u(\lambda_0)[^\circ]$	$u(\beta_0)[^\circ]$	z-skala
(21) Lutetia <sup>1</sup>	+9 -4	+4 -4	$5 \times 10^{-6}$	+2 -1	+3 -3	$1.08^{+0.01}_{-0.05}$
(243) Ida <sup>2</sup>	+51 -53	+12 -22	$1 \times 10^{-5}$	+6 -4	+12 -22	$0.52^{+0.5}_{-0.02}$
(162173) Ryugu <sup>3</sup>	+52 -59	+100 -90	$1 \times 10^{-3}$	>+30 <-30	>+30 <-30	$0.92^{+0.09}_{-0.11}$

(162173) Ryugu. Na podstawie danych z sond powstały modele kształtów tych obiektów. Do dalszych testów metody oceniona została niepewność modeli tych obiektów stworzonych na podstawie danych fotometrycznych z obserwacji naziemnych. Modele te i ich niepewności zostały dalej porównane z modelami opartymi o dane z sond kosmicznych. Zestawienie wyników jest przedstawione w Tab. 4.2.

Podczas oceny niepewności modeli zostały również użyte absolutne obserwacje fotometryczne, pozwalające na wyznaczenie najlepszej z-skali modeli (ostatnia kolumna w Tab. 4.2). Dane pochodzą z różnych przeglądów nieba i zostały zredukowane przez Oszkiewicz i inni (2011). Dla planetoid (21) Lutetia i (243) Ida dodatkowo użyto dane z katalogu Gaia DR2 (Spoto i inni, 2018). Usuając dane dla kątów fazowych mniejszych niż  $8^\circ$  (aby pozbyć się nieliniowej części krzywej fazowej) usunięto odpowiednio 20%, 38% oraz 9% danych dla (21) Lutetii, (243) Idy i (162173) Ryugu. Usunięcie danych nie zmniejszyło zakresu dostępnych aspektów w obserwacjach. Niepewności znalezionych z-skali dla testowanych modeli odzwierciedlają zakresy dostępnych aspektów (Rys. 4.10).

#### 4.6.1. (21) Lutetia

Sonda Rosetta, po drodze do komety 67P/Churyumov-Garasimenko, sfotografowała planetoidę (21) Lutetia podczas bliskiego przelotu, który miał miejsce 10 czerwca 2010 roku. Obrazy te, w połączeniu z krzywymi zmian jasności oraz obrazami z optyki adaptacyjnej pozwoliły stworzyć model kształtu tego ciała (Sierks i inni, 2011) o osi rotacji  $(\lambda_0, \beta_0) =$

Tabela 4.3: Szczegóły obserwacji (21) Lutetii użytych do modelowania i oceny niepewności modelu kształtu wypukłego (Torppa i inni, 2003).  $N_{lc}$  oznacza ilość krzywych zmian jasności dla danej opozycji,  $\alpha$  oznacza kąty fazowe,  $\lambda$  i  $\beta$  długość i szerokość ekliptyczną położenia ciała.

Opozycja	rok	$N_{lc}$	$\alpha$ [°]	$\lambda$ [°]	$\beta$ [°]	źródło
1	1962	30	28	18	-3	Chang i Chang (1963)
2	1981	76	6 – 21	347 – 14	-3	Lupishko i inni (1983), Zappala i inni (1984)
3	1983	4	3 – 28	130	2	Zappala i inni (1984), Lupishko i inni (1983)
4	1985	75	5 – 24	34 – 46	-2	Dotto i inni (1992), Lupishko i inni (1987), Lagerkvist i inni (1995)
5	1986	1	7	60	-1	Lupishko i inni (1987)
6	1991	4	16	173	3	Lagerkvist i inni (1995)
7	1995	12	2	178	3	Denchev i inni (1998)
8	1998	6	26	115 – 120	2	Denchev (2000) prywatna korespondencja
9	2003	20	5 – 29	223 – 229	2	Carry i inni (2010)
10	2004	7	17	5	-3	Carry i inni (2010)
11	2005/2006	14	12 – 21	134 – 142	3	Carry i inni (2010)
12	2007	1	3	212	2	Carry i inni (2010)
13	2008/2009	23	4 – 25	69 – 95	-1 – 1	Carry i inni (2010)
14	2010	12	7 – 16	165	2	Carry i inni (2010)

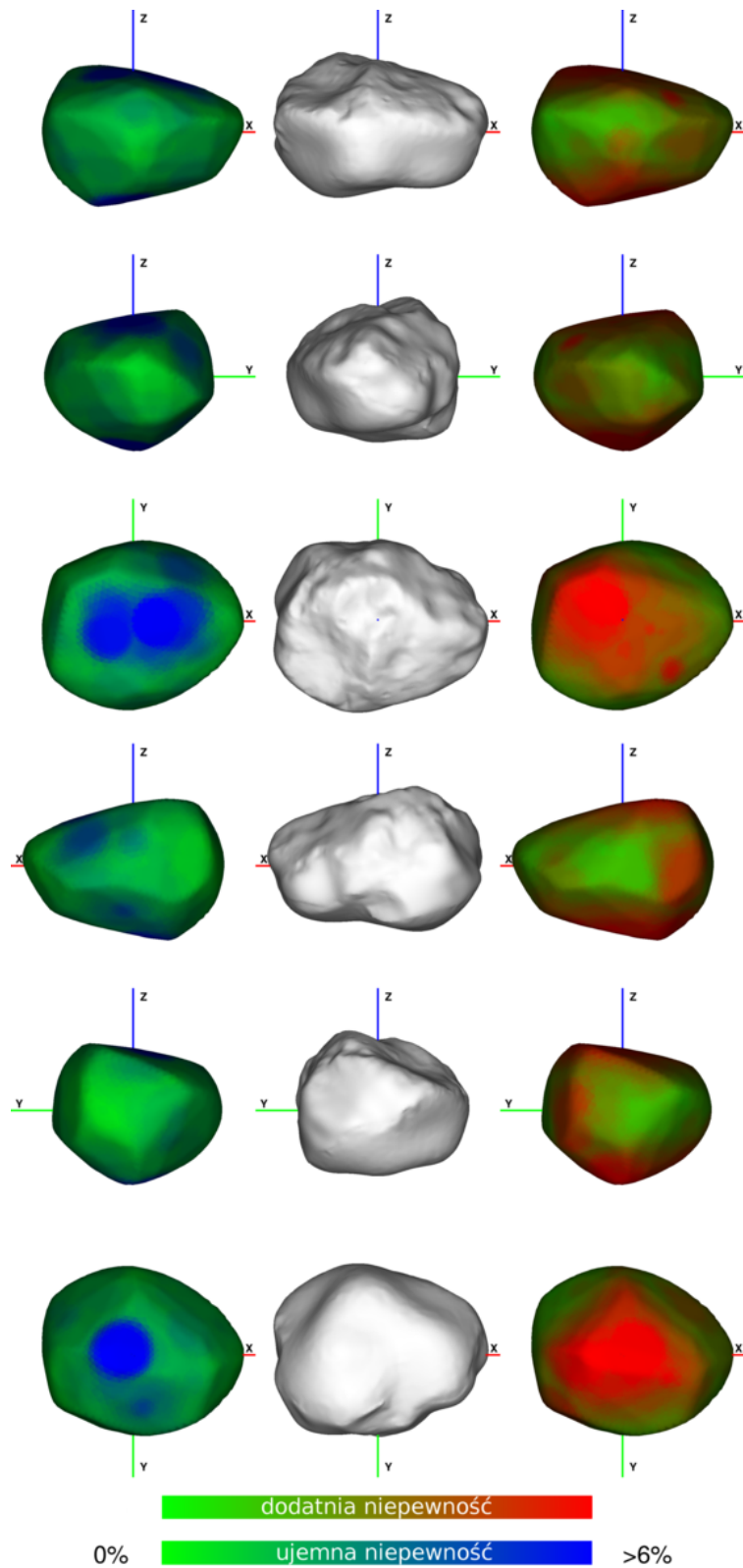
$52.2^\circ$ ,  $-7.8^\circ$ . Bezpośrednio obserwowana przez sondę była jedynie północna półkula planetoidy, dlatego użyto dodatkowych danych naziemnych do odtworzenia całego kształtu.

Do testów użyty został wypukły model oparty wyłącznie na krzywych zmian jasności (Torppa i inni, 2003). Zestaw obserwacji użyty do modelowania i oceny niepewności został przedstawiony w Tab. 4.3, a porównanie kształtów modeli na Rys. 4.11. Model wypukły bardzo dobrze oddaje globalne cechy rzeczywistego modelu, w szczególności w płaszczyźnie  $xy$ . Lokalne cechy natomiast, przez wypukłą naturę modelu, nie mogły być odtworzone. Niepewności powierzchni były w zakresie  $-13\%$  do  $10\%$   $R_{max}$ . Lokalnie oddają one rozbieżności między modelem wypukłym a opartym o dane z sondy. Współrzędne osi obrotu miały małą niepewność: poniżej  $6^\circ$ .

#### 4.6.2. (243) Ida

Sonda Galileo 28 sierpnia 1993 roku zbliżyła się do planetoidy (243) Ida. Obrazy uzyskane podczas bliskiego przelotu posłużyły do odtworzenia kształtu tego ciała (Stooke, 2016; Thomas i inni, 1996). Do porównania użyto modelu wypukłego (Hanus i inni, 2013a) oparty o 7 opozycji (Tab. 4.4).

Porównanie modeli zostało przedstawione na Rys. 4.12. Model oparty na krzywych zmian jasności jest wyraźnie zbyt rozciągnięty w osi  $z$ , co jest odzwierciedlone w dużej wartości błędu objętości (powyżej 100%). Wartość  $z$ -skali, która najlepiej pasowała do obserwacji, wynosiła  $0.52^{+0.5}_{-0.02}$ . Pokazuje to, że model powinien zostać spłaszczony o połowę, co zgadza się z porównaniem z modelem opartym o dane z sondy. Jednakże, obserwacje nie nakładają dużych



Rysunek 4.11: Rzuty modelu (21) Lutetii z naniesionymi niepewnościami powierzchni bez uwzględnienia z-skali (z lewej i z prawej) oraz rzuty modelu na podstawie z danych sondy Rosetta (środek).

Tabela 4.4: Szczegóły obserwacji (243) Ida użytych w modelowaniu kształtu wypukłego (Hanusz i inni, 2013a).

Opozycja	Rok	$N_{lc}$	$\alpha$ [°]	$\lambda$ [°]	$\beta$ [°]	źródło
1	1980	9	16	321	0	Binzel i inni (1993)
2	1984	6	3	244	-1	Binzel (1987)
3	1988	15	23 – 15	158 – 180	0	Binzel i inni (1993)
4	1990	130	18	339 – 5	1	Gonano-Beurer i inni (1992), Binzel i inni (1993)
5	1991/1992	67	2 – 30	67 – 93	1	Binzel i inni (1993), Mottola i inni (1994)
6	1992/1993	79	12 – 29	165 – 182	-1	Binzel i inni (1993), Mottola i inni (1994), Slivan i Binzel (1996)
7	1993	3	25	76	1	Binzel i inni (1993)

Tabela 4.5: Zestawienie krzywych zmian jasności użytych do stworzenia i oceny niepewności modelu planetoidy (162173) Ryugu.

Opozycja	Rok	$N_{lc}$	$\alpha$ [°]	$\lambda$ [°]	$\beta$ [°]	źródło
1	2007	23	41 – 25	307 – 350	5	
2	2007	12	49 – 79	13 – 61	5 – 1	
3	2008	11	88 – 54	127 – 186	-5	
4	2011	1	55	349	6	Müller i inni (2011, 2017),
5	2011	1	76	62	1	T. Müller,
6	2012	34	0 – 49	215 – 277	-3 – 3	prywatna korespondencja
7	2013	2	47	57	1	
8	2013	2	52	146	-6	
9	2016	12	43 – 17	264 – 305	1 – 5	

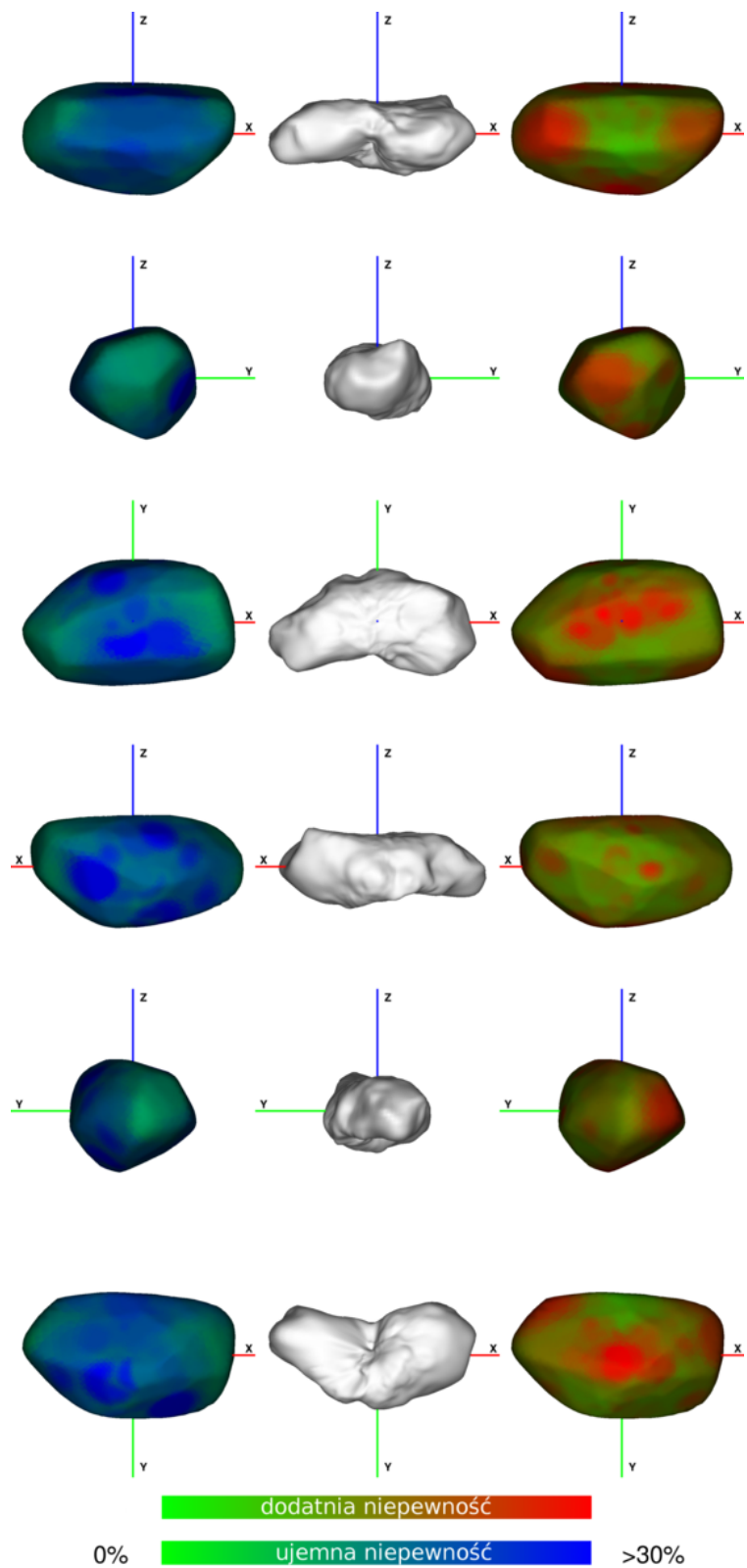
restrykcji na ten parametr, co jest odzwierciedlone w dużej dodatniej niepewności z-skali i wyjaśnia, dlaczego modele mogły tak bardzo od siebie odbiegać.

Wartości niepewności powierzchni były w zakresie -35% do +50%. Wypukły model, naturalnie, nie jest w stanie odtworzyć wklęsłości na powierzchni. W miejscach, w których wklęsłości występują na modelu opartym o dane z sondy, ujemne niepewności są wyraźnie większe, obszary zgodne mają natomiast małe niepewności.

#### 4.6.3. (162173) Ryugu

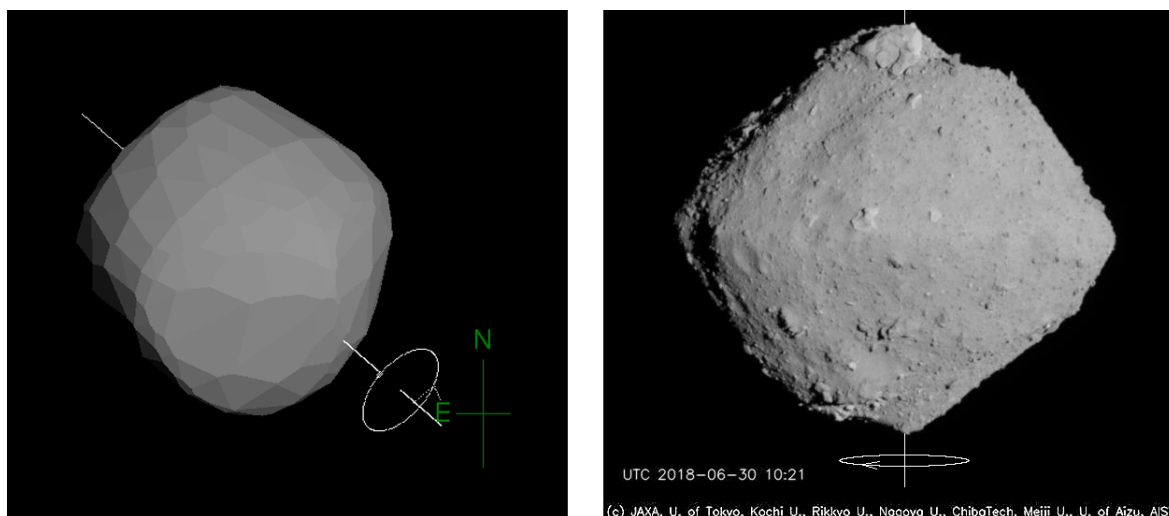
(162173) Ryugu jest planetoidą z populacji NEO. W 2018 roku sonda Hayabusa-2 rozpoczęła intensywne i bezpośrednie badania tego obiektu. Przed dotarciem sondy, na podstawie naziemnych danych fotometrycznych (Tab. 4.5) uzyskano wypukły model tego obiektu (Müller i inni, 2017). Niska amplituda oraz niski stosunek sygnału do szumu danych sprawiły, że poszukiwania najlepszej orientacji osi rotacji okazały się bardzo problematyczne. Ostatecznie, do jej wyznaczenia użyto fotometrii w zakresie optycznym oraz w podczerwieni. Kształt modelu jest niemalże sferyczny z biegunem  $\lambda_0 = 340^\circ$ ,  $\beta_0 = -40^\circ$  i okresem rotacji 7.63 h.

Bezpośrednie obrazy dostarczone przez misję Hayabusa-2 ukazują kształt przypominający złączone dwa stożki. Szerokość osi rotacji wynosi  $\beta_0 = -87.45 \pm 0.03^\circ$  (Hirata i inni,



Rysunek 4.12: Rzuty modelu (243) Ida z naniesionymi niepewnościami powierzchni bez uwzględnienia z-skali (z lewej i z prawej) oraz rzuty modelu stworzonego na podstawie danych z sondy Galileo (środek).





Rysunek 4.13: Porównanie rzutu modelu planetoidy (162173) Ryugu (z lewej) z obrazem z sondy Hayabusa-2 (z prawej, źródło:[www.hayabusa2.jaxa.jp](http://www.hayabusa2.jaxa.jp)) dla tej samej epoki.

2018). Porównanie modelu oraz obrazu z sondy pokazano na Rys. 4.13. Wypukły model Ryugu w nikłym stopniu zgadza się z obserwacjami bezpośrednimi, w szczególności jeśli chodzi o szerokość położenia bieguna (różnica  $57^\circ$ ). Niepewności współrzędnych bieguna słusznie osiągnęły limit  $\pm 30^\circ$  badanego otoczenia nominalnego rozwiązania. Niepewność fazy rotacji dla epoki odniesienia wyniosła  $190^\circ$  z niepewnością okresu rotacji  $10^{-3}$  h. Niepewność objętości wyniosła 110%. Dzięki sondzie Hayabusa-2 wiemy, że model Ryugu był błędny. Zostało to poprawnie odzwierciedlone w ogromnych wartościach niepewności wszystkich parametrów modelu.



## Modele uzyskane metodą SAGE i ocena ich niepewności

W tym rozdziale zostały przedstawione wyniki modelowania oraz oceny niepewności modeli 18 planetoid. Użyte obserwacje zostały zebrane z bazy danych ALCDB (Warner i inni, 2009). Wyniki zestawiono w Tab. 5.1. Dla większości obiektów uzyskano 2 lustrzane rozwiązania dla osi rotacji; w pojedynczych przypadkach algorytm SAGE był zbieżny tylko dla jednego rozwiązania. 4 wybrane modele: (3) Juno, (9) Metis, (89) Julia i (433) Eros, zostały opisane szczegółowo, gdyż istnieją dla nich obserwacje bezpośrednie, z którymi można porównać uzyskane modele.

### 5.1. (3) Juno

(3) Juno jest planetoidą typu S z Pasa Głównego. Niewypukły model uzyskany metodą SAGE został oparty o 21 krzywych jasności z 9 opozycji (Tab. 5.2). Rzuty modelu z naniesionymi niepewnościami zostały przedstawione na Rys. 5.1.

Planetoida (3) Juno była trzykrotnie obserwowana techniką zakryć gwiazdowych w 1979, 2000 i 2014 roku. Oprócz walidacji modelu, te obserwacje posłużyły do obliczenia rozmiarów obiektu i obliczenia gęstości. Rys. 5.2 przedstawia porównanie rzutów modelu z liniami zakryć na powierzchni Ziemi. Dopasowanie rozmiaru ciała do linii odbyło się niezależnie dla każdego zakrycia. Do każdego zakrycia dopasowano 3 modele: nominalny oraz spłaszczony i pogrubiony o skrajne wartości z-skali ustalone w procesie obliczania niepewności. Udało się tym sposobem odzwierciedlić niepewność objętości i z-skali modeli.

Rozmiary uzyskane na podstawie metod modelowania danych termicznych i zakryć gwiazdowych zebrane z literatury dają średnią średnicę efektywną  $241.79 \pm 10.58$  km, natomiast średnia wartość masy wynosi  $2.73 \pm 0.29 \times 10^{19}$  kg (Carry, 2012). Na tej podstawie można wyliczyć gęstość tego obiektu, wynoszącą  $3.68 \pm 0.62$  g/cm<sup>3</sup>.

Obliczmy rozmiary i gęstość w oparciu o model SAGE. Dopasowując spłaszczony, nominalny i pogrubiony model do linii zakryć gwiazdowych udało się uwzględnić cały zakres możliwych średnic efektywnych: [215; 308] km. Średnia średnica wyniosła  $261 \pm 46$  km. Zakładając masę  $2.73 \pm 0.29 \times 10^{19}$  kg oraz skrajne wartości objętości modelu, gęstość wyniesie  $2.67 \pm 1.34$  g/cm<sup>3</sup>. Niepewność gęstości  $u(\rho)$ , traktowanej jako niepewność złożoną, obliczono stosując wzór

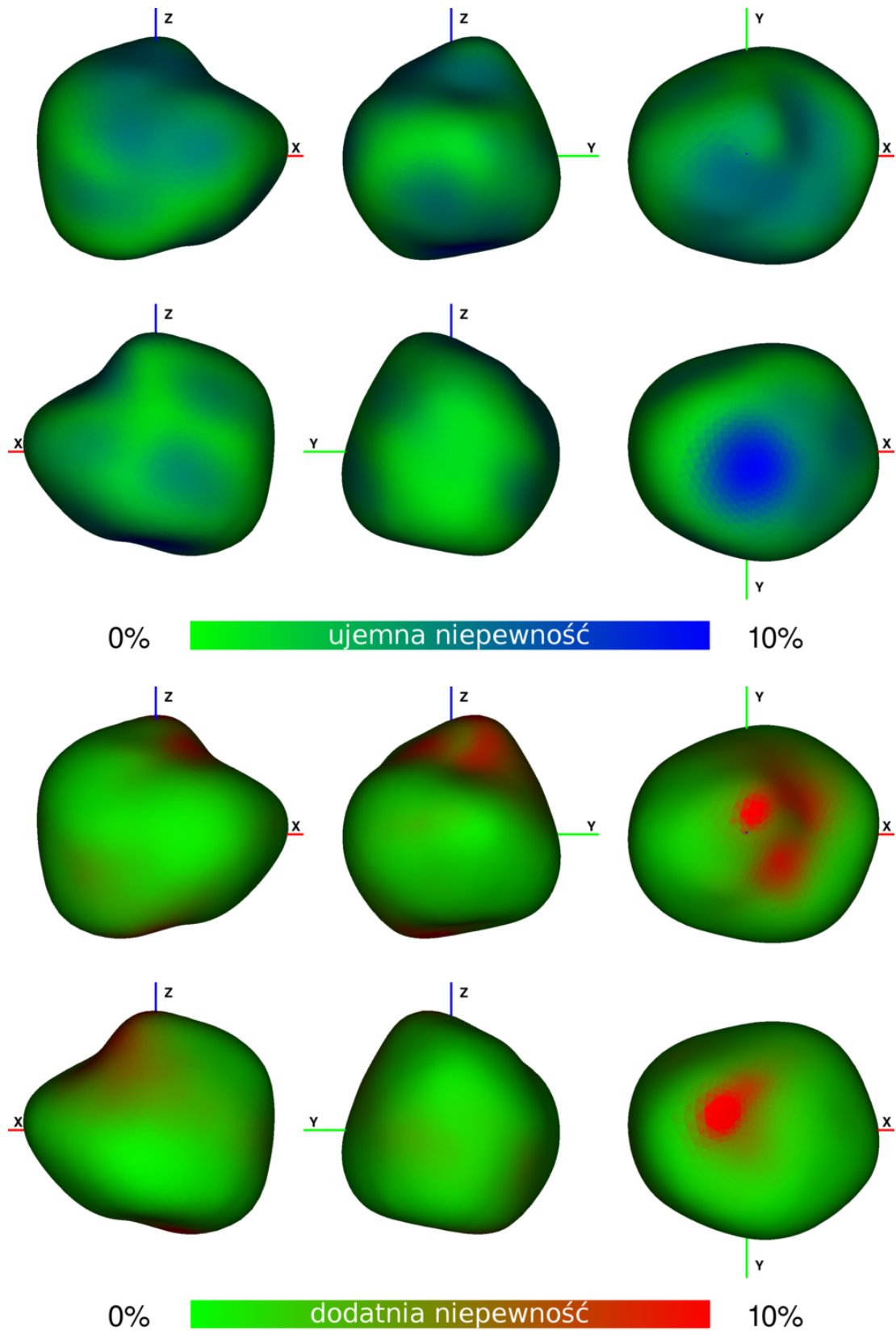
$$u(\rho) = \sqrt{\left(\frac{d\rho}{dm}\right)^2 u^2(m) + \left(\frac{d\rho}{dV}\right)^2 u^2(V)}, \quad (5.1)$$

gdzie  $m$  to masa a  $V$  to objętość.

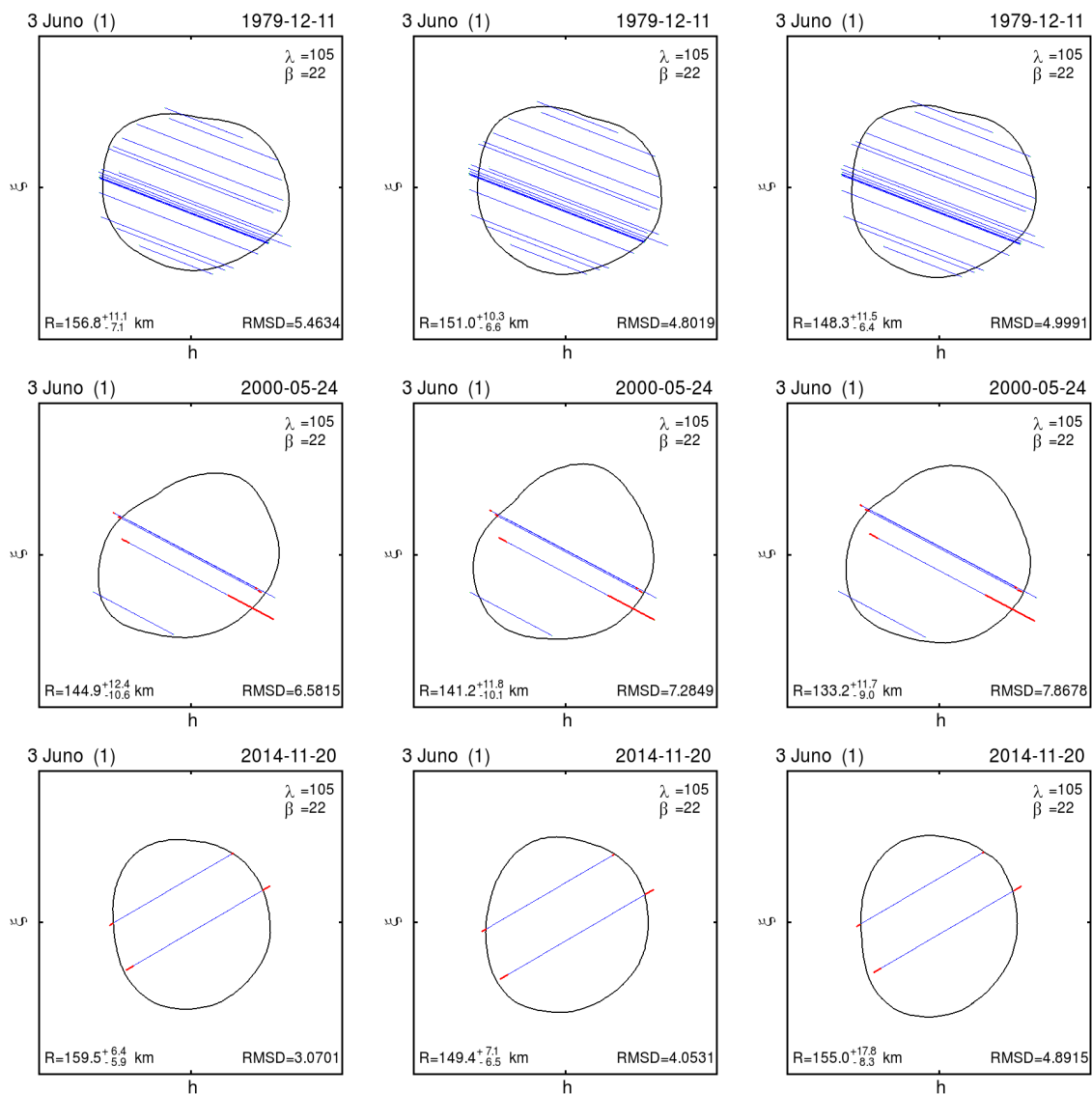
Otrzymana niepewność gęstości (3) Juno jest większa o 116% od wartości z szacunków znalezionych w literaturze. Jest to bezpośrednią konsekwencją dużej niepewności rozmiaru planetoidy, która wynika z uwzględnienia niepewności w osi  $z$  podczas dopasowywania do linii zakryć gwiazdowych.

Tabela 5.1: Zestawienie parametrów modeli uzyskanych metodą SAGE oraz ich niepewności.

obiekt	$\lambda_0$ [°]	$\beta_0$ [°]	$P$ [h]	$u(V)$ [%]	$u(\gamma_0)$ [°]
(3) Juno	$105_{-2}^{+4}$	$22_{-6}^{+3}$	$7.209533 \pm 3 \times 10^{-6}$	$_{-12}^{+21}$	$_{-1}^{+1}$
(9) Metis	$182_{-3}^{+3}$	$20_{-9}^{+4}$	$5.079177 \pm 10^{-6}$	$_{-20}^{+15}$	$_{-1}^{+1}$
(13) Egeria	$58_{-10}^{+5}$	$-10_{-10}^{+22}$	$7.045876 \pm 9 \times 10^{-6}$	$_{-33}^{+49}$	$_{-14}^{+12}$
(13) Egeria	$228_{-14}^{+4}$	$-9_{-18}^{+19}$	$7.045866 \pm 8 \times 10^{-6}$	$_{-20}^{+49}$	$_{-8}^{+10}$
(14) Irene	$91_{-4}^{+1}$	$-14_{-2}^{+9}$	$15.02989 \pm 3 \times 10^{-5}$	$_{-12}^{+16}$	$_{-8}^{+8}$
(14) Irene	$267_{-2}^{+5}$	$-10_{-1}^{+14}$	$15.02990 \pm 3 \times 10^{-5}$	$_{-12}^{+20}$	$_{-10}^{+8}$
(20) Massalia	$111_{-15}^{+16}$	$77_{-7}^{+17}$	$8.097587 \pm 2 \times 10^{-6}$	$_{-50}^{+49}$	$_{-8}^{+6}$
(20) Massalia	$293_{-17}^{+17}$	$76_{-10}^{+20}$	$8.097587 \pm 4 \times 10^{-6}$	$_{-50}^{+48}$	$_{-40}^{+22}$
(64) Angelina	$135_{-1}^{+4}$	$12_{-14}^{+12}$	$8.751708 \pm 3 \times 10^{-6}$	$_{-36}^{+17}$	$_{-2}^{+2}$
(64) Angelina	$313_{-1}^{+3}$	$13_{-11}^{+8}$	$8.751705 \pm 4 \times 10^{-6}$	$_{-29}^{+14}$	$_{0}^{+2}$
(68) Leto	$125_{-1}^{+6}$	$61_{-17}^{+7}$	$14.845449 \pm 4 \times 10^{-6}$	$_{-47}^{+35}$	$_{-6}^{+8}$
(68) Leto	$308_{-2}^{+4}$	$46_{-9}^{+4}$	$14.845448 \pm 3 \times 10^{-6}$	$_{-28}^{+17}$	$_{-4}^{+2}$
(89) Julia	$19_{-2}^{+5}$	$-23_{-3}^{+5}$	$11.388331 \pm 6 \times 10^{-6}$	$_{-15}^{+19}$	$_{-2}^{+2}$
(114) Cassandra	$189_{-5}^{+4}$	$-64_{-6}^{+15}$	$10.74355 \pm 10^{-5}$	$_{-51}^{+14}$	$_{-6}^{+20}$
(114) Cassandra	$343_{-3}^{+6}$	$-69_{-11}^{+13}$	$10.74356 \pm 10^{-5}$	$_{-52}^{+37}$	$_{-30}^{+4}$
(145) Adeona	$131_{-2}^{+3}$	$-16_{-4}^{+10}$	$15.07772 \pm 5 \times 10^{-5}$	$_{-13}^{+10}$	$_{-10}^{+66}$
(145) Adeona	$299_{-4}^{+9}$	$-39_{-3}^{+17}$	$15.07772 \pm 7 \times 10^{-5}$	$_{-7}^{+31}$	$_{-32}^{+60}$
(297) Caecilia	$53_{-1}^{+6}$	$-36_{-5}^{+11}$	$4.151390 \pm 4 \times 10^{-6}$	$_{-28}^{+17}$	$_{-8}^{+0}$
(297) Caecilia	$227_{-3}^{+6}$	$-51_{-4}^{+11}$	$4.151389 \pm 3 \times 10^{-6}$	$_{-25}^{+33}$	$_{-10}^{+2}$
(308) Polyxo	$115_{-2}^{+2}$	$26_{-2}^{+5}$	$12.029587 \pm 7 \times 10^{-6}$	$_{-6}^{+19}$	$_{-2}^{+2}$
(308) Polyxo	$295_{-2}^{+1}$	$39_{-2}^{+4}$	$12.029587 \pm 7 \times 10^{-6}$	$_{-7}^{+9}$	$_{-2}^{+2}$
(381) Myrrha	$237_{-5}^{+3}$	$82_{-13}^{+3}$	$6.571953 \pm 4 \times 10^{-6}$	$_{-51}^{+36}$	$_{-64}^{+66}$
(433) Eros	$17_{-2}^{+2}$	$8_{-8}^{+1}$	$5.270256 \pm 3 \times 10^{-6}$	$_{-20}^{+14}$	$_{-4}^{+10}$
(441) Bathilde	$125_{-7}^{+9}$	$39_{-26}^{+24}$	$10.443130 \pm 7 \times 10^{-6}$	$_{-50}^{+49}$	$_{-2}^{+6}$
(441) Bathilde	$287_{-15}^{+8}$	$52_{-13}^{+23}$	$10.443130 \pm 7 \times 10^{-6}$	$_{-51}^{+48}$	$_{-4}^{+6}$
(654) Zelinda	$136_{-14}^{+2}$	$-19_{-6}^{+6}$	$31.80684 \pm 7 \times 10^{-5}$	$_{-46}^{+49}$	$_{-2}^{+4}$
(654) Zelinda	$322_{-5}^{+1}$	$17_{-4}^{+2}$	$31.80868 \pm 6 \times 10^{-5}$	$_{-35}^{+49}$	$_{-2}^{+2}$
(704) Interamnia	$59_{-5}^{+7}$	$-41_{-9}^{+15}$	$8.712860 \pm 9 \times 10^{-6}$	$_{-47}^{+28}$	$_{-10}^{+6}$
(704) Interamnia	$247_{-3}^{+5}$	$-38_{-8}^{+5}$	$8.712859 \pm 9 \times 10^{-6}$	$_{-19}^{+17}$	$_{-10}^{+6}$
(721) Tabora	$173_{-5}^{+4}$	$49_{-20}^{+18}$	$7.98123 \pm 10^{-5}$	$_{-46}^{+49}$	$_{-4}^{+6}$
(721) Tabora	$340_{-9}^{+6}$	$34_{-26}^{+20}$	$7.98123 \pm 10^{-5}$	$_{-50}^{+49}$	$_{-6}^{+6}$



Rysunek 5.1: Rzuty modelu (3) Juno z naniesionymi niepewnościami powierzchni bez uwzględnienia z-skali.



Rysunek 5.2: Porównanie modelu (3) Juno z liniami zakryć gwiazdowych z 1979, 2000 i 2014 roku. Na czerwono zaznaczono niepewności początku i końca zakrycia na podstawie błędu pomiaru czasu. Dla każdego zakrycia sprawdzano model z minimalną (z lewej), nominalną (środek) i maksymalną (z prawej) wartością z-skali.

Tabela 5.2: Szczegóły obserwacji (3) Juno użytych do modelowania i oceny niepewności modelu uzyskanego metodą SAGE.  $N_{lc}$  oznacza ilość krzywych zmian jasności dla danej opozycji,  $\alpha$  oznacza kąty fazowe,  $\lambda$  i  $\beta$  długość i szerokość ekliptyczną położenia ciała.

Opozycja	Rok	$N_{lc}$	$\alpha$ [°]	$\lambda$ [°]	$\beta$ [°]	źródło
1	1954	3	8-15	134	-8	Groeneveld i Kuiper (1954b)
2	1958	1	24	94	-13	Gehrels i Owings (1962)
3	1970	1	19	38	-9	Birch i Taylor (1989)
4	1973	2	7	256	13	Birch i Taylor (1989)
5	1979	5	17-30	79-102	12	Millis i inni (1981), Harris i inni (1989)
6	1980	5	5	121	-10	Schroll i inni (1981)
7	1983	2	8	31	-9	di Martino i inni (1987)
8	1985	8	3-10	184-189	4	Birch i Taylor (1989)
9	1985	1	22	147	-5	Viikinkoski i inni (2015)

## 5.2. (9) Metis

(9) Metis jest jedną z większych planetoid Pasa Głównego. Była obserwowana na przestrzeni wielu dekad i posiada bogaty zestaw krzywych zmian jasności (Tab. 5.3). Rzuty modelu z naniesionymi niepewnościami zostały przedstawione na Rys. 5.3.

Rys. 5.4 przedstawia porównanie rzutów modelu i linii zakryć gwiazdowych z lat 2008 i 2014. Tak jak przypadku (3) Juno, dopasowano przeskalowane modele w osi  $z$  w zakresie definiowanym przez niepewność  $z$ -skali. Zakres średnic efektywnych wynosi [155; 189] km. Zakładając masę  $8.39 \pm 1.67 \times 10^{18}$  kg (Carry, 2012), gęstość wyniesie  $3.06 \pm 1.09$  g/cm<sup>3</sup>. W porównaniu do gęstości opartej na rozmiarach i masach z literatury (Carry, 2012), tj.  $3.60 \pm 0.87$  g/cm<sup>3</sup>, niepewność gęstości po uwzględnieniu błędów modelu jest większa o 25%.

(9) Metis była również obserwowana techniką optyki adaptacyjnej między 2003 a 2012 rokiem. Porównanie modelu z obrazami optyki adaptacyjnej (Hanuš i inni, 2017) zostało przedstawione na Rys. 5.5.

## 5.3. (89) Julia

(89) Julia to kolejna planetoida Pasa Głównego o rozmiarach powyżej 100km. Zestaw danych użytych do modelowania i oceny niepewności obejmuje 4 opozycje z długiego odcinka czasu niemalże 50 lat (Tab. 5.4). Model planetoidy z naniesionymi niepewnościami został przedstawiony na Rys. 5.6.

Julia była obserwowana techniką optyki adaptacyjnej instrumentem VLT/SHPERE (Verzazza i inni, 2018). Obrazy uzyskano dla małego zakresu aspektów, między 123° a 140°, ukazując głównie południową część planetoidy. Porównanie tych obrazów i modelu zostało przedstawione na Rys. 5.7. Model SAGE oddaje globalne cechy ciała i jego orientację w przestrzeni. Szczegóły powierzchni, widoczne na obrazach optyki adaptacyjnej, nie zawsze są odtworzone w modelu. Jednakże, odstępstwa modelu od kształtu rzeczywistego zawierają się w granicach niepewności powierzchni.

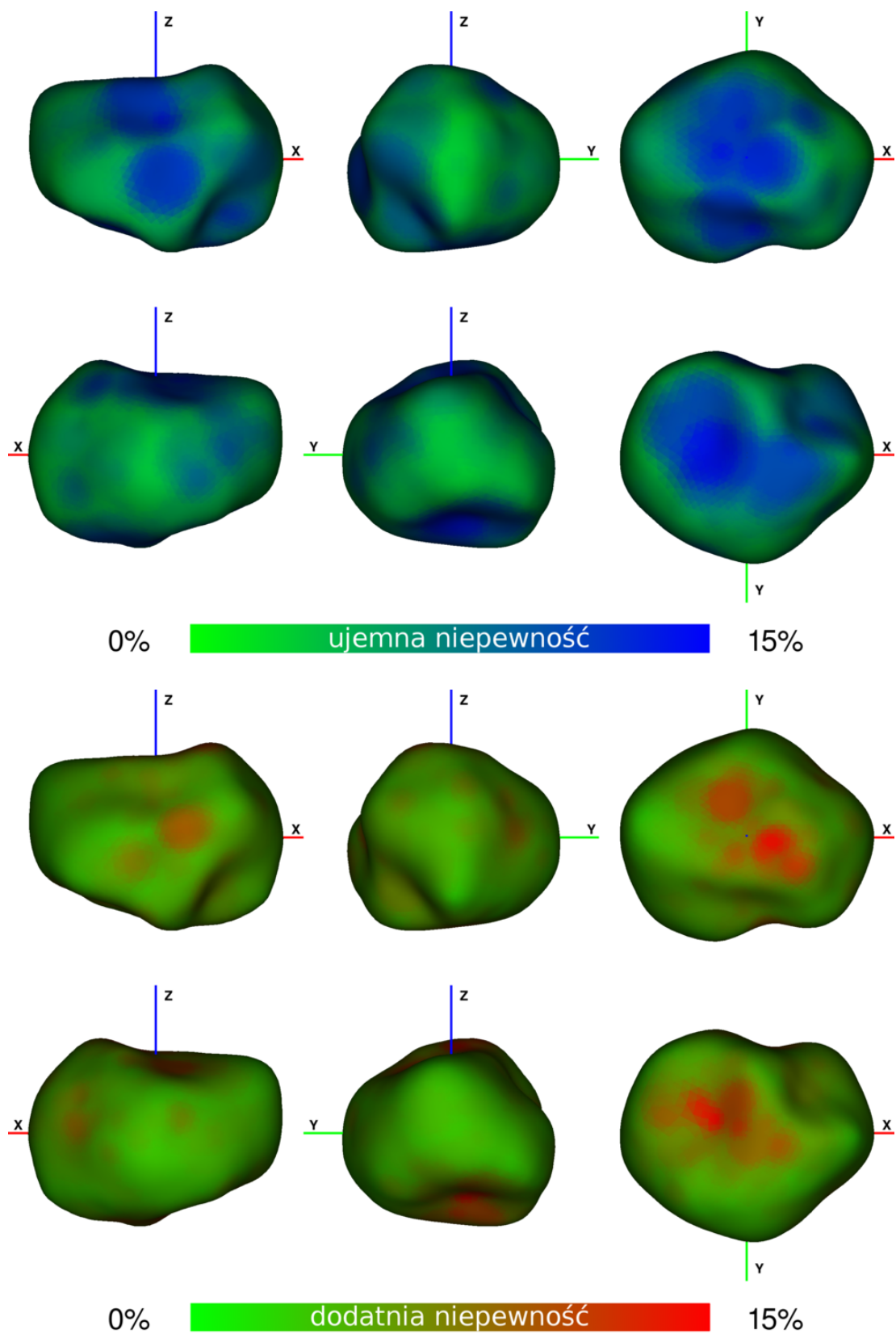
Tabela 5.3: Szczegóły obserwacji (9) Metis użytych do modelowania i oceny niepewności modelu uzyskanego metodą SAGE.

Opozycja	Rok	$N_{lc}$	$\alpha$ [°]	$\lambda$ [°]	$\beta$ [°]	źródło
1	1949	1	2.5	41.1	-5.0	Groeneveld i Kuiper (1954a)
2	1954	4	3.0 – 9.4	97.4	5.6	Groeneveld i Kuiper (1954b)
3	1958	1	5.1	153.1	9.6	Gehrels i Owings (1962)
4	1962	2	3.5–5.1	195.0	7.8	Chang i Chang (1962)
5	1964	1	16.4	94.5	1.5	Yang i inni (1965)
6	1974	1	8.5	294.0	-5.3	Zappala i van Houten (1979)
7	1978	3	4.3 – 13.2	320.0	-9.0	Schober i Surdej (1979)
8	1979	3	23.0 – 24.2	140.2	6.0	Harris i Young (1989)
9	1982/1983	3	8.5 – 24.0	32.0	-1.1	di Martino i Cacciatori (1984), Weidenschilling i inni (1987)
10	1984	8	3.5 – 13.5	178.0	8.9	Zeigler i Florence (1985), di Martino i inni (1987), Weidenschilling i inni (1987)
11	1985	2	4.4 – 5.2	286.0	-4.8	Weidenschilling i inni (1987)
12	1986	3	2.2 – 3.8	67.0	-0.8	Melillo (1987)
13	1988	2	2.3 – 2.8	214.0	5.0	Weidenschilling i inni (1990)

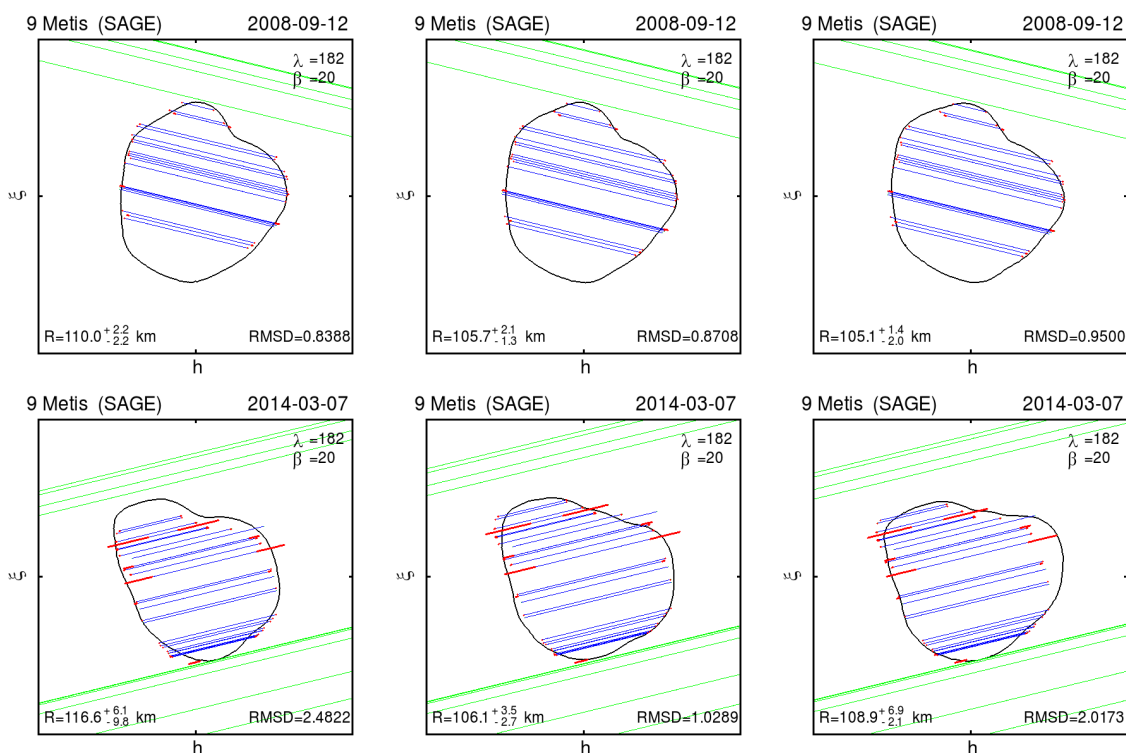
Tabela 5.4: Szczegóły obserwacji (89) Julia użytych do modelowania i oceny niepewności modelu uzyskanego metodą SAGE.

Opozycja	Rok	$N_{lc}$	$\alpha$ [°]	$\lambda$ [°]	$\beta$ [°]	źródło
1	1968	5	5	326 – 329	4	Vesely i Taylor (1985)
2	1972	8	5 – 13	318 – 322	2	Schober i Lustig (1975)
3	2009	18	19 – 24	0 – 6	13	Hanuš i inni (2013b)
4	2017	7	18 – 21	331 – 334	6	Warner (2018)

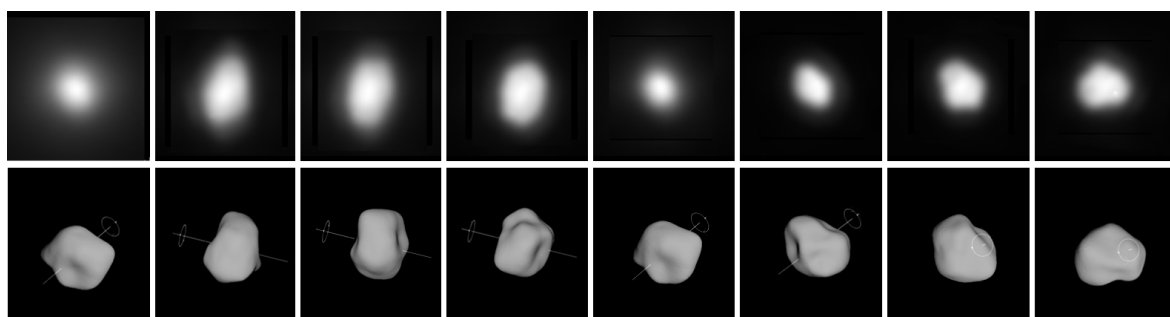




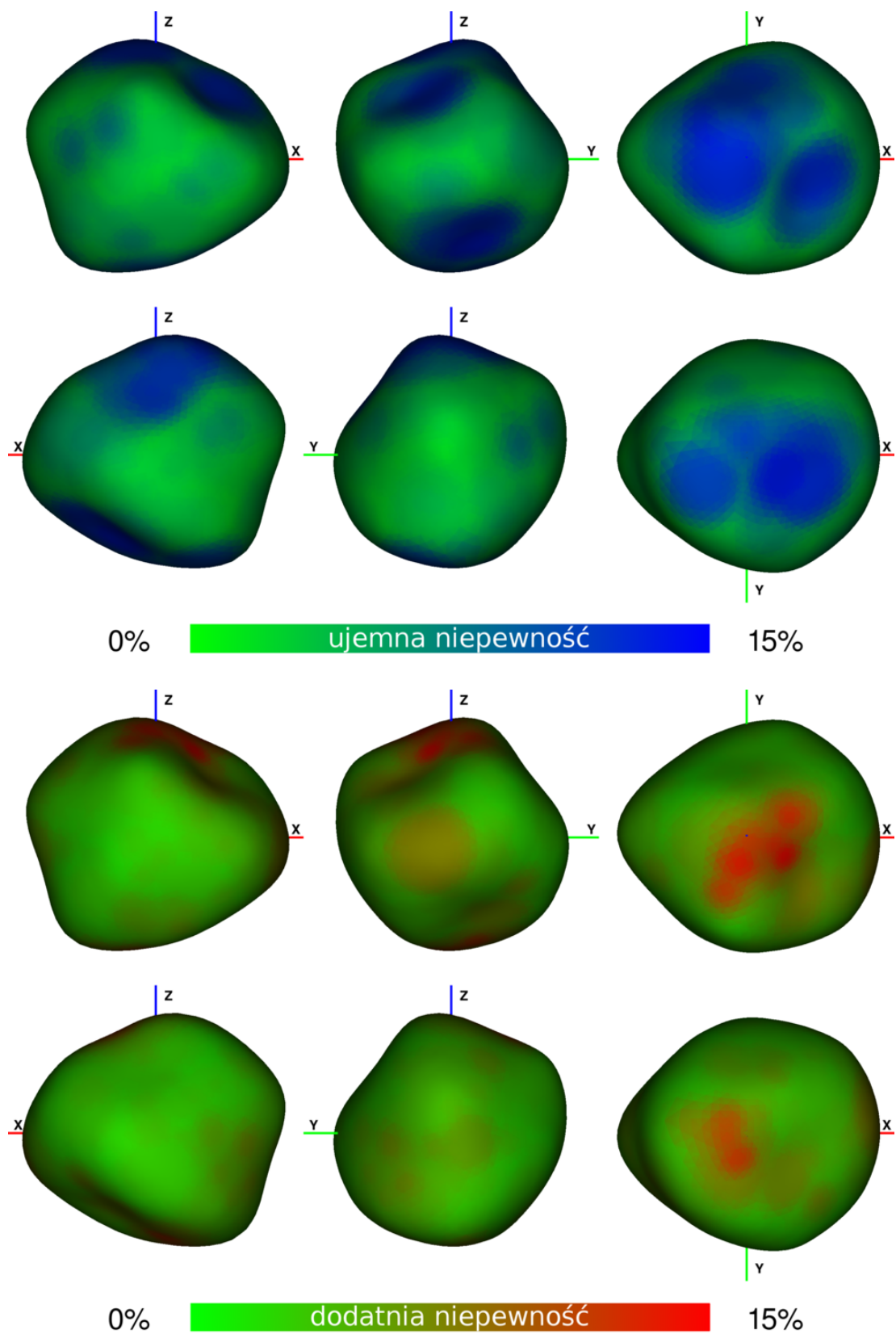
Rysunek 5.3: Rzuty modelu (9) Metis z naniesionymi niepewnościami powierzchni bez uwzględnienia z-skali.



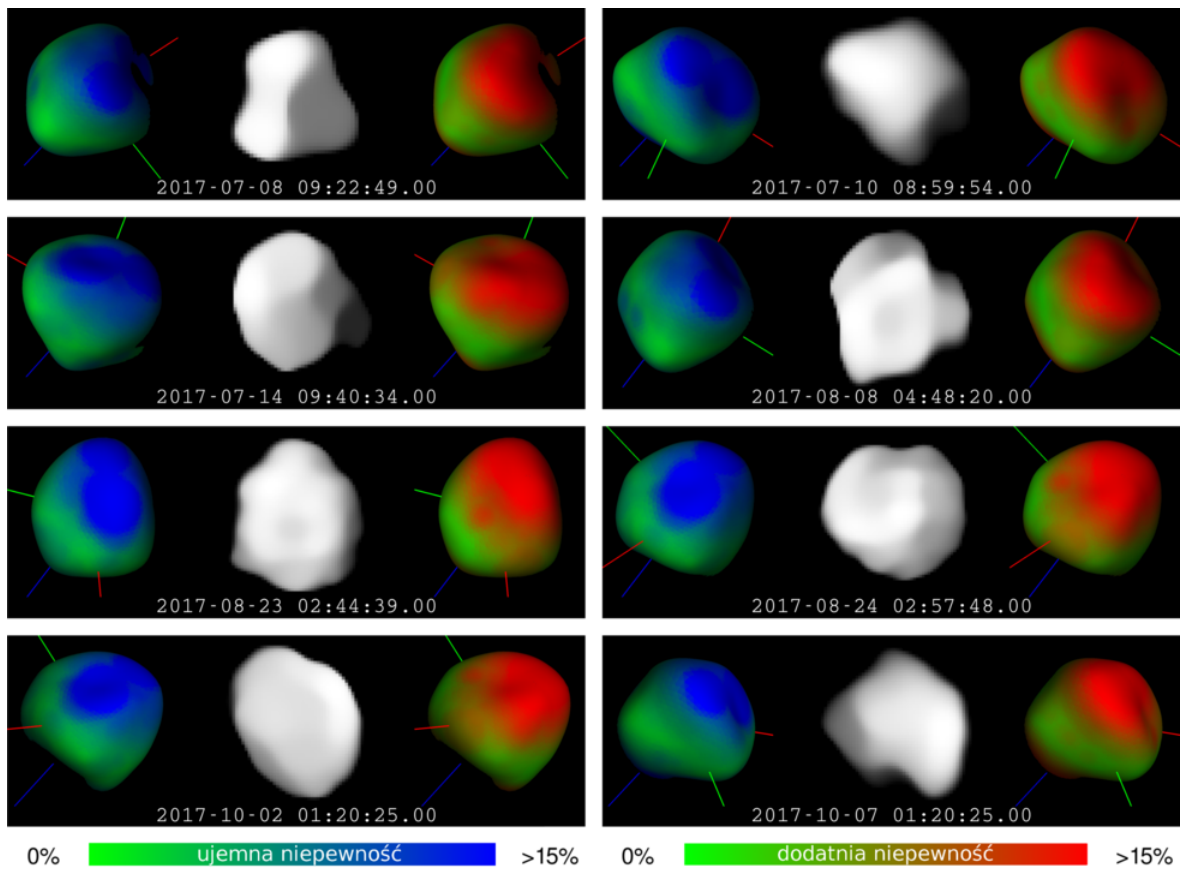
Rysunek 5.4: Porównanie modelu (9) Metis z liniami zakryć gwiazdowych z 2008 i 2014 roku. Na czerwono zaznaczono niepewności początku i końca zakrycia na podstawie błędu pomiaru czasu. Dla każdego zakrycia sprawdzano model z minimalną (z lewej), nominalną (środek) i maksymalną (z prawej) wartością z-skali.



Rysunek 5.5: Porównanie modelu (9) Metis i obrazów z optyki adaptacyjnej (Hanusz i inni, 2017). Daty obserwacji (od lewej): 2004-10-25 05:57:31; 2004-10-25 07:57:22; 2003-06-05 10:57:09; 2003-07-14 06:29:07; 2012-12-29 12:09:55; 2012-12-29 13:34:42; 2012-12-29 14:24:52; 2003-07-14 06:42:46.



Rysunek 5.6: Rzuty modelu (89) Julia z naniesionymi niepewnościami powierzchni bez uwzględnienia z-skali.



Rysunek 5.7: Porównanie rzutów modelu (89) Julia (z lewej i prawej) z obrazami VLT/SPHERE uzyskanymi przy użyciu optyki adaptacyjnej (środek).

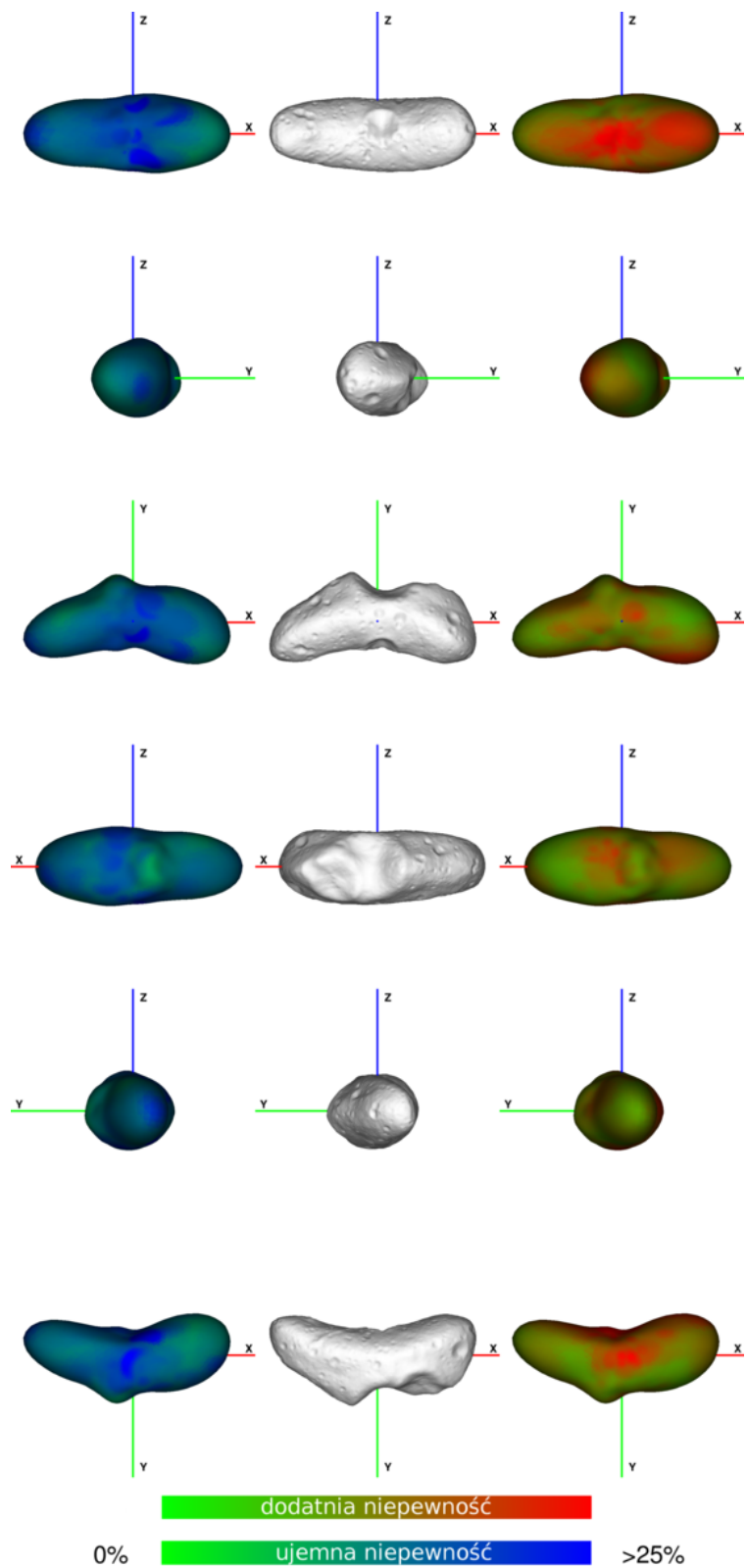
Tabela 5.5: Szczegóły obserwacji (433) Eros użytych do modelowania i oceny niepewności modelu uzyskanego metodą SAGE.

Opozycja	Rok	$N_{lc}$	$\alpha$ [°]	$\lambda$ [°]	$\beta$ [°]	źródło
1	1951/1952	28	19 – 59	5 – 119	-10 – 22	Beyer (1953),
2	1972	1	17	342	9	Dunlap (1976)
3	1974/1975	68	9 – 44	53 – 158	-31 – 33	Cristescu (1976), Dunlap (1976), Millis i inni (1976), Miner i Young (1976), Pop i Chis (1976), Scaltriti i Zappala (1976), Tedesco (1976)
4	1981/1982	4	29 – 54	42 – 126	-17 – 37	Drummond i inni (1985), Harris i inni (1999)
5	1993	8	1 – 18	296 – 308	-1 – 4	Krugly i Shevchenko (1999)

#### 5.4. (433) Eros

Planetoida (433) Eros z populacji NEA posiada bardzo bogaty zestaw obserwacji zrobionych na przestrzeni wielu dekad (Tab. 5.5). Jej orbita pozwoliła na pokrycie szerokiego zakresu kątów fazowych. Obiekt ten był też intensywnie badany bezpośrednio przez orbiter NEAR Shoemaker. Dane z tej sondy pozwoliły stworzyć wysokiej rozdzielczości model tego ciała (Zuber i inni, 2000).

Na Rys. 5.8 przedstawiono porównanie modelu Erosa uzyskanego metodą SAGE wraz z niepewnościami powierzchni z modelem z sondy NEAR Schoemaker. Model dobrze oddaje globalny kształt oraz lokalne cechy powierzchni, jak chociażby krater na środku. Orientacja osi obrotu i okres rotacji ( $\lambda_0 = 17 \pm 2^\circ$ ,  $\beta_0 = 8^\circ \pm \frac{1}{8}$ ,  $P = 5.270256 \text{ h} \pm 10^{-6} \text{ h}$ ) są w zgodzie z wartościami uzyskanymi z danych z sondy NEAR Shoemaker ( $\lambda_0 = 17.2387 \pm 0.003^\circ$ ,  $\beta_0 = 11.3515 \pm 0.006^\circ$ ,  $P = 5.27025547 \text{ h}$ ), choć różnica wartości szerokości osi rotacji jest poza przedziałem niepewności (o  $2.35^\circ$ ).



Rysunek 5.8: Rzuty modelu (433) Eros z naniesionymi niepewnościami powierzchni bez uwzględnienia z-skali (z lewej i z prawej) oraz rzuty modelu stworzonego na podstawie danych z sondy NEAR Shoemaker (środek).

## Zakończenie

Pierwszym celem tej rozprawy doktorskiej było wykazanie istnienia możliwości tworzenia niewypukłych modeli planetoid z obserwacji fotometrycznych. Bazując na prototypie (Roz. 2), rozwinięta została metoda inwersji krzywych zmian jasności SAGE oparta o algorytm genetyczny (Roz. 3). Metoda SAGE została przetestowana w oparciu o syntetyczne modele i obserwacje. Odtworzone modele wykazują zdolność metody SAGE do odtworzenia globalnych i lokalnych cech kształtu, orientacji osi obrotu oraz okresu rotacji z dużą dokładnością. Pokazano, że wbrew powszechnej opinii, nawet obserwacje zrobione przy niewielkich kątach fazowych są wystarczające do odtworzenia wklęsłości powierzchni.

Przedstawiono również modele planetoid (3) Juno, (9) Metis, (89) Julia i (433) Eros (Roz. 5), dla których istnieją dodatkowe dane (ślady zakryć gwiazdowych, obrazy optyki adaptacyjnej, model z bezpośrednich pomiarów sondy kosmicznej). Porównania wykazały zdolność użytego w metodzie SAGE algorytmu genetycznego oraz sposobu reprezentacji kształtu do tworzenia wiarygodnych modeli planetoid. Założenie wypukłości kształtu nie jest stosowane, co ma pozytywny wpływ na dokładność uzyskiwanych objętości i gęstości na podstawie modeli. Stosowane są jednak inne założenia co do modelu, tj. równomierne rozłożenie masy planetoidy i jednolite albedo powierzchni, oraz rotacja wokół osi największego momentu bezwładności.

Metoda SAGE jest wymagająca obliczeniowo, w szczególności jej moduł generujący syntetyczne obserwacje modeli planetoid. Aby znacząco zmniejszyć czas modelowania stworzony został silnik graficzny renderujący syntetyczne obserwacje na kartach graficznych, oparty o biblioteki OpenGL oraz CUDA. W procesie rozwijania metody powstał też w Instytucie Obserwatorium Astronomiczne UAM klaster komputerowy dedykowany modelowaniu planetoid. Został na nim zaimplementowany autorski system zarządzania zadaniami na stacjach roboczych.

Drugim celem tej pracy było stworzenie metody oceny niepewności modeli planetoid w oparciu o dane fotometryczne w zakresie fal widzialnych. Metoda (Roz. 4) jest dobrym wskaźnikiem zawartości informacji o parametrach fizycznych modeli planetoid w krzywych zmian jasności oraz fotometrii absolutnej. Stanowi niezależny od metod modelowania sposób oceny jakości modelu w sposób ilościowy, ujawniając zakres swobody parametrów modelu w ramach określonego stopnia dopasowania do obserwacji.

Teoretyczna analiza oraz wyniki oceny niepewności modeli przedstawione w tej pracy pokazują, że niepewności objętości i gęstości planetoid, obliczane na podstawie modeli opartych jedynie o krzywe zmian jasności, są prawdopodobnie w znakomitej większości przypadków niedoszacowane. Największy wpływ na niepewność objętości ma nieznaną rozciągłość ciała wzdłuż osi rotacji (z-skala). Niepewność tą można zmniejszyć w stopniu zależnym od orientacji osi obrotu i nachylenia orbity obiektu do orbity obserwatora, wprowadzając do modelowania absolutne pomiary fotometryczne, obok krzywych zmian jasności.

Zarówno metoda SAGE i metoda oceny niepewności modeli zostały opublikowane w recenzowanych czasopismach naukowych: [Bartczak i Dudziński \(2018, 2019\)](#) oraz zostały zastosowane w praktyce na 18 obiektach (Roz. 5). Przedstawione metody mogą stanowić punkt wyjścia dla dalszego ich rozwoju w kierunku włączenia innych typów obserwacji planetoid (optyki adaptacyjnej, zakryć gwiazdowych, obserwacji radarowych) zarówno do procesu modelowania, jak i oceny niepewności.





## Bibliografia

- Bartczak, P. i Dudziński, G. (2018). Shaping asteroid models using genetic evolution (SAGE). *MNRAS*, 473:5050–5065.
- Bartczak, P. i Dudziński, G. (2019). Volume uncertainty assessment method of asteroid models from disc-integrated visual photometry. *MNRAS*, 485:2431–2446.
- Barucci, M. A., Capria, M. T., Harris, A. W., i Fulchignoni, M. (1989). On the shape and albedo variegation of asteroids - Results from Fourier analysis of synthetic and observed asteroid lightcurves. *Icarus*, 78:311–322.
- Barucci, M. A., Casacchia, R., Fulchignoni, M., Burchi, R., Dipaoloantonio, A., Giuliani, C., Milano, L., Scaltriti, F., i Zappala, V. (1982). Laboratory simulation of photometric light curves of the asteroids. *Moon and Planets*, 27:387–395.
- Barucci, M. A. i Fulchignoni, M. (1982). Laboratory simulation of asteroids light curves: the effect of albedo markings and surface morphology variations. *Hvar Observatory Bulletin*, 6:157.
- Barucci, M. A. i Fulchignoni, M. (1983). On the inversion of asteroidal lightcurve functions. In Lagerkvist, C.-I. i Rickman, H., editors, *Asteroids, Comets, and Meteors*, pages 101–105.
- Belskaya, I. N. i Shevchenko, V. G. (2000). Opposition Effect of Asteroids. *Icarus*, 147:94–105.
- Benner, L. A. M., Busch, M. W., Giorgini, J. D., Taylor, P. A., i Margot, J. L. (2015). *Radar Observations of Near-Earth and Main-Belt Asteroids*, pages 165–182.
- Beyer, M. (1953). 281:121.
- Binzel, R. P. (1987). A photoelectric survey of 130 asteroids. *Icarus*, 72:135–208.
- Binzel, R. P., Slivan, S. M., Magnusson, P., Wisniewski, W. Z., Drummond, J., Lumme, K., Barucci, M. A., Dotto, E., Angeli, C., Lazzaro, D., Mottola, S., Gonano-Beurer, M., Michalowski, T., De Angelis, G., Tholen, D. J., Di Martino, M., Hoffmann, M., Geyer, E. H., i Velichko, F. (1993). Asteroid 243 Ida - Groundbased photometry and a pre-Galileo physical model. *Icarus*, 105:310.
- Birch, P. V. i Taylor, R. C. (1989). Lightcurves and pole position of asteroid 3 Juno. *A&AS*, 81:409–414.
- Braga-Ribas, F., Sicardy, B., Ortiz, J. L., Snodgrass, C., Roques, F., Vieira-Martins, R., Camargo, J. I. B., Assafin, M., Duffard, R., Jehin, E., Pollock, J., Leiva, R., Emilio, M., Machado, D. I., Colazo, C., Lellouch, E., Skottfelt, J., Gillon, M., Ligier, N., Maquet, L., Benedetti-Rossi, G., Gomes, A. R., Kervella, P., Monteiro, H., Sfair, R., El Moutamid, M., Tancredi, G., Spagnotto, J., Maury, A., Morales, N., Gil-Hutton, R., Roland, S., Ceretta, A., Gu, S. H., Wang, X. B., Harpsøe, K., Rabus, M., Manfroid, J., Opitom, C., Vanzi, L., Mehret, L., Lorenzini, L., Schneiter, E. M., Melia, R., Lecacheux, J., Colas, F., Vachier, F., Widemann, T., Almenares, L., Sandness, R. G., Char, F., Perez, V., Lemos, P., Martinez, N., Jørgensen, U. G., Dominik, M., Roig, F., Reichart, D. E., Lacluyze, A. P., Haislip, J. B., Ivarsen, K. M., Moore, J. P., Frank, N. R., i Lambas, D. G. (2014). A ring system detected around the Centaur (10199) Chariklo. *Nature*, 508:72–75.

- Carry, B. (2012). Density of asteroids. *Planet. Space Sci.*, 73:98–118.
- Carry, B., Dumas, C., Kaasalainen, M., Berthier, J., Merline, W. J., Erard, S., Conrad, A., Drummond, J. D., Hestroffer, D., Fulchignoni, M., i Fusco, T. (2010). Physical properties of (2) Pallas. *Icarus*, 205:460–472.
- Carry, B., Kaasalainen, M., Merline, W. J., Müller, T. G., Jorda, L., Drummond, J. D., Berthier, J., O’Rourke, L., Ďurech, J., Küppers, M., Conrad, A., Tamblyn, P., Dumas, C., Sierks, H., i Osiris Team (2012). Shape modeling technique KOALA validated by ESA Rosetta at (21) Lutetia. *Planet. Space Sci.*, 66:200–212.
- Catmull, E. i Clark, J. (1978). Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes. *Computer-Aided Design*, 10:350–355.
- Chang, Y. C. i Chang, C. S. (1962). *Acta Astron. Sinica*, 10:101.
- Chang, Y. C. i Chang, C. S. (1963). Photometric observations of variable asteroids, II. *Acta Astron Sinica*, 11:139.
- Cristescu, C. (1976). Photoelectric Lightcurves of Asteroid 433 Eros. *Icarus*, 28:39–42.
- D’Ambrosio, V., Burchi, R., di Paolantonio, A., i Giuliani, C. (1985). Laboratory photometry of asteroids and atmosphereless bodies. I - The S.A.M. apparatus. *Astronomy and Astrophysics*, 144:427–430.
- Degewij, J., Tedesco, E. F., i Zellner, B. (1979). Albedo and color contrasts on asteroid surfaces. *Icarus*, 40:364–374.
- Delbo, M., Mueller, M., Emery, J. P., Rozitis, B., i Capria, M. T. (2015). *Asteroid Thermophysical Modeling*, pages 107–128.
- Denchev, P., Magnusson, P., i Donchev, Z. (1998). Lightcurves of nine asteroids, with pole and sense of rotation of 42 Isis. *Planet. Space Sci.*, 46:673–682.
- Detal, A., Hainaut, O., Pospieszalska-Surdej, A., Schils, P., Schober, H. J., i Surdej, J. (1994). Pole, albedo and shape of the minor planets 624 Hektor and 43 Ariadne: Two tests for comparing four different pole determination methods. *A&A*, 281:269–280.
- di Martino, M. i Cacciatori, S. (1984). Photoelectric photometry of 14 asteroids. *Icarus*, 60:75–82.
- di Martino, M., Zappala, V., de Sanctis, G., i Cacciatori, S. (1987). Photoelectric photometry of 17 asteroids. *Icarus*, 69:338–353.
- di Martino, M., Zappala, V., de Sanctis, G., i Cacciatori, S. (1987). Photoelectric photometry of 17 asteroids. *Icarus*, 69:338–353.
- Dobrovolskis, A. R. (1996). Inertia of Any Polyhedron. *Icarus*, 124:698–704.
- Dotto, E., Barucci, M. A., Fulchignoni, M., di Martino, M., Rotundi, A., Burchi, R., i di Paolantonio, A. (1992). M-type asteroids - Rotational properties of 16 objects. *A&AS*, 95:195–211.
- Drummond, J. D., Cocke, W. J., Hege, E. K., i Strittmatter, P. A. (1985). Speckle interferometry of asteroids. I - 433 Eros. *Icarus*, 61:132–151.

- Dunlap, J. L. (1976). Lightcurves and the axis of rotation of 433 Eros. *Icarus*, 28:69–78.
- Durech, J., Kaasalainen, M., Herald, D., Dunham, D., Timerson, B., Hanuš, J., Frappa, E., Talbot, J., Hayamizu, T., Warner, B. D., Pilcher, F., i Galád, A. (2011). Combining asteroid models derived by lightcurve inversion with asteroidal occultation silhouettes. *Icarus*, 214:652–670.
- Durech, J., Sidorin, V., i Kaasalainen, M. (2010). DAMIT: a database of asteroid models. *A&A*, 513:A46.
- Gehrels, T. i Owings, D. (1962). Photometric Studies of Asteroids.IX. Additional Light-Curves. *ApJ*, 135:906.
- Gonano-Beurer, M., di Martino, M., Mottola, S., i Neukum, G. (1992). Physical Study of the Asteroid 243 Ida - Second Fly-By Target of the Galileo Spacecraft. *A&A*, 254:393.
- Groeneveld, I. i Kuiper, G. P. (1954a). Photometric Studies of Asteroids. I. *ApJ*, 120:200.
- Groeneveld, I. i Kuiper, G. P. (1954b). Photometric Studies of Asteroids. II. *ApJ*, 120:529.
- Hanuš, J., Brož, M., Durech, J., Warner, B. D., Brinsfield, J., Durkee, R., Higgins, D., Koff, R. A., Oey, J., Pilcher, F., Stephens, R., Strabla, L. P., Ulisse, Q., i Girelli, R. (2013a). An anisotropic distribution of spin vectors in asteroid families. *A&A*, 559:A134.
- Hanuš, J., Delbo', M., Ďurech, J., i Alí-Lagoa, V. (2015a). Thermophysical modeling of asteroids from WISE thermal infrared data - Significance of the shape model and the pole orientation uncertainties. *Icarus*, 256:101–116.
- Hanuš, J., Delbo', M., Ďurech, J., i Alí-Lagoa, V. (2015b). Thermophysical modeling of asteroids from WISE thermal infrared data - Significance of the shape model and the pole orientation uncertainties. *Icarus*, 256:101–116.
- Hanuš, J., Marchis, F., i Ďurech, J. (2013b). Sizes of main-belt asteroids by combining shape models and Keck adaptive optics observations. *Icarus*, 226:1045–1057.
- Hanuš, J., Ďurech, J., Brož, M., Warner, B. D., Pilcher, F., Stephens, R., Oey, J., Bernasconi, L., Casulli, S., Behrend, R., Polishook, D., Henych, T., Lehký, M., Yoshida, F., i Ito, T. (2011). A study of asteroid pole-latitude distribution based on an extended set of shape models derived by the lightcurve inversion method. *A&A*, 530:A134.
- Hanuš, J., Viikinkoski, M., Marchis, F., Ďurech, J., Kaasalainen, M., Delbo', M., Herald, D., Frappa, E., Hayamizu, T., Kerr, S., Preston, S., Timerson, B., Dunham, D., i Talbot, J. (2017). Volumes and bulk densities of forty asteroids from ADAM shape modeling. *A&A*, 601:A114.
- Harris, A. W. i Lagerros, J. S. V. (2002). *Asteroids in the Thermal Infrared*, pages 205–218.
- Harris, A. W. i Young, J. W. (1989). Asteroid lightcurve observations from 1979-1981. *Icarus*, 81:314–364.
- Harris, A. W., Young, J. W., Bowell, E., Martin, L. J., Millis, R. L., Poutanen, M., Scaltriti, F., Zappala, V., Schober, H. J., Debehogne, H., i Zeigler, K. W. (1989). Photoelectric observations of asteroids 3, 24, 60, 261, and 863. *Icarus*, 77:171–186.

- Harris, A. W., Young, J. W., Bowell, E., i Tholen, D. J. (1999). Asteroid Lightcurve Observations from 1981 to 1983. *Icarus*, 142.
- Hirata, N., Hirata, N., Tanaka, S., Nishikawa, N., Sugiyama, T., Gaskell, R., Palmer, E., Noguchi, R., Shimaki, Y., Matsumoto, K., Senshu, H., Yamamoto, Y., Murakami, S., Ishihara, Y., Sugita, S., Tsuda, Y., Watanabe, S.-i., i Hayabusa2 Project Team (2018). Initial results of shape modeling on the asteroid Ryugu from observations by Hayabusa2 for landing site selection. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, volume 50 of *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, page 501.05.
- Kaasalainen, M., Hestroffer, D., i Tanga, P. (2005). Physical Models and Refined Orbits for Asteroids from Gaia Photometry and Astrometry. In Turon, C., O’Flaherty, K. S., i Perryman, M. A. C., editors, *The Three-Dimensional Universe with Gaia*, volume 576 of *ESA Special Publication*, page 301.
- Kaasalainen, M., Lamberg, L., i Lumme, K. (1992a). Interpretation of lightcurves of atmosphereless bodies. II - Practical aspects of inversion. *A&A*, 259:333–340.
- Kaasalainen, M., Lamberg, L., Lumme, K., i Bowell, E. (1992b). Interpretation of lightcurves of atmosphereless bodies. I - General theory and new inversion schemes. *A&A*, 259:318–332.
- Kaasalainen, M., Mottola, S., i Fulchignoni, M. (2002a). *Asteroid Models from Disk-integrated Data*, pages 139–150.
- Kaasalainen, M. i Torppa, J. (2001). Optimization Methods for Asteroid Lightcurve Inversion. I. Shape Determination. *Icarus*, 153:24–36.
- Kaasalainen, M., Torppa, J., i Muinonen, K. (2001). Optimization Methods for Asteroid Lightcurve Inversion. II. The Complete Inverse Problem. *Icarus*, 153:37–51.
- Kaasalainen, M., Torppa, J., i Piironen, J. (2002b). Models of Twenty Asteroids from Photometric Data. *Icarus*, 159:369–395.
- Kaasalainen, M., Viikinkoski, M., Carry, B., Durech, J., Lamy, P., Jorda, L., Marchis, F., i Hestroffer, D. (2011). Shape reconstruction of irregular bodies with multiple complementary data sources. In *EPSC-DPS Joint Meeting 2011*, page 416.
- Karttunen, H. (1989). Modelling asteroid brightness variations. I - Numerical methods. *A&A*, 208:314–319.
- Krugly, Y. N. i Shevchenko, V. G. (1999). Magnitude Phase Dependence of Asteroid 433 Eros. In *Lunar and Planetary Science Conference*, volume 30 of *Lunar and Planetary Inst. Technical Report*.
- Kryszczyńska, A., La Spina, A., Paolicchi, P., Harris, A. W., Breiter, S., i Pravec, P. (2007). New findings on asteroid spin-vector distributions. *Icarus*, 192:223–237.
- Lagerkvist, C.-I., Erikson, A., Debehogne, H., Festin, L., Magnusson, P., Mottola, S., Oja, T., de Angelis, G., Belskaya, I. N., Dahlgren, M., Gonano-Beurer, M., Lagerros, J., Lumme, K., i Pohjolainen, S. (1995). Physical studies of asteroids. XXIX. Photometry and analysis of 27 asteroids. *A&AS*, 113:115.
- Lagerros, J. S. V. (1997). Thermal physics of asteroids. III. Irregular shapes and albedo variegations. *A&A*, 325:1226–1236.

- Lambert, J. V. (1985). *Occultation and lightcurve analysis: The figure of 2 Pallas*. rozprawa doktorska, New Mexico State University, Las Cruces.
- Lebofsky, L. A., Sykes, M. V., Tedesco, E. F., Veeder, G. J., Matson, D. L., Brown, R. H., Gradie, J. C., Feierberg, M. A., i Rudy, R. J. (1986). A refined “standard” thermal model for asteroids based on observations of 1 Ceres and 2 Pallas. *Icarus*, 68:239–251.
- Lupishko, D. F., Belskaya, I. N., i Tupieva, F. A. (1983). Photometry of the M-type asteroid 21 Lutetia. *Pisma v Astronomicheskii Zhurnal*, 9:691–694.
- Lupishko, D. F., Velichko, F. P., Bel’Skaia, I. N., i Shevchenko, V. G. (1987). The pole coordinates and phase dependence of the brightness of the asteroid 21 Lutetia. *Kinematika i Fizika Nebesnykh Tel*, 3:36–38.
- Magnusson, P. (1986). Distribution of spin axes and senses of rotation for 20 large asteroids. *Icarus*, 68:1–39.
- Magnusson, P. (1991). Analysis of asteroid lightcurves. III - Albedo variegation. *A&A*, 243:512–520.
- Magnusson, P., Barucci, M. A., Drummond, J. D., Lumme, K., Ostro, S. J., Surdej, J., Taylor, R. C., i Zappalà, V. (1989). Determination of pole orientations and shapes of asteroids. In Binzel, R. P., Gehrels, T., i Matthews, M. S., editors, *Asteroids II*, pages 66–97.
- Marchis, F., Kaasalainen, M., Hom, E. F. Y., Berthier, J., Enriquez, J., Hestroffer, D., Le Mignant, D., i de Pater, I. (2006). Shape, size and multiplicity of main-belt asteroids. I. Keck Adaptive Optics survey. *Icarus*, 185:39–63.
- Marciniak, A., Pilcher, F., Oszkiewicz, D., Santana-Ros, T., Urakawa, S., Fauvaud, S., Kankiewicz, P., Tychoniec, Ł., Fauvaud, M., Hirsch, R., Horbowicz, J., Kamiński, K., Konstanciak, I., Kosturkiewicz, E., Murawiecka, M., Nadolny, J., Nishiyama, K., Okumura, S., Polińska, M., Richard, F., Sakamoto, T., Sobkowiak, K., Stachowski, G., i Trela, P. (2015). Against the biases in spins and shapes of asteroids. *Planet. Space Sci.*, 118:256–266.
- Marsset, M., Vernazza, P., Castillo-Rogez, J., Rambaux, N., Carry, B., Hanus, J., Viikinkoski, M., Marchis, F., Drouard, A., Fetick, R., i Harissa Team (2018). Pallas’s formation and internal structure: New insights from VLT/SPHERE. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, page 404.07.
- Melillo, F. J. (1987). V+I Photoelectric Photometry of Asteroids 4 Vesta and 9 Metis. *Minor Planet Bulletin*, 14:21.
- Michalowski, T. (1993). Poles, shapes, senses of rotation, and sidereal periods of asteroids. *Icarus*, 106:563.
- Millis, R. L., Bowell, E., i Thompson, D. T. (1976). UVB photometry of asteroid 433 Eros. *Icarus*, 28:53–67.
- Millis, R. L., Wasserman, L. H., Bowell, E., Franz, O. G., White, N. M., Lockwood, G. W., Nye, R., Bertram, R., Klemola, A., Dunham, E., i Morrison, D. (1981). The diameter of Juno from its occultation of AG + 0 deg 1022. *AJ*, 86:306–313.

- Miner, E. i Young, J. (1976). Five-color photoelectric photometry of asteroid 433 Eros. *Icarus*, 28:43–51.
- Mottola, S., Gonano-Beurer, M., Green, S. F., McBride, N., Brinjes, J. C., i di Martino, M. (1994). Colour variations of asteroid 243 Ida. *Planet. Space Sci.*, 42:21–25.
- Muinonen, K. (1998). Introducing the Gaussian shape hypothesis for asteroids and comets. *A&A*, 332:1087–1098.
- Muinonen, K., Belskaya, I. N., Cellino, A., Delbò, M., Levasseur-Regourd, A.-C., Penttilä, A., i Tedesco, E. F. (2010). A three-parameter magnitude phase function for asteroids. *Icarus*, 209:542–555.
- Müller, T. G., Ďurech, J., Hasegawa, S., Abe, M., Kawakami, K., Kasuga, T., Kinoshita, D., Kuroda, D., Urakawa, S., Okumura, S., Sarugaku, Y., Miyasaka, S., Takagi, Y., Weissman, P. R., Choi, Y.-J., Larson, S., Yanagisawa, K., i Nagayama, S. (2011). Thermo-physical properties of 162173 (1999 JU3), a potential flyby and rendezvous target for interplanetary missions. *A&A*, 525:A145.
- Müller, T. G., Ďurech, J., Ishiguro, M., Mueller, M., Krühler, T., Yang, H., Kim, M.-J., O’Rourke, L., Usui, F., Kiss, C., Altieri, B., Carry, B., Choi, Y.-J., Delbo, M., Emery, J. P., Greiner, J., Hasegawa, S., Hora, J. L., Knust, F., Kuroda, D., Osip, D., Rau, A., Rivkin, A., Schady, P., Thomas-Osip, J., Trilling, D., Urakawa, S., Vilenius, E., Weissman, P., i Zeidler, P. (2017). Hayabusa-2 mission target asteroid 162173 Ryugu (1999 JU<sub>3</sub>): Searching for the object’s spin-axis orientation. *A&A*, 599:A103.
- Ortiz, J. L., Santos-Sanz, P., Sicardy, B., Benedetti-Rossi, G., Bérard, D., Morales, N., Duffard, R., Braga-Ribas, F., Hopp, U., Ries, C., Nascimbeni, V., Marzari, F., Granata, V., Pál, A., Kiss, C., Pribulla, T., Komžík, R., Hornoch, K., Pravec, P., Bacci, P., Maestripieri, M., Nerli, L., Mazzei, L., Bachini, M., Martinelli, F., Succi, G., Ciabattari, F., Mikuz, H., Carbognani, A., Gaehrken, B., Mottola, S., Hellmich, S., Rommel, F. L., Fernández-Valenzuela, E., Campo Bagatin, A., Cikota, S., Cikota, A., Lecacheux, J., Vieira-Martins, R., Camargo, J. I. B., Assafin, M., Colas, F., Behrend, R., Desmars, J., Meza, E., Alvarez-Candal, A., Beisker, W., Gomes-Junior, A. R., Morgado, B. E., Roques, F., Vachier, F., Berthier, J., Mueller, T. G., Madiedo, J. M., Unsalan, O., Sonbas, E., Karaman, N., Erece, O., Koseoglu, D. T., Ozisik, T., Kalkan, S., Guney, Y., Niaei, M. S., Satir, O., Yesilyaprak, C., Puskullu, C., Kabas, A., Demircan, O., Alikakos, J., Charmandaris, V., Leto, G., Ohlert, J., Christille, J. M., Szakáts, R., Takácsné Farkas, A., Varga-Verebélyi, E., Marton, G., Marciniak, A., Bartczak, P., Santana-Ros, T., Butkiewicz-Bąk, M., Dudziński, G., Alí-Lagoa, V., Gazeas, K., Tzouganas, L., Paschalis, N., Tsamis, V., Sánchez-Lavega, A., Pérez-Hoyos, S., Hueso, R., Guirado, J. C., Peris, V., i Iglesias-Marzoa, R. (2017). The size, shape, density and ring of the dwarf planet Haumea from a stellar occultation. *Nature*, 550:219–223.
- Ostro, S. J. (1989). Radar observations of asteroids. In Binzel, R. P., Gehrels, T., i Matthews, M. S., editors, *Asteroids II*, pages 192–212.
- Ostro, S. J. (2002). Asteroid Radar Astronomy. In Bottke, W. F., Cellino, A., Paolicchi, P., i Binzel, R. P., editors, *Asteroids III*, pages 151–168.
- Oszkiewicz, D. A., Muinonen, K., Bowell, E., Trilling, D., Penttilä, A., Pieniluoma, T., Wasserman, L. H., i Enga, M.-T. (2011). Online multi-parameter phase-curve fitting and

- application to a large corpus of asteroid photometric data. *J. Quant. Spectrosc. Radiative Transfer*, 112:1919–1929.
- Pop, V. i Chis, D. (1976). Photoelectric lightcurves of asteroid 433 Eros. *Icarus*, 28:37.
- Pospieszalska-Surdej, A. i Surdej, J. (1985). Determination of the pole orientation of an asteroid - The amplitude-aspect relation revisited. *A&A*, 149:186–194.
- Rozitis, B. i Green, S. F. (2011). Directional characteristics of thermal-infrared beaming from atmosphereless planetary surfaces - a new thermophysical model. *MNRAS*, 415:2042–2062.
- Russell, H. N. (1906). On the light variations of asteroids and satellites. *Astrophysical Journal*, 24:1–18.
- Sato, I. (2015). A 3-D shape model of Interamnia. In *IAU General Assembly*, volume 29, page 2252456.
- Scaltriti, F. i Zappala, V. (1976). Photometric lightcurves and pole determination of 433 Eros. *Icarus*, 28:29–35.
- Scheeres, D. J., Britt, D., Carry, B., i Holsapple, K. A. (2015). *Asteroid Interiors and Morphology*, pages 745–766.
- Schmid, H. M., Bazzon, A., Milli, J., Roelfsema, R., Engler, N., Mouillet, D., Lagadec, E., Sissa, E., Sauvage, J. F., Ginski, C., Baruffolo, A., Beuzit, J. L., Boccaletti, A., Bohn, A. J., Claudi, R., Costille, A., Desidera, S., Dohlen, K., Dominik, C., Feldt, M., Fusco, T., Gisler, D., Girard, J. H., Gratton, R., Henning, T., Hubin, N., Joos, F., Kasper, M., Langlois, M., Pavlov, A., Pragt, J., Puget, P., Quanz, S. P., Salasnich, B., Siebenmorgen, R., Stute, M., Suarez, M., Szulágyi, J., Thalmann, C., Turatto, M., Udry, S., Vigan, A., i Wildi, F. (2017). SPHERE/ZIMPOL observations of the symbiotic system R Aquarii. I. Imaging of the stellar binary and the innermost jet clouds. *A&A*, 602:A53.
- Schober, H. J. i Lustig, G. (1975). A photometric investigation of the asteroid /89/ Julia. *Icarus*, 25:339–343.
- Schober, H. J. i Surdej, J. (1979). UBV photometry of the asteroids 9 Metis, 87 Sylvia and 247 Eukrate during their oppositions in 1978 with respect to lightcurves. *A&AS*, 38:269–274.
- Schroll, A., Schober, H. J., i Lagerkvist, C. I. (1981). Evidence for color variations on the surface of 3 Juno - New photoelectric UBV-observations. *A&A*, 104:296–299.
- Sierks, H., Lamy, P., Barbieri, C., Koschny, D., Rickman, H., Rodrigo, R., A’Hearn, M. F., Angrilli, F., Barucci, M. A., Bertaux, J.-L., Bertini, I., Besse, S., Carry, B., Cremonese, G., Da Deppo, V., Davidsson, B., Debei, S., De Cecco, M., De Leon, J., Ferri, F., Fornasier, S., Fulle, M., Hviid, S. F., Gaskell, R. W., Groussin, O., Gutierrez, P., Ip, W., Jorda, L., Kaasalainen, M., Keller, H. U., Knollenberg, J., Kramm, R., Kührt, E., Küppers, M., Lara, L., Lazzarin, M., Leyrat, C., Moreno, J. J. L., Magrin, S., Marchi, S., Marzari, F., Massironi, M., Michalik, H., Moissl, R., Naletto, G., Preusker, F., Sabau, L., Sabolo, W., Scholten, F., Snodgrass, C., Thomas, N., Tubiana, C., Vernazza, P., Vincent, J.-B., Wenzel, K.-P., Andert, T., Pätzold, M., i Weiss, B. P. (2011). Images of Asteroid 21 Lutetia: A Remnant Planetesimal from the Early Solar System. *Science*, 334:487.
- Slivan, S. M. i Binzel, R. P. (1996). Forty-eight New Rotation Lightcurves of 12 Koronis Family Asteroids. *Icarus*, 124:452–470.

- Spencer, J. R. (1990). A rough-surface thermophysical model for airless planets. *Icarus*, 83:27–38.
- Spencer, J. R., Lebofsky, L. A., i Sykes, M. V. (1989). Systematic biases in radiometric diameter determinations. *Icarus*, 78:337–354.
- Spoto, F., Tanga, P., Mignard, F., Berthier, J., Carry, B., Cellino, A., Dell’Oro, A., Hestroffer, D., Muinonen, K., i et al. (2018). Gaia Data Release 2. Observations of solar system objects. *A&A*, 616:A13.
- Stooke, P. (2016). Stooke Small Body Shape Models V2.0. *NASA Planetary Data System*, 240:EAR–A–5–DDR–STOOKE–SHAPE–MODELS–V2.0.
- Tedesco, E. F. (1976). UBV lightcurves of asteroid 433 Eros. *Icarus*, 28:21–28.
- Thomas, P. C., Belton, M. J. S., Carcich, B., Chapman, C. R., Davies, M. E., Sullivan, R., i Veverka, J. (1996). The Shape of Ida. *Icarus*, 120:20–32.
- Timerson, B., Durech, J., Aguirre, S., Benner, L., Blacnhette, D., Breit, D., Campbell, S., Campbell, R., Carlisle, R., Castro, E., Clark, D., Clark, J., Correa, A., Coughlin, K., Degenhardt, S., Dunham, D., Fleishman, R., Frankenberger, R., Gabriel, P., Harris, B., Herald, D., Hicks, M., Hofler, G., Holmes, A., Jones, R., Lambert, R., Lucas, G., Lyzenga, G., Macdougall, C., Maley, P., Morgan, W., Mroz, G., Nolthenius, R., Nugent, R., Preston, S., Rodriguez, C., Royer, R., Sada, P., Sanchez, E., Sanford, B., Sorensen, R., Stanton, R., Venable, R., Vincent, M., Wasson, R., i Wilson, E. (2009). A Trio of Well-Observed Asteroid Occultations in 2008. *Minor Planet Bulletin*, 36:98–100.
- Torppa, J., Kaasalainen, M., Michałowski, T., Kwiatkowski, T., Kryszczyńska, A., Denchev, P., i Kowalski, R. (2003). Shapes and rotational properties of thirty asteroids from photometric data. *Icarus*, 164:346–383.
- Vernazza, P., Broz, M., Drouard, A., J. Hanus, A., Viikinkoski, M., Marsset, M., Jorda, L., Fetick, R., Carry, B., Marchis, F., Birlan, M., Fusco, T., Santana-Ros, T., Podlewska-Gaca, E., Jehin, E., Ferrais, M., Bartczak, P., i Dudzinski (2018). The impact crater at the origin of the Julia family detected with VLT/SPHERE? *A&A*, accepted.
- Vesely, C. D. i Taylor, R. C. (1985). Photometric lightcurves of 21 asteroids. *Icarus*, 64:37–52.
- Veverka, J. (1971). The Physical Meaning of Phase Coefficients. *NASA Special Publication*, 267:79.
- Viikinkoski, M., Kaasalainen, M., Durech, J., Carry, B., Marsset, M., Fusco, T., Dumas, C., Merline, W. J., Yang, B., Berthier, J., Kervella, P., i Vernazza, P. (2015). VLT/SPHERE- and ALMA-based shape reconstruction of asteroid (3) Juno. *A&A*, 581:L3.
- Vokrouhlický, D., Bottke, W. F., Chesley, S. R., Scheeres, D. J., i Statler, T. S. (2015). *The Yarkovsky and YORP Effects*, pages 509–531.
- Warner, B. D. (2018). In This Issue. *Minor Planet Bulletin*, 45:309–310.
- Warner, B. D., Harris, A. W., i Pravec, P. (2009). The asteroid lightcurve database. *Icarus*, 202:134–146.



- Weidenschilling, S. J., Chapman, C. R., Davis, D. R., Greenberg, R., i Levy, D. H. (1990). Photometric geodesy of main-belt asteroids. III - Additional lightcurves. *Icarus*, 86:402–447.
- Weidenschilling, S. J., Chapman, C. R., Davis, D. R., Greenberg, R., Levy, D. H., i Vail, S. (1987). Photometric geodesy of main-belt asteroids. I - Lightcurves of 26 large, rapid rotators. *Icarus*, 70:191–245.
- Yang, X. Y., Zhang, Y. Y., i Li, X. Q. (1965). *Acta Astron. Sinica*, 13:66.
- Zappala, V. (1981). A semi-analytic method for pole determination of asteroids. *Moon and Planets*, 24:319–325.
- Zappala, V., di Martino, M., Knezevic, Z., i Djurasevic, G. (1984). New evidence for the effect of phase angle on asteroid lightcurve shape - 21 Lutetia. *A&A*, 130:208–210.
- Zappala, V. i van Houten, I. (1979). Pole coordinates of the asteroids 9 Metis, 22 Kalliope, and 44 NYSA. *Icarus*, 40:289–296.
- Zeigler, K. W. i Florence, W. B. (1985). Photoelectric photometry of asteroids 9 Metis, 18 Melpomene, 60 Echo, 116 Sirona, 230 Athamantis, 694 Ekard, and 1984 KD. *Icarus*, 62:512–517.
- Zuber, M. T., Smith, D. E., Cheng, A. F., Garvin, J. B., Aharonson, O., Cole, T. D., Dunn, P. J., Guo, Y., Lemoine, F. G., Neumann, G. A., Rowlands, D. D., i Torrence, M. H. (2000). The Shape of 433 Eros from the NEAR-Shoemaker Laser Rangefinder. *Science*, 289:2097–2101.