

MARCIN WOŹNIAK

MODELE POSZUKIWAŃ I DOPASOWAŃ JAKO NARZĘDZIE BADANIA RYNKÓW PRACY

I. WPROWADZENIE TEORETYCZNE

Rynki pracy są w bezustannym ruchu – w każdej chwili w jednym miejscu destrukcji ulegają istniejące stanowiska pracy, a w innym pojawiają się nowe. Ma to związek z powstawaniem nowych firm, bankructwem istniejących na rynku zakładów, ale i z wieloma innymi, bardziej subtelnymi zjawiskami, między innymi rozwojem nowych produktów, wprowadzaniem nowych technologii, konkurencją, uregulowaniami prawnymi, przepisami podatkowymi czy zmieniającymi się kosztami pracy¹.

Szacuje się, że w krajach OECD każdego roku zniszczeniu ulega ok. 7-10% miejsc pracy, a tyle samo, być może gdzie indziej, powstaje w roku następnym. Ruch poszukujących pracy (bezrobotnych, pracowników i pracodawców) jest jeszcze większy².

Charakterystyczne w omawianym zjawisku są wszechobecne „tarcia” (*frictions*), czyli kosztowne opóźnienia występujące na rynku pracy, które utrudniają, a tym samym wydłużają czas poszukiwań. W celu modelowania „tarc” wpływających na przepływy występujące na rynku pracy stosuje się modele poszukiwań i dopasowań (*search and matching models*)³, których ilustracją graficzną jest relacja pomiędzy ilością etatów a ilością bezrobotnych – krzywa Beveridga⁴. Za ich pionierów uznać można Phelps’a, Stiglera i Friedmana⁵, jednak w obecnym kształcie pojawiły się one na początku lat 80., kładąc nacisk na właściwości, obustronnego przecieży, procesu poszukiwań oraz analizie równowagi na rynku pracy (np. D. Mortensen, P. Diamond, Ch. Pissarides). Od tej chwili modele te szybko ewoluowały, rozwinęły i rozwijają się ich liczne mutacje, które służą do analizy procesu poszukiwań z różnych perspektyw i w różnym otoczeniu, a tym samym do lepszego zrozumienia mechanizmów działania rynków pracy.

¹ S. J. Davis, J. C. Haltiwanger, S. Schuch, *Job Creation and Destruction*, MIT, Cambridge, Mass., 1997, s. 1.

² Ch. Pissarides, D. Mortensen, *New Developments in Models of Search in Labour Market*, Discussion Paper, nr 2053, CEPR 1999.

³ E. Yashiv, *Evaluating the Performance of the Search and Matching Model*, Tel Aviv University and The Centre of Economic Policy Research 2004, s. 5.

⁴ O. Blanchard, P. Diamond, *The Beveridge Curve*, „Brookings Papers on Economic Activity” 1, 1989, s. 1-76.

⁵ D. Mortensen, Ch. Pissarides, *Job Reallocation, Employment Fluctuation and Unemployment*, w: J. B. Taylor, M. Woodford (red.), *Handbook of Macroeconomic*, 1999, s. 1173.

Dwa główne ujęcia procesu dopasowań to tak zwane podejście losowe (*random matching*) oraz podejście zasobowo-strumieniowe (*stock-flow matching*)⁶. W tekście tym skupimy się na podejściu klasycznym (*random matching*), jako że jest ono najczęściej wykorzystywane w analizie wpływu aktywnej polityki rynku pracy⁷, co równocześnie odpowiada zainteresowaniom autora.

II. WYBÓR OPTYMALNEJ STRATEGII POSZUKIWAŃ – SEKWENCYJNE POSZUKIWANIA PRACY

Wypada zacząć dalsze rozważania od przedstawienia tak zwanego modelu sekwencyjnego przynajmniej z trzech powodów: po pierwsze, jest on dla badaczy inspiracją, koniem pociągowym współczesnej literatury badającej rynek pracy z zastosowaniem modeli równowagi; po drugie, w modelu sekwencyjnym istotny jest czas konieczny do tego, aby nastąpiło dopasowanie bezrobotny – pracodawca, co jest rdzeniem wszystkich modeli poszukiwań i dopasowań; po trzecie, zakłada on pewien element szczęścia w poszukiwaniach pracy, co skutkuje tym, że osoby znajdujące pracę na podobnych stanowiskach otrzymują różne pensje, co dość trafnie odpowiada rzeczywistości⁸. Poza tym przedstawienie modelu sekwencyjnego ułatwi nam dalsze rozważania bardziej zaawansowanych zagadnień związanych ze współczesnymi modelami równowagi na rynku pracy.

Najważniejszą kwestią modelu sekwencyjnego jest mechanizm determinacji płac na rynku pracy, który wiąże się z mechanizmem zaprzestania dalszych poszukiwań wolnego wakat/pracownika przez bezrobotnego/firmę, w taki sposób, aby zminimalizować straty/zmaksymalizować zyski w danych warunkach panujących na rynku pracy. Na rynku pracy pensje oferowane przez pracodawców są bardzo zróżnicowane. Nawet w ramach tych samych stanowisk, i to nawet w ramach jednej organizacji, pracując na tym samym stanowisku, jeden pracownik może zarabiać więcej niż inny. Rozbieżności te tłumaczyć można brakiem dostępu do informacji na temat płac oferowanych na rynku pracy. Pracownicy poszukujący zatrudnienia często orientują się w wysokości płac tylko w poprzednim zakładzie pracy czy też wśród najbliższych znajomych i na tej podstawie ustalają pensję progową (*reservation wage*), od której są gotowi przyjąć daną posadę.

⁶ Główne różnice pomiędzy nimi to m.in. to, że *stock-flow* zakłada, że poszukujący zatrudnienia dysponuje niemal doskonałą informacją na rynku pracy, a potencjalne dopasowanie może w ogóle nie istnieć. Oba ujęcia zakładają poniesienie pewnych kosztów poszukiwań. J. Dmitrijeva, M. Hazans, *A Stock-Flow Matching Approach to Evaluation of Public Training Programme in a High Unemployment Environment*, „Labour” 21, 2007, nr 3, s. 503-540; P. Greg, B. Petrolongo, *Stock-Flow Matching and the Performance of the Labor Market*, „European Economic Review” 49, 2005, s. 1987-2011.

⁷ M. G. Coles, B. Petrolongo, *A Test between Stock-Flow Matching and the Random Matching Function Approach*, „International Economic Review” 49, 2008, nr 4, s. 2-24.

⁸ M. Egami, M. Xu, *A Continuous-Time Search Model with Job Switch and Jumps*, „Mathematical Methods of Operations Research” 70, 2009, nr 2, s. 241-267.

Rozważmy sytuację, w której poszukujący zatrudnienia wybiera wśród znanych mu ofert pracy, za którymi stoi dany rozkład płac $F(w)$. Oferty są przeglądane losowo, jedna po drugiej. Ofert raz przeglądanych i odrzuconych nie można wybrać po raz kolejny. Poszukujący, przyglądając się ofercie, porównuje dotychczasowy przebieg (wartość) procesu poszukiwań W_t z wartością dalszego procesu poszukiwań w kolejnym okresie w_{t+1} . Jeżeli $w_{t+1} > W_t$, to sekwencja poszukiwań zostaje przerwana⁹. Dylemat ten związany jest z procesem dynamicznej optymalizacji¹⁰, a w czasie dyskretnym formalnie ilustrują go równania Bellmana¹¹:

$$W(w) = w + \beta W(w) \quad (4)$$

$$U = b + \beta \int_0^{\infty} \max\{U, W(w)\} dF(w) \quad (5)$$

gdzie $W(w)$ to „rekompensata” (wartość), jaką otrzyma poszukujący w przypadku zaakceptowania płacy o wysokości w , natomiast U to „rekompensata” (wartość), jaką otrzyma poszukujący w przypadku odrzucenia proponowanej mu pensji w , otrzymując w dalszym ciągu przychody b (dochód bezrobotnego) i szukając nadal kolejnej oferty płacowej.

Ponieważ $U = w_r / (1 - \beta)$ jest rosnące, istnieje minimalna płaca progowa w_r , taka, że $W(w_r) = U$. Jeśli poszukujący zatrudnienia natrafi na stawkę niższą od płacy minimalnej ($w < w_r$), nie podejmie on dialogu z pracodawcą. Zaakceptuje ofertę, tylko jeśli $w \geq w_r$. Podstawiając wartości U i $W(w_r)$ do (5) otrzymujemy:

$$w_r = T(w) \equiv (1 - \beta)b + \beta \int_0^{\infty} \max\{w, w_r\} dF(w) \quad (6)$$

Istnieje więc jedno rozwiązanie dla $w_r = T(w_r)$. W związku z tym: jeśli ktoś ustala stawkę początkową na poziomie i rekurencyjnie ustali stawki w okresie czasu tak, że: $w_{n+1} = T(w_n)$, sekwencja zbiegnie się na poziomie płacy progowej w_r . Jeśli stawka początkowa jest ustalona na poziomie $w_0 = b$, płaca progowa poszukującego zatrudnienia w ostatnim okresie danego horyzontu czasowego wynosi w_n , gdzie n oznacza pozostałą ilość „okresów poszukiwań”, po upływie których bezrobotny albo otrzymuje b , albo akceptuje w_r . Równanie (6) przedstawia problem wyboru optymalnej strategii poszukiwań (*optimal*

⁹ D. Mortensen, *Job Search and Labor Market Analysis*, w: O. Ashenfelter, R. Layard (red.), *Handbook of Labor Economics*, Elsevier 1999, s. 2567-2627.

¹⁰ Typowe zagadnienie optymalizacji dynamicznej polega na poszukiwaniu takiego ciągu decyzji w danym przedziale czasu, który zapewni maksymalną wartość wskaźnika jakości zależącego od przebiegu zmian tej decyzji, określanym na całym przedziale czasu.

¹¹ Zapis równań modelu sekwencyjnego zarówno w czasie dyskretnym, jak i ciągłym możemy znaleźć np. w: R. Rogerson, R. Simmer, R. Wright, *Search-Theoretic Models of Labor Market: A Survey*, „Journal of Economic Literature” 43, 2005. Richard Bellman zapisał swoje równania w 1952 r., pokazując dynamiczną optymalizację jako „skokowy” proces porównywania funkcji wartości z danego okresu czasu z funkcją wartości z okresu poprzedniego. Szerzej: idem, *On the Theory of Dynamic Programming*, „Proceedings of the National Academy of Sciences” 1952.

stopping strategy) momentu, do którego bezrobotny będzie poszukiwał zatrudnienia.

Jednakże w literaturze częściej mamy do czynienia z osadzeniem omawianego problemu w czasie ciągłym, co bardziej odpowiada rzeczywistości, a jednocześnie jest łatwiejsze do zapisu formalnego¹². Dodatkowo warto uwzględnić fakt, że bezrobotny może wpływać na częstotliwość przeglądania ofert, zwiększając bądź zmniejszając swoją aktywność w tym zakresie. Aktywność ta musi pomniejszać „rekompensatę”, jaką otrzymuje bezrobotny poszukujący. Zmodyfikowane równanie Bellmana – odpowiednik równań (4) i (5) dla czasu ciągłego, uwzględniające losowe przerwy czasowe pomiędzy przeglądaniem kolejnych ofert (ilustrowane rozkładem Poissona λ), a także wysiłek bezrobotnego a może mieć postać:

$$rW(w) = w \quad (7),$$

$$rU = b - a + \lambda \int_0^{\infty} \max\{0, W(w), U - U\} dF(w) \quad (8).$$

O ile w równaniu (5) U oznacza „rekompensatę” (wartość), jaką otrzyma bezrobotny w przypadku niezaakceptowania oferty pracy, o tyle w równaniu (8) rU oznacza strumień wartości w danym okresie czasu. Płacę minimalną określa warunek $W(w_r) = U$, w związku z tym równanie (7) implikuje, że $W(w) - U = \frac{w - w_r}{r}$, którą to wartość podstawiamy do równania (8) i otrzymujemy wzór determinujący wartość płacy minimalnej w czasie ciągłym z uwzględnieniem wpływu bezrobotnych na intensywności poszukiwań:

$$w_r = b - a(\lambda) + \frac{\lambda}{r} \int_{w_r}^{\infty} (w - w_r) dF(w) \quad (9).$$

Warunkiem uzyskania rozwiązania jest:

$$\int_{w_r}^{\infty} (w - w_r) dF(w) = ra'(\lambda) \quad (10).$$

Zachowanie poszukującego zatrudnienia określają zatem jego wymagania płacowe oraz częstotliwość, z jaką przegląda on oferty pracy λ , które to wartości wyżej wymienionych parametrów są rozwiązaniem dla (9) i (10). W danym układzie równań zwiększenie „rekompensaty”, jaką otrzymuje bezrobotny, skutkuje zmniejszeniem częstotliwości przeglądania ofert λ oraz jednocześnie zwiększeniem wymagań co do pensji minimalnej w_r . Innymi słowy: mechanizm wyboru optymalnej strategii poszukiwań przez bezrobotnego jest ściśle zależny od wysokości zysków (w tym zasiłków), jakie może on otrzymać pozostając na zasiłku, a aktywność bezrobotnego w tym zakresie spada wraz z ich wysokością.

¹² D. Mortensen, Ch. Pissarides, *New Developments...*, s. 7.

1. Model Diamonda, Mortensena i Pissaridesa¹³

Współcześnie do najważniejszych i prawdopodobnie najszerzej stosowanych modeli poszukiwań na rynku pracy, uwzględniających tarcia zachodzące pomiędzy stronami transakcji, należy model Mortensena i Pissaridesa (model MP), stworzony na podwalinach teoretycznych Petera Diamonda, za który badacze otrzymali w 2010 r. Nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii.

Nobliści, poczynając od lat 80. XX w., opracowywali prototypowy model poszukiwań i połączeń, w którym szoki idiosynkratyczne stanowią bodziec do kreacji wakujących miejsc pracy i destrukcji istniejących na rynku dopasowań. W realokacji zatrudnienia kluczowe znaczenia ma tak zwana funkcja dopasowań, która, by działać, wymaga czasu i innych zasobów zależnych od szczegółowej specyfikacji modelu¹⁴. Badacze doszli do wielu nowatorskich odkryć, zmieniając poglądy na temat funkcjonowania rynków pracy, zarówno po stronie naukowców, jak i polityków¹⁵. Model Mortensena i Pissaridesa zaliczyć możemy do tak zwanych modeli równowagi na rynku pracy (*equilibrium model of labour market*).

Podstawowy model MP zawiera trzy zazębiające się elementy, które opisują, w jaki sposób:

a) poszukujący zatrudnienia i pracodawcy się spotykają (funkcja dopasowań),

b) następuje kreacja i destrukcja zatrudnienia (warunki tworzenia i likwidacji miejsc pracy),

c) ustalone są płace (negocjacje płacowe).

Ponadto, upraszczając nieco rzeczywistość, zazwyczaj przyjmuje się, że:

a) czas modelu jest ciągły,

b) poszukujący pracy żyją w nieskończoność (lub mogą umierać z pewną określoną częstotliwością), maksymalizując swój przyszły możliwy dochód,

c) populacja modelowanej gospodarki zasiedla odcinek o jednostkowej długości,

d) gdy poszukujący pracy i wakat się spotkają, łączą się wtedy i tylko wtedy, gdy korzyści z dopasowania przewyższają sumę korzyści, gdyby pozostali rozdzieleni – wykorzystujemy tu tak zwany warunek Nasha (*Nash Bargaining Solution*),

e) wydajność produkcji dopasowań (*match productivity*) jest podatna na szoki idiosynkratyczne,

f) stopa destrukcji miejsc pracy jest endogeniczna.

¹³ Zapis formalny modelu przedstawiony w tej sekcji tekstu został opracowany na podstawie następujących publikacji: Ch. Pissarides, D. Mortensen, *Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment*, „Review of Economic Studies” 61, 1994, s. 397-415; iidem, *Job Reallocation, Employment...*, s. 1171-1228; Ch. Pissarides, *Equilibrium Unemployment Theory*, MIT, Cambridge, Mass., 2000; Ch. Pissarides, D. Mortensen, *New Developments...*, passim.

¹⁴ C. H. Rogerson, *Can the Mortensen-Pissarides Matching Model Match the Business-Cycle Facts?*, „International Economic Review” 40, 1999, nr 4, s. 933-959.

¹⁵ B. Petrolongo, komentarz z 15 października 2010 r. w sprawie przyznania Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii Diamondowi, Mortensenowi i Pissaridesowi, <http://www.voxeu.org/index.php?q=node/5676> (dostęp 10.11.2012).

2. Funkcja dopasowań

Najszerzej znanym i omawianym w literaturze elementem modelu Mortensena i Pissaridesa jest wspomniana już funkcja dopasowań¹⁶, pozwalająca zobrazować skomplikowany i czasochłonny proces poszukiwania i znajdowania (bądź nie) zatrudnienia w formie równania¹⁷. Samo działanie funkcji jest procesem stochastycznym z punktu widzenia jego uczestników, który porównać można do dokonujących się cały czas narodzin i zgonów¹⁸. Jej działanie może być odpowiednikiem procesu Poissona z modeli sekwencyjnych¹⁹. W najprostszej postaci funkcję dopasowań możemy zapisać w następujący sposób:

$$M = m(u, v) \quad (11),$$

gdzie:

M – liczba obsadzonych miejsc pracy (ilość dopasowań) tworzona w danym czasie,

u – liczba bezrobotnych w danym czasie,

v – liczba wolnych miejsc pracy w danym czasie.

W literaturze przyjmuje się, iż jest to funkcja wypukła i rosnąca ze względu na oba argumenty, ciągła i nieujemna, czego ilustracją jest poniższe równanie:

$$m(u, 0) = m(0, v) = 0 \text{ dla wszystkich } u \text{ i } v.$$

Ponadto zakłada się, iż jest to funkcja typu Cobba-Douglasa: funkcja homogeniczna stopnia pierwszego²⁰. Badanie homogeniczności tej funkcji stało się jednym z zagadnień, na którą często zwraca się uwagę w literaturze przedmiotu²¹. Dla polskiego rynku pracy dowodu na istnienie zagregowanej

¹⁶ Funkcja dopasowań (*matching function*) bywa często wykorzystywana również jako samodzielne narzędzie analizy rynku pracy, ewaluacji aktywnych programów dla bezrobotnych, pomimo sporej funkcjonalności tego rodzaju analizy nie pozwalają na uwzględnienie zagadnień związanych z płacą, podatkami czy cyklem gospodarczym, dlatego często są niekompletne (np. R. Kosfeld, *Regional Spillovers and Spatial Heterogeneity in Matching Workers and Employers in Germany*, Discussion Paper in Economics 89/06, University of Kassel, Institute of Economics 2006; W. Hujer, K. Wolf, *Macroeconomic Evaluation of ALMP in Austria*, Discussion Papers 5217, Institute for the Study of Labor, 2010).

¹⁷ O. Blanchard, P. Diamond, *The Beveridge Curve*, „Brookings Papers on Economic Activity” 1, 1989, s. 1-60.

¹⁸ D. Mortensen, *The Matching Process as a Non-Cooperative/Bargaining Game*, w: J. McCall (red.), *The Economics of Information and Uncertainty*, NBER, 1982, s. 233-258.

¹⁹ W tym wypadku dla danej wartości u i v , w miejsce częstotliwości, z jaką bezrobotny przegląda oferty, implementujemy przekształconą postać funkcji dopasowań określającą prawdopodobieństwo znalezienia wolnego miejsca pracy – równanie (12) poniżej (dla u) bądź odpowiedniego pracownika, równanie (13) (dla v). Więcej na ten temat np. w: D. Mortensen, Ch. Pissarides, *New Developments...*, passim.

²⁰ Tzn. daje stałe przychody względem skali produkcji.

²¹ Na przykład Ch. Pissarides, *Unemployment and Vacancies in Britain*, „Economic Policy” 3, 1986, s. 499-559; O. Blanchard, P. Diamond, *The Beveridge Curve*, „Brookings Papers on Economic Activity”, 1989, nr 1, s. 1-76; R. Layard, S. Nickell, R. Jackman, *Unemployment: Macroeconomic Performance and the Labour Market*, Oxford University Press, Oxford 1991; M. Burda, Ch. Wyplosz, *Gross Workers and Job Flows in Europe*, „European Economic Review” 38, 1994, nr 6, s. 1287-1315; R. Bennet, R. Pinto, *The Hiring Function in Local Labour Markets in Britain*, „Environment and Planning” 26, 1994, nr 12, s. 1957-1974; M. Coles, E. Smith, *Cross-Section Estimation of the Matching Function: Evidence from England and Wales*, „Economica” 63, 1996, nr 252, s. 589-597; E. Yashiv, *The Determinant of Equilibrium Unemployment*, „American Economic Review” 90, 2000, nr 5, s. 1297-1322.

funkcji połączeń typu Cobba-Douglasa dostarcza na przykład praca Sylwii Roszkowskiej²². Warunek homogeniczności funkcji dopasowań ilustruje równanie: $m(u, v) = m\left(1, \frac{v}{u}\right)v = q(\theta)v$, gdzie $\theta = \frac{v}{u}$ tak zwane niedopasowanie (restrykcyjność) rynku pracy²³ jest zmienną określaną endogenicznie. Poszukujący pracy (u) i wolne etaty (v) są łączeni w pary w danym punkcie w czasie. Zakładając, że wszyscy poszukujący zatrudnienia i firmy poszukujące pracowników są identyczne, średnia stopa, z jaką bezrobotni napotykną wakujące stanowisko, wynosi:

$$t = \frac{m(v, u)}{u} \quad (12),$$

natomiast miejsce pracy jest odwiedzane przez potencjalnych pracowników ze średnią stopą:

$$s = \frac{m(v, u)}{v} \quad (13).$$

3. Tworzenie i likwidacja miejsc pracy

Jeśli nastąpi dopasowanie, pracodawca i pracownik negocjują płacę i dane stanowisko pracy zaczyna być produktywne. Jeśli negocjacje płacowe nie powiodą się, pracownik staje się znowu bezrobotny, a dane stanowisko pracy wakuje. Tworzenie miejsc pracy (*job creation*) ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy wakat i poszukujący zatrudnienia spotkają się i rozpocznie się proces produkcji. Każda z firm istniejących na rynku ma jedno miejsce pracy, które może być albo zajęte, tym samym produkcja odbywa się, albo wolne, wtedy firma szuka pracownika. Jeżeli dane miejsce pracy nie jest obsadzone, jednocześnie firma nie szuka pracownika, to odpływa ono z rynku – ulega destrukcji (*job destruction*).

Obsadzone, produkujące stanowisko działa dopóty, dopóki nie nastąpi szok idiosynkratyczny (z częstotliwością Poissona). Może ono wtedy ulec destrukcji, jednak ostateczną decyzję co do tego podejmują firmy. Na rynku są dwa źródła wolnych miejsc pracy: istniejące już firmy bądź nowi gracze, choć z badań wynika, że źródłem większości nowych miejsc pracy są istniejące już firmy.

Otoczenie zaprojektowane przez D. Mortensena i Ch. Pissaridesa pozwala na pełną dowolność w tworzeniu produktu wpływającego z obsadzonego w przyszłości stanowiska. Z decyzją dotyczącą tego, co i ile produkować – należąca do firmy, z zastrzeżeniem, że dowolność ta kończy się w momencie powstania i wprowadzania danego wakatu na rynek. Raz podjęta decyzja dotycząca produktu tworzonego na obsadzonym stanowisku nie może być odwołana czy zmieniona. Jest to bezpośrednia przyczyna destrukcji miejsc

²² S. Roszkowska, *Aggregate Matching Function. The Case of Poland*, „Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics” 2009, s. 157-177.

²³ Ang. *labour market tightness*. Pojęcie rzadko w literaturze precyzowane. Można przyjąć, że jest to zastana równowaga (balans) pomiędzy popytem a pobytem na pracę (szerzej np.: A. Bridgen, J. Thomas, *What Does Economic Theory Tell Us about Labour Market Tightness*, Bank Of England, 2003, s. 5.

pracy w odpowiedzi na szoki idiosynkratyczne związane z produktywnością danego dopasowania²⁴.

Rozważmy teraz otoczenie, gdzie pracownik obsadzony na danym stanowisku rozpoczyna produkcję. Na jej wartość składa się stała p , wspólna dla wszystkich stanowisk, oraz unikatowa dla danego stanowiska wartość ε . Na całość produkcji danego stanowiska składa się więc $p + \varepsilon$. Precyzując: p jest zagregowanym składnikiem produktywności ekonomicznej, niemającym wpływu na rozproszenie wartości stanowisk, ε to komponent idiosynkratyczny wartości danego stanowiska, zmieniający się z częstotliwością procesu Poissona λ (częstotliwością występowania szoków). W razie zmiany nowa wartość ε zostaje „wzięta” ze znanego rozkładu $F(\varepsilon)$, $\varepsilon \in [0, 1]$ i ustala się nowa produktywność. Firmy otwierające stanowiska starają się zmaksymalizować ich wartość. W związku z tym w początkowej fazie istnienia stanowiska $\varepsilon = 1$. Wartość danego stanowiska zmienia się z chwilą pojawienia się pierwszego szoku, a proces Poissona determinuje jego nieodwracalność²⁵. Załóżmy, że $J(\varepsilon)$ to wartość zapełnionego wakatu z komponentem idiosynkratycznym ε , a $w(\varepsilon)$ to wysokość płacy, jaką otrzymuje pracownik na danym stanowisku. W momencie nadejścia szoku następuje ponowne ustalenie wartości produkcji danego stanowiska i jeżeli $J(\varepsilon) \geq 0$, produkcja jest kontynuowana, lecz jeśli $J(\varepsilon) < 0$, pracownik zostaje zwolniony i stanowisko ulega destrukcji. Wynika z tego, że istnieje pewna progowa minimalna produktywność stanowisk, poniżej której ulegają one likwidacji. Można ją zapisać jako: $J(R) = 0$. W wypadku gdy $\varepsilon \geq R$, następuje kontynuacja dopasowania, a gdy $\varepsilon < R$ – jego destrukcja. Prawdopodobieństwo „przejścia” z zatrudnienia do bezrobocia, czyli w praktyce likwidacji miejsca pracy, wynosi więc $\lambda F(R)$.

Biorąc pod uwagę technologię produkcji dopasowań $m(v, u)$, zasób bezrobotnych zmienia się w czasie i jest on wynikiem zmian w strumieniach osób przechodzących z zatrudnienia do bezrobocia oraz z bezrobocia do zatrudnienia. Jego wartość możemy zapisać:

$$\dot{u} = \lambda F(R)(1 - u) - m(v, u).$$

Uwzględniając wcześniej przyjęty warunek stałych zwrotów skali:

$$\dot{u} = \lambda F(R)(1 - u) - \theta q(\theta)u \quad (14),$$

gdzie $(1 - u)$ to ilość pracujących i stopa zatrudnienia.

Równanie to ma ściśle określone rozwiązanie dla danej ilości wolnych miejsc pracy:

$$u = \frac{\lambda F(R)}{\lambda F(R) + \theta q(\theta)} \quad (15).$$

²⁴ Podając przykład: przy drodze krajowej, w związku z dużym ruchem, z nadzieją na zyski zostaje otwarty hotel, który dobrze prosperuje i zatrudnia wielu pracowników. Niestety, warunki się zmieniają, zostaje otwarta autostrada, która nie przebiega w sąsiedztwie hotelu, w związku z tym traci on klientów, a pracownicy, jeśli nie wszyscy, to przynajmniej część z nich musi zostać zwolniona.

²⁵ W alternatywnych pracach Mortensen i Pissarides zakładają, że na wartość danego stanowiska składa się stała p oraz stała σ tzw. symetrycznego środka wartości stanowisk zapobiegający rozprzestrzenianiu się szoków oraz komponentu idiosynkratycznego, którego wartość zmienia się zgodnie z procesami Poissona (szerzej np. Ch. Pissarides, D. Mortensen, *Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment*, „Review of Economic Studies” 61, 1994, s. 397-415). Te alternatywne rozwiązania nie mają jednak wpływu na rozważania prezentowane przez autora, wręcz je uzupełniają.

Równanie (15) jest warunkiem równowagi dla u , aby jednak można było poznać wpływ innych zmiennych na funkcjonowanie modelu, konieczne jest uzyskanie warunków równowagi dla pozostałych dwóch niewiadomych R oraz θ .

Aby poznać te dwie nieznanne jeszcze wartości, musimy najpierw ustalić wartość danego stanowiska oraz samych pracowników. Pozostawanie w dopasowaniu (pracownik + wakat) wiąże się z pewną ustaloną produktywnością ε , pracownik otrzymuje pensję w wysokości $w(\varepsilon)$, istnieje też pewna progowa wydajność R (już wspomnianą), poniżej której kontynuowanie dopasowania się nie opłaca. Załóżmy, że produktywność stanowiska ε to $\leq \varepsilon \leq R$. Możemy więc zapisać całkowitą wartość stanowiska dla pracodawcy $J(\varepsilon)$, która wynosi:

$$J(\varepsilon) = p\varepsilon - w(\varepsilon) + \lambda \int_R^1 J(x) - dG(x) - \lambda J(\varepsilon) \quad (16).$$

Za każdym razem, gdy przychodzi szok x , produktywność danego stanowiska jest określana na nowo, a stanowisko ulega destrukcji, gdy wartość $x < R$.

Analogicznie dla pracownika na danym stanowisku jego wartość musi spełniać warunek:

$$rW(\varepsilon) = w(\varepsilon) + \lambda \int_R^1 w(x) dG(x) + \lambda G(R)U - \lambda W(\varepsilon) \quad (17).$$

W równaniu (17) pracownik otrzymuje pewne dochody $W(\varepsilon)$, które zmieniają się, gdy pojawiają się szoki. Jeśli dochód spadnie poniżej progu minimalnego R , pracownik rezygnuje z pracy, zostaje bezrobotnym z dochodem równym wartości U , którego wartość możemy rozpisać:

$$rU = b + \theta q(\theta)[W(\varepsilon) - U] \quad (18).$$

Warto zauważyć, że równania (16) i (17) to odpowiednik równań Bellmana dla czasu ciągłego z modelu sekwencyjnego.

Rozważyliśmy szczegółowo proces destrukcji miejsc pracy, jednak na rynku zachodzi również proces ich tworzenia.

Warunek tworzenia nowych miejsc pracy wiąże się z wykorzystaniem wszystkich możliwości maksymalizacji zysku i wymaga tworzenia przez firmy nowych wakatów do czasu, aż otwarcie nowego stanowiska i umieszczenie go na rynku nie przynosi już zysku:

$$rV = 0 \quad (19),$$

gdzie (19) to tak zwany warunek swobodnego wejścia na rynek.

Biorąc pod uwagę (19) oraz przypominając, że nowo powstałe wakaty przynoszą większy zysk i charakteryzują się większą produktywnością (oznaczmy ją ε_u), wartość umieszczenia nowego wakat na rynku wynosi więc:

$$rV = -p + q(\theta)[J(\varepsilon_u) - V] \quad (20),$$

gdzie p to koszt rekrutacji na dany wakat.

4. Negocjacje płacowe

Ostatnim elementem modelu MP, oprócz mechanizmu połączeń oraz kreacji i destrukcji miejsc pracy, jest mechanizm negocjacji płacy początkowej pomiędzy pracodawcą a potencjalnym pracownikiem.

Wyobraźmy sobie, że nastąpiło spotkanie pracownika z pracodawcą: i znowu J to wartość zapelnionego wakatów dla pracodawcy, W to wartość pracy na danym stanowisku. Jeśli w procesie negocjacji płacowych nie osiągną oni porozumienia, ich rekompensata to dla pracownika wartość U , a dla pracodawcy wartość V . Jednak w sytuacji gdy $W(w) > U$ oraz $J(w) > V$, rozpoczyna się proces ustalania płacy w , który w wypadku modelu MP ma najczęściej postać „negocjacji płacowych Nasha”²⁶, o punktach krytycznych U i V .

Zapiszmy więc:

$$w(\varepsilon) = \arg \max [W(\varepsilon) - U]^\beta [J(\varepsilon) - V]^{1-\beta} \quad (21).$$

Przyjmuje się, że β to „siła negocjacji” poszukującego, możemy przyjąć, że zawiera się ona w zbiorze $\beta \in [0, 1]$. Jeżeli poszukujący negocjuje pensję z pewną siłą β , to pracodawca, który przecież również w tym procesie uczestniczy, negocjuje z siłą $1 - \beta$. Negocjacje toczą się w „rundach” i spełniają założenia tak zwanego łańcucha Markowa²⁷. Konsekwencją równania (21) jest to, że jeśli dopasowanie jest kontynuowane, zostaje ustalona pewna płaca $w(\varepsilon)$ oraz powstaje pewna nadwyżka $S(\varepsilon)$, która jest dzielona w określony sposób pomiędzy pracownika i pracodawcę. Nadwyżka ta wynosi:

$$S(\varepsilon) = J(\varepsilon) - V + W(\varepsilon) - U \quad (22),$$

a z kolei płaca:

$$w(\varepsilon) = rU + \beta[p\varepsilon - rV - rU] \quad (23).$$

Oznacza to, że całkowita pensja, którą otrzyma pracownik, jest równa wysokości U , powiększonej o pewien określony udział w opisanej wyżej nadwyżce $S(\varepsilon)$.

Rozwiązaniem tego problemu maksymalizacji dochodu jest:

$$\beta(J(\varepsilon) - V) = (1 - \beta)(W(\varepsilon) - U) \leftrightarrow W(\varepsilon) - U = \beta S(\varepsilon) \quad (24),$$

²⁶ *Nash Bargain Solution* zapożyczono z teorii gier. W pewnych rozwinięciach modelu prezentowane są alternatywne sposoby ustalania płacy, np. w sposób konkurencyjny (*competitive search*), strategiczna gra handlowa (*strategic bargain game*), dzielenie opłat (*rent sharing*), czy model płacy efektywnej (*efficiency wage*). Szerzej na ten temat: D. Mortensen, Ch. Pissarides, *New Developments...*, s. 25-38.

²⁷ Bardzo skrótowo: „łańcuch Markowa” to ciąg zdarzeń, w którym prawdopodobieństwo każdego zdarzenia zależy jedynie od wyniku poprzedniego.

z czego z kolei wynika, że wspomniany wcześniej próg wydajności R , poniżej którego obsadzony wakat ulegał będzie destrukcji, charakteryzować się będzie obopólną racjonalnością:

$$W(R) - U = J(R) - V = 0 \quad (25).$$

W równaniu (25) strumień niszczonych miejsc pracy zrównuje się ze strumieniem opuszczenia stanowisk przez pracowników.

5. Równowaga

Teraz, kiedy znamy już wszystkie elementy modelu, możemy je połączyć. Stan równowagi składa się z funkcji poszczególnych wartości R , W , U oraz oczywiście liczby bezrobotnych i wolnych miejsc pracy v , u , spełniając warunki równań Bellmana, negocjacji płacowych Nasha oraz warunek swobodnego wejścia na rynek.

Stan stacjonarny (*steady-state equilibrium*) musi więc spełniać opisane wcześniej warunki tworzenia i destrukcji miejsc pracy określone w równaniach (19) i (25), warunek płacy określony w (23), warunek równowagi dla strumienia osób bezrobotnych (15) oraz równania wartości dla nowo powstałych wakatów (20) oraz wartości, jaką otrzymuje bezrobotny (18).

W związku z tym możemy zapisać równanie (16), jako:

$$(r + \lambda)J(\varepsilon) = (1 - \beta)(p\varepsilon - rU) + \lambda \int_R^1 J(x) - dG(x) \quad (26).$$

Gdy ustalona płaca satysfakcjonuje równanie (23) oraz produktywność krańcowa spełnia warunek przedstawiony w (25). Konsekwencją tego jest to, że $J'(\varepsilon) = \frac{p(1-\beta)}{r+\lambda}$, a $J(\varepsilon) = 0$, wtedy dla każdego ε , równanie przyjmuje wartość:

$$J(\varepsilon) = (1 - \beta) \left(\frac{\varepsilon - R}{r + \lambda} \right) p \quad (27).$$

W wypadku gdy $\varepsilon = R$, konsekwencją równań (25), (26) i (27) jest to, że R spełnia:

$$p \left(R + \frac{\lambda}{r + \lambda} \int_R^1 (\varepsilon - R) dG(\varepsilon) \right) = rU \quad (28).$$

Równanie (28) to warunek destrukcji miejsc pracy. Po lewej stronie równania znajduje się wartość progowa produkcji pR , która jest ściśle związana z ewentualnym przyszłym prawdopodobieństwem zwiększenia produktywności (drugie wyrażenie po lewej stronie). Jeżeli całkowita wartość pR nie przekroczy wartości kontynuowania poszukiwań, stanowisko zostaje zlikwidowane.

Pozostaje jeszcze określić warunek tworzenia wakujących miejsc pracy, wynikający z (19), (20) (21) i (27):

$$c = (1 - \beta)q(\theta) \left(\frac{1 - R}{r + \lambda} \right) p \quad (29).$$

Prawdopodobieństwo napływu aplikacji zmniejsza się wraz ze spadającym wskaźnikiem niedopasowania rynku pracy. Przy większej progowej produktywności danego stanowiska charakteryzuje się ono krótszym „życiem”, gdyż jest bardziej podatne na szoki idiosynkratyczne, co w sumie oznacza mniejszy zysk. Tworzy się mniej wakatów, zwiększa się R . Obrazuje to negatywną zależność pomiędzy progową produktywnością R oraz niedopasowaniem rynku pracy θ .

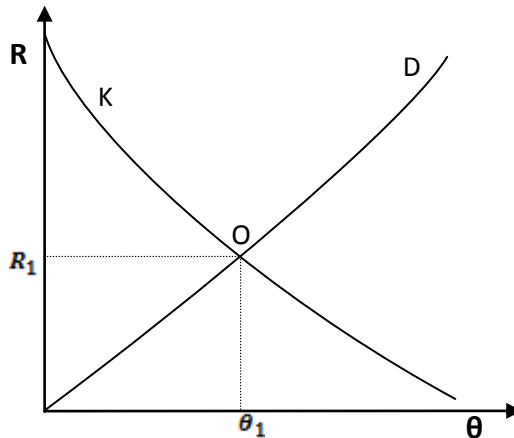
Aby dopełnić modelu, pozostaje jeszcze tylko zdefiniować strumień powrotu do bezrobocia i dalszych poszukiwań pracy, który jest po prostu rosnącą funkcją liniową niedopasowania rynku pracy:

$$rU = b + \frac{\beta c \theta}{1 - \beta} \quad (30).$$

Trzy ostatnie równania (28), (29) oraz (30) definiują stan równowagi w modelu poszukiwań i połączeń z opcją destrukcji i kreacji zatrudnienia. Można go przedstawić graficznie w prostokątnym układzie współrzędnych:

Wykres 1

Progowa produktywność i niedopasowanie rynku pracy w równowadze



Źródło: na podstawie D. Mortensen, Ch. Pissarides, *Job Creation...*, s. 397-415.

Rozwiązaniem jest więc każda para R i θ , która zadowala warunek zarówno kreacji, jak i destrukcji miejsc pracy. Dla krzywych K i D , leży ona w unikatowym miejscu ich przecięcia O . Wykres pokazuje nam, w jaki sposób

różne parametry modelu wpływają na stan jego równowagi. Krzywa kreacji zatrudnienia K jest nachylona w dół, ponieważ im wyższa produktywność graniczna, tym spodziewany „czas życia” dopasowania będzie krótszy. Krzywa destrukcji zatrudnienia D jest natomiast nachylona ku górze, ponieważ odzwierciedla podatność wartości produktywności granicznej na zwiększanie płac, które na wykresie pokazane są poprzez niedopasowanie rynku pracy.

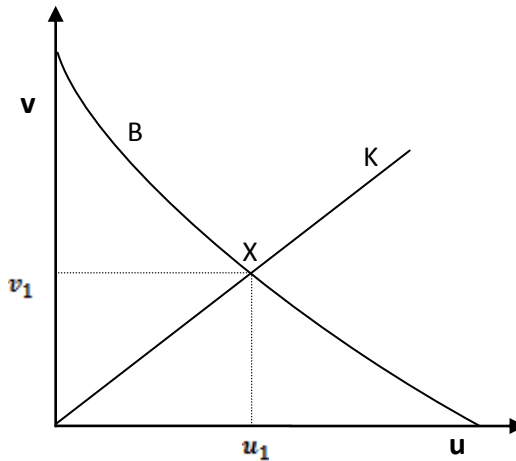
Nie możemy wszakże zapomnieć o równaniu (15), które dodatkowo określa poziom bezrobocia w ustalonym stanie równowagi. Zapiszmy je raz jeszcze:

$$u = \frac{\lambda F(R)}{\lambda F(R) + \theta q(\theta)} \quad (31).$$

Jego graficzną ilustracją jest krzywa Beveridga:

Wykres 2

Ilość wakatów oraz bezrobocie w równowadze



Źródło: na podstawie D. Mortensen, Ch. Pissarides, *Job Creation...*, s. 397-415.

Aby zobrazować liczbę wakatów i bezrobotnych w równowadze, została narysowana linia kreacji zatrudnienia K , uzyskana z równań ilustrujących warunki kreacji i destrukcji zatrudnienia oraz z wykresu 1. Z daną produktywnością progową wartości wakatów i bezrobocia v , u w równowadze zostały określone w miejscu X , czyli w punkcie przecięcia krzywej kreacji zatrudnienia K z krzywą Beveridga B .

Rozważmy teraz sytuację, w której zwiększeniu ulega zasiłek dla bezrobotnych oraz zwiększają się „zawirowania” na rynku pracy λ . Zwiększenie b automatycznie powoduje zwiększenie kosztu zatrudnienia, krzywa D podnosi się do góry. Produktywność równowagi R podnosi się, a w odpowiedzi na to niedopasowanie rynku pracy θ spada. Zwiększeniu ulega więc stopa destrukcji

miejsc pracy $\lambda F(R)$, a stopa kreacji zatrudnienia spada, gdyż spadek θ implikuje mniejszą ilość wakatów na rynku pracy. Ponieważ jednak kreacja zatrudnienia musi „podołać” większej ilości zlikwidowanych miejsc pracy, spada zatrudnienie i rośnie bezrobocie, ustanawiając nowy stan równowagi w danych warunkach. Widzimy to również na wykresie 2. Spadek θ powoduje obniżenie się linii kreacji zatrudnienia, a wzrost R , powoduje przesunięcie krzywej Beveridga od początku układu współrzędnych, co skutkuje zwiększeniem bezrobocia.

6. Cykl gospodarczy w modelu Mortensena i Pissaridesa

Jak można się zorientować, model Mortensena i Pissaridesa (MP) to dość dobre środowisko wyjściowe analiz rynku pracy. Najczęstsze analizy wykorzystujące model MP dotyczą zachowania rynków pracy podczas cyklu ko niunkturalnego, wpływu postępu technologicznego na przepływy na rynku pracy²⁸, lub też ewaluacji polityki rynku pracy²⁹. Sporo też jest prac opisujących rozmaite wariacje związane z charakterystyką szczegółową czy to poszukujących zatrudnienia bezrobotnych, czy też poszukujących pracowników przedsiębiorców i ich wpływem na proces dopasowania i jego przebieg.

Jednym z takich przykładów może być środowisko stworzone przez W. Haan, Ch. Haefke, G. Ramey: na szkielecie modelu MP osadzają oni heterogenicznych bezrobotnych i pracowników, których indywidualne umiejętności zmieniają się wraz z długością okresu zatrudnienia lub bezrobocia. Im okres bezrobocia trwa dłużej, tym jego umiejętności mniejsze, natomiast wraz z okresem zatrudnienia wzrasta poziom kumulacji kapitału ludzkiego. W tak zbudowanym otoczeniu autorzy starają się zrozumieć istotę powstawania bezrobocia w grupach różniących się poziomem umiejętności, dochodząc do wniosku o kluczowej roli szoków idiosynkratycznych w tym procesie³⁰. Ponadto, często implementuje się do modelu poszukiwania osób pracujących (*on the job search*), które dodatkowo podnoszą realizm symulacji. W opracowaniu M. Jansena, J. Dolado i J. Jimeno przedstawiono środowisko, w którym niedopasowani do swoich stanowisk pracy uczestnicy rynku kontynuują poszukiwania. Owe poszukiwania, zdaniem badaczy, mają głównie wpływ na mniej wykształconych bezrobotnych, przyczyniając się do zwiększenia liczby likwidowanych stanowisk, na których nie trzeba legitymować się wysokim poziomem wykształcenia³¹.

Krytyka modelu obejmuje zwłaszcza kwestie związane z samym działaniem funkcji dopasowań oraz mechanizmu ustalania płac, które działają trochę na zasadzie czarnej skrzynki. Wkładamy do niej wakaty i bezrobotnych, a z drugiej

²⁸ Np. Ch. Pissarides, D. Mortensen, *Job Reallocation...*, s. 1171-1228.

²⁹ Np. D. Mortensen, Ch. Pissarides, *Taxes, Subsidies and Equilibrium Market Outcomes*, London School Of Economics, Northwestern University, 2001.

³⁰ W. Haan, Ch. Haefke, G. Ramey, *Turbulence and Unemployment in a Job Matching Model*, Discussion Paper, Bonn 2004.

³¹ Np. J. Dolado, M. Jansen, J. Jimeno, *On-the-Job Search in a Matching Model with Heterogenous Jobs and Workers*, IZA Discussion Papers 886, Institute for the Study of Labor (IZA), 2003.

strony wpływa strumień połączeń, a nie do końca wiadomo, co się dzieje w środku³². Ponadto wskazuje się na to, że w rozwinięciach modelu w formie uproszczonej (*reduced-form model*) mogą się zdarzać wypadki zawyżania okresu trwania bezrobocia. Widać to w badaniach H. L. Cole'a i R. Rogersona, którzy starają się odwzorować w swoim modelu cykl gospodarczy. Zauważają oni, że istotna w tym aspekcie jest prędkość, z jaką zmienne modelu reagują na szok idiosynkratyczny. Model Cole'a i Rogersona dość dobrze odwzorowuje fluktuacje wakatów, jednak znacząco wydłuża okres trwania bezrobocia w porównaniu z danymi empirycznymi³³. Zarzuty R. Shimmera dotyczą z kolei domyślnego mechanizmu determinacji płac modelu (NBS), który okazuje się zbyt elastyczny, „przeszkadzając” w modelowaniu szoków i ich wpływie na tworzenie i destrukcję miejsc pracy w USA³⁴. M. Hagedorn i J. Manovskii wskazują jednak na rolę właściwej kalibracji parametrów modelu – kalibrują oni model Shimmera w taki sposób, że replikuje on dane dotyczące fluktuacji wakatów i bezrobotnych³⁵.

Część badaczy w swych pracach stara się udowodnić, że model nie odwzorowuje rzeczywistości, przede wszystkim zaniżając czas życia wakatów. Tego rodzaju analizę odszukać można w opracowaniu S. Fujity: jedną ze zmiennych, na którą zwraca on szczególną uwagę, jest właśnie zachowanie wakatów. Przeprowadzone przez niego wyniki symulacji są sprzeczne z danymi: odpowiedź wakatów na szok idiosynkratyczny jest natychmiastowa, jednak nietrwała³⁶.

Z drugiej strony część autorów opracowań udowadnia, że model MP świetnie odzwierciedla funkcjonowanie rynków pracy, wpisując się w dane empiryczne³⁷. M. Nakajima tworzy model w standardowym otoczeniu Mortensena i Pissaridesa, badając jego właściwości w czasie cyklu koniunkturalnego oraz dopuszczając akumulację kapitału i samoubezpieczenie pracowników. Dochodzi do wniosków, że w tej postaci jego model świetnie oddaje rzeczywistość, wpisując się w dane empiryczne³⁸.

Na podstawie teorii *insider-outsider* J. Silva i M. Toledo implementują do modelu inny mechanizm negocjacji płacowych: dopuszczają oni zmiany płac już po dopasowaniu, co powoduje zwiększenie różnorodności pensji pracowników i zwiększenie ilości tworzonych i likwidowanych miejsc pracy do rozmiarów

³² R. Rogerson, R. Shimmer, R. Wright, op. cit., s. 959-988, oraz np. B. Petrongolo, Ch. Pissarides, *Looking into the Black Box: A Survey of the Matching Function*, CEP discussion paper, Centre for Economic Performance, London School of Economics and Political Science, London 2000.

³³ H. L. Cole, R. Rogerson, *Can the Mortensen-Pissarides Matching Model Match the Business Cycle Facts?*, Staff Report 224, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1996.

³⁴ R. Shimer, *The Cyclical Behavior of Equilibrium Unemployment and Vacancies*, „American Economic Review” 95, 2005.

³⁵ M. Hagedorn, I. Manovskii, *The Cyclical Behavior of Equilibrium Unemployment and Vacancies Revisited*, „American Economic Review” 98, 2008, nr 4.

³⁶ S. Fujita, *Vacancy Persistence*, Working Papers, nr 04-23, Federal Reserve Bank of Philadelphia, 2004.

³⁷ E. Yashiv, *Evaluating the Performance of Search and Matching Model*, Tel Aviv University and The Centre of Economic Policy Research, 2004.

³⁸ M. Nakajima, *Business Cycles in the Equilibrium Model of Labor Market Search and Self-Insurance*, Philadelphia Fed Working Paper, nr 10-24, 2010.

charakterystycznych dla cyklu gospodarczego. Istotna w tym aspekcie pozostaje również rola właściwej kalibracji parametrów modelu³⁹.

A. Trigari i M. Gertler modyfikują standardowy mechanizm determinacji płac (NBS), wydłużając okres trwania negocjacji, następnie po kalibracji modelu udowadniają, że model stosunkowo dobrze replikuje zbiór danych porównawczych z cyklu gospodarczego⁴⁰.

J. Kennan wdraża do modelu zupełnie inny mechanizm negocjacji płacowych: *Neutral Bargaining Solution* Myersona, który na innych zasadach dzieli „nadwyżkę” powstałą w procesie negocjacji płacowych⁴¹. Kluczowa w tym mechanizmie jest „siła” bądź to kupującego, bądź sprzedającego, od której zależy, kto kontroluje proces negocjacji⁴². Autor wskazuje następnie, że już niewielkie szoki mogą powodować znaczne fluktuacje bezrobotnych i wakatów.

7. Polityka rynku pracy w modelu Mortensena i Pissaridesa

Ocena efektywności czy to aktywnej polityki rynku pracy, czy konkretnych inicjatyw w ramach niej podejmowanych nigdy nie była sprawą prostą głównie ze względu na trudności w rzetelnym oszacowaniu skutków ich działania⁴³ oraz wielu pobocznych efektów, które są trudne do przewidzenia (m.in. efekt biegu jałowego, przemieszczenia i zastąpienia)⁴⁴. Problemem jest też okres, w którym (a może po którym?) program zaczął (przestał?) działać⁴⁵. Wszystkie te trudności były nie bez wpływu na ewaluację polityki rynku pracy, nierzadko zmuszając do patrzenia na jej efekty z dystansem lub kończąc jedynie na statystyczno-opisowym przybliżeniu faktów.

Gwałtowny rozwój modeli poszukiwań i połączeń w ostatnich latach dostarczył jednak narzędzi do bliższego przyjrzenia się działaniu ALMP (*Active Labour Market Policy*). Problem ten podejmować możemy również w otoczeniu kreacji i destrukcji miejsc pracy. Jako jedni z pierwszych badania na ten temat podjęli między innymi D. Mortensen, Ch. Pissarides, D. Coe i D. Snower. Badali

³⁹ J. Silva, M. Toledo, *The Unemployment Volatility Puzzle: The Role of Matching Costs Revisited*, Universitat de Girona, 2009.

⁴⁰ M. Gertler, A. Trigari, *Unemployment Fluctuations with Staggered Nash Wage Bargaining*, „Journal of Political Economy” 01/2009, s. 38-86.

⁴¹ J. Kennan, *Private Information, Wage Bargaining and Employment, Fluctuations*, „Review of Economic Studies” 2009, March, s. 1-32.

⁴² R. Myerson, *Analysis of Two Bargaining Problems with Incomplete Information*, Northwestern University, Illinois 1983, s. 16-17.

⁴³ E. Kryńska (red.), *Flexicurity w Polsce. Diagnoza i rekomendacje*, MPiPS, Warszawa 2008.

⁴⁴ Efekt biegu jałowego pojawia się, gdy nie wiemy, czy zatrudnienie danej osoby jest efektem udziału w danym programie aktywizacji, czy też nie; a efekt substytucji – gdy zatrudnienie jednej osoby poprzedzone jest zwolnieniem innej; efekt przemieszczenia – gdy zatrudnienie jednej osoby powoduje że inna jest zwalniana (niekoniecznie pracująca na tym samym stanowisku).

⁴⁵ Warto zwrócić uwagę, że pozytywny efekt danego programu w pierwszych miesiącach po jego zakończeniu może się zmienić w dłuższym okresie lub odwrotnie: brak efektu bezpośrednio po zakończeniu programu nie oznacza, że nie wystąpi on w dalszej perspektywie. Zmusza to badaczy do rozpatrywania efektywności programów rynku pracy z trzech nawet perspektyw: krótkoterminowej, średnioterminowej oraz długoterminowej (D. Card, J. Kluge, A. Weber, *Active Labor Market Policy Evaluation: A Meta Analysis*, Working Paper 0902, The Austrian Center for Labor and Economics and the Analysis of the Welfare State, Linz 2009, s. 2).

oni między innymi wpływ zasiłków oraz innych form wsparcia bezrobotnych na zatrudnienie, pokazując ich uzupełniający się efekt na rynku oraz wskazując na korelację pomiędzy wysokością zasiłków dla bezrobotnych, wysokością pensji a bezrobociem. Wykazali oni, że jeśli wraz z wysokością pensji na rynku nie wzrasta zasiłek dla bezrobotnych, to rośnie zatrudnienie⁴⁶. O. Stavrunova bada między innymi skutki uregulowań prawnych związanych z ochroną zatrudnienia modelowanych i wpływ elementów aktywnej polityki rynku pracy (zatrudnienie subsydiowane) oraz zasiłków dla bezrobotnych na rynek pracy. Kluczowa w konstrukcji jej modelu jest segmentacja rynku zarówno po stronie poszukujących pracy (ze względu na umiejętności), jak i firm (ze względu na wymagania). Udowadnia ona, że jakkolwiek polityka rynku pracy skierowana do jednej grupy poszukujących (np. treningi dla osób o niskich umiejętnościach) ma pośredni wpływ na pozostałe grupy uczestników rynku pracy (zarówno tych pracujących, jak i poszukujących zatrudnienia)⁴⁷.

A. Hildreth, S. Millard, D. Mortensen i M. Taylor włączyli do modelu zarówno pasywne, jak i aktywne formy polityki rynku pracy (różne formy zasiłków dla bezrobotnych oraz zatrudnienie subsydiowane)⁴⁸. J. Albrecht, B. van den Berg, J. Gerard i S. Vroman badają efekty zakrojonych na szeroką skalę szwedzkich programów szkoleniowych, wskazując na pozytywny efekt zatrudnieniowy w grupie młodych mężczyzn i osób ze średnim poziomem umiejętności, w stosunku do której zdecydowanie wzrasta w równowadze liczba oferowanych miejsc pracy⁴⁹.

B. van den Linder przedstawia model z heterogenicznymi poszukującymi oraz endogeniczną zmienną „efektywność poszukiwań”. Symulacja udowadnia, że podnoszenie efektywności i dostępności programów dla bezrobotnych zwiększa pensje, zmniejszając jednocześnie intensywność poszukiwań wśród osób, które w nich nie uczestniczą⁵⁰. P. Cahuc oraz T. Le Barbanchon skupiają się w swoim modelu na roli intensywności poszukiwań, jednak w tym wypadku traktują ją jako zmienną egzogeniczną. Dowodzą z kolei, że doradztwo dla poszukujących zatrudnienia może mieć dwuznaczne efekty. Z jednej strony może podnosić stopę bezrobocia, a z drugiej przyczyniać się do zwiększenia prawdopodobieństwa znalezienia pracy. Ponadto, wbrew temu co się zwykło

⁴⁶ D. Mortensen, *Unemployment Insurance, Labor-Market Dynamics, and Social Welfare. A Comment*, „Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy” 44, 1996, nr 1, s. 83-86; Ch. Pissarides, *The Impact of Employment Tax Cuts on Unemployment and Wages: The Role of Unemployment Benefits and Tax Structure*, „European Economic Review” 42, 1998, nr 1, s. 155-183; D. Coe, D. Snower, *Policy Complementarities: The Case for Fundamental Labor Market Reform*, „IMF Staff Papers” 44, 1999, nr 1, s. 1-35.

⁴⁷ O. Stavrunova, *Labor Market Policies in an Equilibrium Matching Model with Heterogeneous Agents and On-the-Job Search*, University of Iowa, Iowa Research Online 2007; D. Mortensen, Ch. Pissarides, *Taxes, Subsidies and Equilibrium Labor Market Outcomes*, CEP Discussion Papers, Centre for Economic Performance, LSE 2002.

⁴⁸ A. Hildreth, S. Millard, D. Mortensen, M. Taylor, *Wages, Work, and Unemployment*, „Applied Economics, Taylor and Francis Journals” 30, 1998, nr 11, s. 1531-1547.

⁴⁹ J. Albrecht, B. van den Berg, J. Gerard, S. Vroman, *The Knowledge Lift: The Swedish Adult Education Program that Aimed to Eliminate Low Worker Skill Levels*, Working Paper Series IFAU – Institute for Labour Market Policy Evaluation, Bonn 2004.

⁵⁰ B. van der Linden, *Equilibrium Evaluation of Active Labor Market Programmes Enhancing Matching Effectiveness*, IZA Discussion Papers 1526, Institute for the Study of Labor 2005.

uważać, tego typu programy aktywizacji mogą przynosić lepszy efekt, gdy są stosowane doraźnie⁵¹.

J. Costain i M. Reiter podkreślają trudność związaną z jednoczesnym modelowaniem fluktuacji wakatów i bezrobotnych oraz pewnych elementów polityki rynku pracy w modelu MP. Przyczyną tego jest fakt, iż produkcja dopasowań zależy w dużej mierze od nadwyżki, jaka pojawia się w procesie negocjacji płacowych. Nadwyżka ta rośnie w trakcie rozkwitu gospodarczego, a zmniejsza się w czasie kryzysu. Aby „dopasować” się do wahań cyklu koniunkturalnego, w modelu nadwyżka ta musi być na tyle mała, aby szoki produktywności umożliwiły znaczną fluktuację wakatów, lecz aby odwzorować zasiłki dla bezrobotnych, nadwyżka ta z kolei musi być dość znaczna. Te dwa cele są przeciwstawne, co praktycznie uniemożliwia jednoczesne odwzorowanie w modelu zarówno cyklu gospodarczego oraz świadczeń dla bezrobotnych, przynajmniej tych materialnych. Jednocześnie autorzy w tym samym opracowaniu pokazali, że generowanie fluktuacji na rynku za pomocą szoków, które powodują jedynie cykliczne wahania wysokości nadwyżki, umożliwić jednak może jednoczesne modelowanie zarówno świadczeń dla bezrobotnych, jak i cyklu gospodarczego. W związku z tym wyniki badań w tym aspekcie są niejednoznaczne, a obszar ten z pewnością wymaga jednak dalszej eksploracji⁵².

Ilość interesujących opracowań wykorzystujących model MP, znacznie przewyższa możliwości objętości treści niniejszego artykułu. Autor jednak, choć skrótowo, starał się pokazać ich zróżnicowanie, co dodatkowo dowodzi elastyczności modelu noblistów.

III. PODSUMOWANIE

Główne zarzuty wobec modelu Mortensena i Pissaridesa wiążą się najczęściej z mechanizmem determinacji płac na rynku, możliwością odwzorowania odpowiednio dużych fluktuacji wakatów i bezrobotnych, a także niejasnym działaniem samej funkcji dopasowań (wspomniana już czarna skrzynka). Jednak pomimo niedoskonałości modeli równowagi ogólnej faktem jest również ich ciągła ewolucja, wzrost poziomu skomplikowania i zaawansowania. W efekcie stają się one coraz doskonalszym narzędziem⁵³ w modelowaniu cyklu gospodarczego, polityki fiskalnej, aktywnej i pasywnej polityki rynku pracy czy nawet tak trudnych do analizy zjawisk, jak funkcjonowanie szarej strefy⁵⁴.

⁵¹ P. Cahuc, T. Le Barbanchon, *Labor Market Policy Evaluation in Equilibrium: Some Lessons of the Job Search and Matching Model*, „Labour Economics” 17, 2010, nr 1, s. 196-205.

⁵² J. Costain, M. Reiter, *Business Cycles, Unemployment, and the Calibration of Matching Models*, „Journal of Economic Dynamics and Control” 32, 2008, nr 4, s. 1120-1155.

⁵³ Coraz szersze wykorzystanie i tak szybka ewolucja modeli równowagi ogólnej w badaniach ekonomicznych, zdaniem autora, nie byłaby jednak możliwa bez równoległego rozwoju specjalistycznych narzędzi. Chodzi tu głównie o środowisko Matlab, Octave, Dynare, Gauss, R, Scilab i wiele innych programów znacznie ułatwiających pracę naukowcom. Przybliżenie wspomnianej problematyki, dla autora skądinąd bardzo interesującej, wymagałoby jednak oddzielnej analizy.

⁵⁴ Szerzej np. J. Albrecht, L. Navarro, S. Vroman, *The Effects of Labor Market Policies in an Economy with an Informal Sector*, Georgetown University and Institute for the Study of Labor Discussion Papers nr 2141, 2008.

Rosnąca, zwłaszcza w ostatnich latach, popularność wspomnianych modeli, przejawiająca się między innymi w lawinowym wzroście liczby publikacji, pozwala ponadto na wyprowadzenie wniosku o dużej użyteczności i przydatności tego typu modeli do analiz rynku pracy, wystawiając im jednocześnie dobre rekomendacje na przyszłość.

mgr Marcin Woźniak

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

wozniac@gmail.com

SEARCH AND MATCHING MODELS AS A LABOUR MARKETS STUDY TOOL

Summary

The aim of this paper is to explain the principles of operation of search and matching models and illustrate their research capabilities for the analysis of labour markets. The first part of the paper is a short historical review of the two models, and a presentation of the oldest, but also most frequently referred to in literature sequential job search model. The second part describes in detail the basic Mortensen-Pissarides (MP) model operating in a frictional environment. It begins with some theoretical assumptions, followed by a presentation of the matching technology, job creation and job destruction conditions and related to them wage determination mechanisms (Nash Bargaining Solution). Finally, a steady-state equilibrium is determined. In the third part, possible applications of the MP model to labour market analysis is presented. The main focus is put on the real business cycle (RBC) and the labour market policy (LMP). Weaknesses in performance of the MP model in those two aspects (RBS, LMP) are also discussed.

