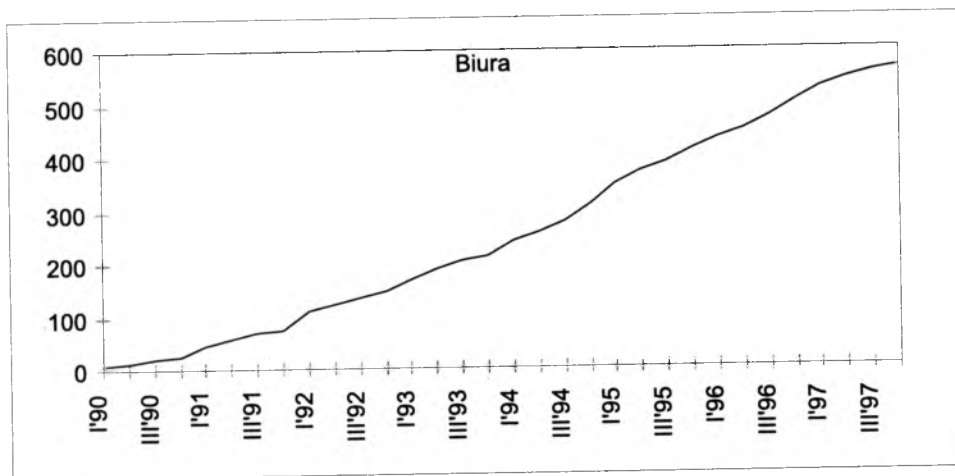


BOGUSŁAW GUZIK

SZACOWANIE WPŁYWU ZMIAN PRZEPISÓW PRAWA NA LICZBĘ PODMIOTÓW GOSPODARCZYCH. MODEL EKONOMETRYCZNY Z CIĄGŁYMI ZMIENNYMI IMPULSOWYMI

1. WSTĘP

Na rysunku 1 scharakteryzowano kształtowanie się liczby biur rachunkowych w Bydgoszczy od pierwszego kwartału 1990 roku do czwartego kwartału 1997 roku¹.



Rys. 1

Analiza przedstawionego zjawiska za pomocą metod statystyczno-ekonometrycznych w najprostszym ujęciu polegałaby na oszacowaniu odpowiedniego trendu. Trend ten uznano by za model zjawiska w obserwowanym przedziale czasu i, być może, wykorzystano do prognozowania. Wiadomo jednak, że sam upływ czasu nie jest przyczyną zmian zjawisk ekonomicznych. Z tego powodu w przedstawionym przykładzie właściwsze podejście polegałoby na konstrukcji modelu przyczynowo-skutkowego, tzn. takiego modelu, w którym liczbę badanych podmiotów gospodarczych (tu: biur rachunkowych) próbowano by wyjaśnić zmiennymi o charakterze przyczyn.

¹ Dane pochodzą z pracy B. Keller, *Kształtowanie się liczby biur rachunkowych w Bydgoszczy w latach 1990 - 1997*, Bydgoszcz, 1998.

Można chyba bez większych zastrzeżeń przyjąć, że takimi przyczynami były zmiany przepisów prawa gospodarczego. Biura rachunkowe zaczęły bowiem bardzo szybko powstawać po roku 1989, co w oczywisty sposób było związane ze zmianami systemu ekonomicznego i politycznego, a w szczególności ze zmianami w prawodawstwie. Niektóre z tych zmian wyraźnie wprowadzały bowiem obowiązek prowadzenia rachunkowości przez firmy, z drugiej strony nowe urządzenia na tyle komplikowały rachunkowość, że przedsiębiorstwa zmuszane były do zasięgania rad w wyspecjalizowanych biurach rachunkowych.

Niech więc X_j oznacza zmienną reprezentującą funkcjonowanie danego aktu prawnego, a Y niech oznacza liczbę podmiotów gospodarczych. Model liczby podmiotów gospodarczych w zależności od zmian w prawie gospodarczym może mieć, na przykład, postać:

$$(1) \quad Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_K X_K;$$

- parametr b_j oznacza wpływ j -ego przepisu prawa;
- wyraz wolny b_0 reprezentuje wpływ innych nie uwzględnionych przepisów;
- w danym momencie czasu ogólna liczba podmiotów jest sumą składników, odpowiednio – $b_1 X_1$, $b_2 X_2$, itd.;
- każdy składnik jest oszacowaniem liczby podmiotów powstałych w rezultacie wprowadzenia odpowiedniego przepisu prawa.

2. MODEL LINIOWY ZE ZMIENNYMI ZERO-JEDYNKOWYMI

Najprostszym sposobem reprezentowania zdarzenia o charakterze impulsu (a takim jest zmiana prawa) jest wykorzystanie zmiennej **zero-jedynkowej**:

$$(2) \quad X = \begin{cases} 0 & \text{jeśli w momencie } t \text{ zdarzenie nie występowało,} \\ 1 & \text{jeśli w momencie } t \text{ zdarzenie występowało.} \end{cases}$$

Dla przykładu powiedzmy, że momencie τ_1 wprowadzono przepis P_1 a w momencie późniejszym, $\tau_2 > \tau_1$, wprowadzono przepis P_2 . Przy tym P_2 obowiązywał do momentu τ_3 , w którym zastąpiono go przepisem P_3 . W takim wypadku liniowy model liczby podmiotów gospodarczych w zależności od zmian przepisów prawa miałby postać:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3.$$

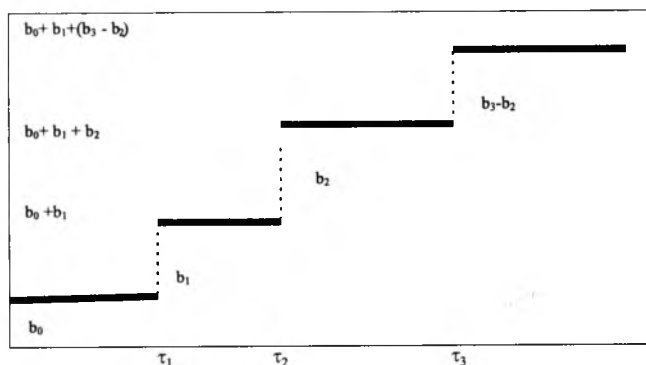
Zmienna X_1 reprezentuje funkcjonowanie pierwszego przepisu prawa, zmienna X_2 – drugiego, a zmienna X_3 – trzeciego przepisu prawa. Mają one następujące wartości:

$$X_1 = \begin{cases} 0 & \text{w momentach } t < \tau_1, \\ 1 & \text{w momentach } t \geq \tau_1; \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 0 & \text{w momentach } t < \tau_2, \\ 1 & \text{w momentach } t; \tau_2 \leq t < \tau_3, \\ 0 & \text{w momentach } t \geq \tau_3; \end{cases}$$

$$X_3 = \begin{cases} 0 & \text{w momentach } t < \tau_3, \\ 1 & \text{w momentach } t \geq \tau_3; \end{cases}$$

Ilustrację graficzną przedstawiono na rys. 2



Rys. 2

Przebieg zjawiska jest złożeniem czterech impulsów. Do momentu τ_1 zjawisko Y kształtowało się na poziomie b_0 wynikającym z poprzednich przepisów prawa. W momencie τ_1 wystąpił skok o wartości b_1 . Gdyby nie było dalej zmian – poziom zjawiska wyniósłby $b_0 + b_1$. Jednakże w momencie τ_2 pojawił się przepis P_2 i stąd kolejny skok, tym razem równy b_2 . W momencie τ_3 mamy do czynienia z kompensacją dwóch efektów – wzrostu o b_3 wywołanego wprowadzeniem przepisów P_3 oraz spadku o b_2 wywołanego wycofaniem przepisów P_2 . W rezultacie zmiana wyniesie $b_3 - b_2$. Przebieg jest schodkowy, z uwagi na skokowe zmiany zmiennych X .

Parametr modelu (b) może być interpretowany na dwa sposoby:

- jako **natychmiastowy** efekt impulsu z momentu τ (w tym wypadku – o ile nie będzie dalszych impulsów – zjawisko utrzymuje się na tym nowym poziomie);
- jako **średni** przyrost zjawiska wywołany impulsem z momentu τ . Przyrost średni mierzony jest w stosunku do poziomu z momentu poprzedzającego moment τ .

Druga interpretacja jest wygodniejsza².

Modele ze zmiennymi zero-jedynkowymi łatwo oszacować, na przykład klasyczną metodą najmniejszych kwadratów.

3. MODEL Z CIĄGLYMI ZMIENNYMI IMPULSOWYMI – IDEE PODEJŚCIA

W modelu ze zmiennymi zero-jedynkowymi wpływ zmian przepisów prawa ma charakter skokowy (por. rys. 2). Wiadomo jednak, że efekty

² W tym sensie, na przykład, parametr b_2 na rys. 2 jest oceną tego, o ile (w stosunku do momentu $\tau_2 - 1$) wzrósł średnio poziom zjawisko dzięki impulsowi z momentu τ_2 .

zmian prawa, choć niekiedy rzeczywiście gwałtowne, częściej jednak są dość równomiernie rozłożone w czasie. Obecnie sformułujemy taki właśnie model, w którym wpływ danego przepisu prawa rozkłada się w miarę równomiernie na dłuższy przedział czasu. Formalnie będzie to oznaczało, że zmienne X nie będą zmiennymi zero-jedynkowymi (a ogólniej – nie będą zmiennymi dyskretnymi), lecz że będą zmiennymi ciągłymi.

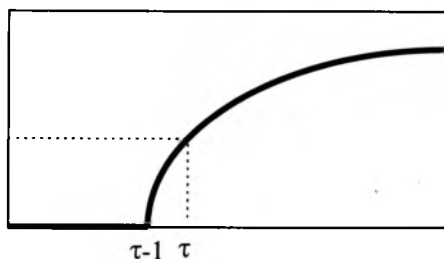
Niech τ będzie momentem wprowadzenia danego przepisu prawa. Interesuje nas liczba tych podmiotów gospodarczych, które istniejąc w momencie $t \geq \tau$, powstały w okresie od momentu τ do momentu t w wyniku działania badanego przepisu³. Wielkość tę nazywać będziemy **skumulowanym do czasu t wpływem** przepisu wprowadzonego w momencie τ .

Wprowadzony w momencie τ , **dodatnio** wpływający na wzrost liczby podmiotów gospodarczych przepis prawa, najczęściej działa mniej więcej w następujący sposób:

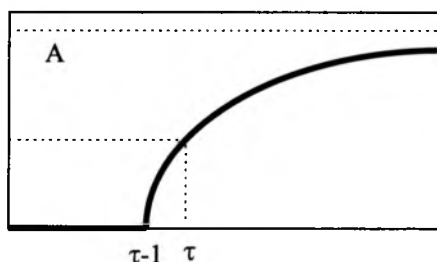
- w okresach poprzedzających moment τ , wpływ – co oczywiste – wynosi zero;
- w momencie τ przyrost liczby podmiotów jest nieujemny⁴, skumulowany efekt w momencie τ jest więc nieujemny;
- w momentach następujących po τ przyrosty liczby podmiotów są coraz mniejsze, ale dodatnie; w konsekwencji skumulowany wpływ rośnie coraz wolniej;
- po wycofaniu przepisu, przyrosty liczby podmiotów generowanych przez ten przepis są zerowe; skumulowany wpływ stabilizuje się, z ewentualną tendencją do spadku, wynikającą z procesów upadłościowych.

W szczególności dla momentów $t \geq \tau$, wzrost może być:

- coraz wolniejszy **nieograniczenie** (rys. 3),
- coraz wolniejszy **ograniczenie**, do asymptoty (poziomu nasycenia) A (rys. 4).



Rys. 3

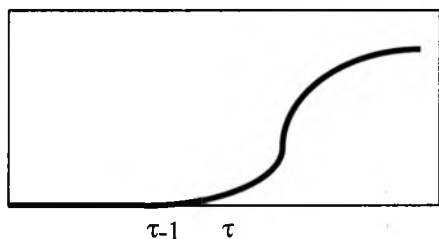


Rys. 4

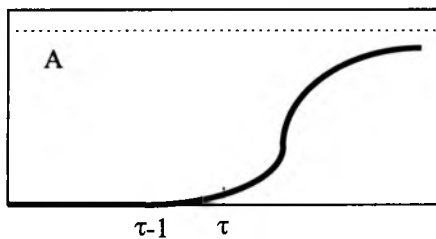
Może też być tak, że początkowo wzrost jest szybszy, ale potem wolniejszy (rys. 5, rys. 6).

³ W przypadku gdy skala upadłości analizowanych podmiotów jest bardzo mała, liczba ta jest praktycznie równa liczbie podmiotów powstałych w wyniku działania danego przepisu prawa.

⁴ Zazwyczaj jest on dodatni, choć może być też zerowy, jeśli reakcja na zmiany prawa jest opóźniona.

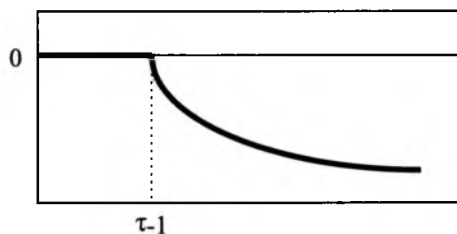


Rys. 5

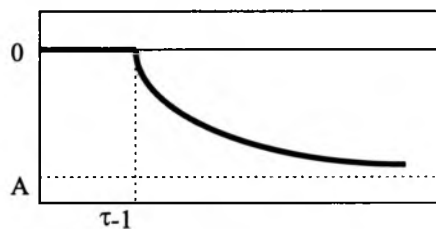


Rys. 6

Gdyby zmiana przepisów prawa powodowała **spadek** liczby podmiotów gospodarczych, przebiegi mogłyby być symetrycznym względem wartości zero, odwróceniem przebiegów wskazanych powyżej, na przykład⁵:

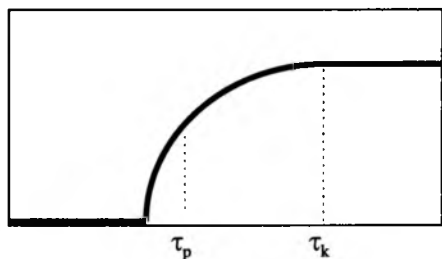


Rys. 7

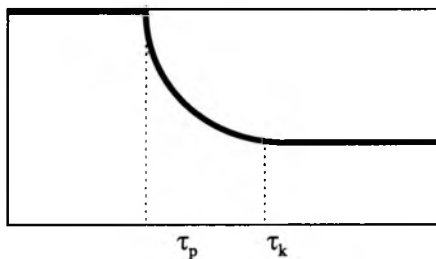


Rys. 8

Gdyby wreszcie dany przepis obowiązywał tylko w konkretnym przedziale czasu, powiedzmy od momentu τ_p do momentu τ_k , to przebiegi byłyby "ucięte". Np. w odniesieniu do sytuacji pokazanych na rys. 3, 7 byłyby one takie, jak na rys. 9, 10:



Rys. 9



Rys. 10

⁵ Jeśli zmiany prawa oddziałują **pozytywnie**, to skumulowany efekt $w_2(t)$:

- a) $w_2(t) = 0$ dla $t < \tau$,
- b) $w_2(t) \geq 0$ dla $t = \tau$,
- c) $w_2(t) > 0$ dla $t > \tau$,
- d) dla $t \geq \tau$ funkcja $w_2(t)$ jest – oprócz, być może, pewnej skończonej liczby przedziałów czasu – funkcją rosnącą **coraz wolniej** względem t ;

Jeśli natomiast zmiany prawa oddziałują **negatywnie**, to:

- a) $w_2(t) = 0$ dla $t < \tau$,
- b) $w_2(t) \leq 0$ dla $t = \tau$,
- c) $w_2(t) < 0$ dla $t > \tau$,
- d) oprócz być może pewnej skończonej liczby przedziałów czasu jest funkcją malejącą **coraz wolniej** względem t .

Oczywiście nie można wykluczyć, że niektóre przebiegi będą bardziej zawikłane – o wielu minimach, maksimach, ze zmianami intensywności i kierunku wzrostu itp. Na omówionych jednak poprzestaniemy, by nie komplikować problemu. Zresztą podane przebiegi wydają się pasować do wielu sytuacji. Niektóre przykłady podamy w następnym paragrafie.

Niech zatem $w_\tau(t)$ oznacza liczbę podmiotów gospodarczych powstałych do momentu t w wyniku zmiany prawa w momencie τ . Jest to skumulowany do momentu t efekt zmiany prawa dokonanej w momencie τ . Dalej, o ile tylko nie powoduje to niejednoznaczności, pomijamy zmienną czasową t , na przykład zamiast $w_\tau(t)$ piszemy w_τ .

Model liczby podmiotów gospodarczych w momencie t może mieć postać:

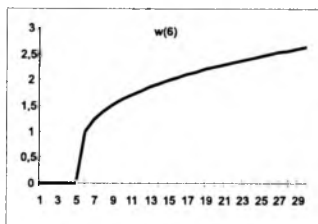
$$(3) \quad Y(t) = \sum_{\tau} w_{\tau}(t) + a_0 \quad \text{lub} - \text{pomijając zmienną czasową } t - \\ Y = \sum_{\tau} w_{\tau} + a_0,$$

gdzie τ – momenty wprowadzenia poszczególnych zmian w przepisach prawa.

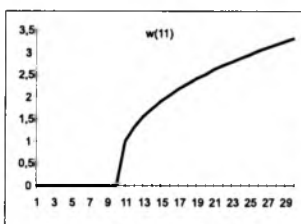
Wyraz wolny a_0 w modelu (3) reprezentuje poziom zjawiska wynikający z nieuwzględnionych przepisów prawa (np. z przeszłego stanu prawnego). Może to być stała lub również funkcja zmieniająca się z upływem t

$$(4) \quad a_0 = w_0(t).$$

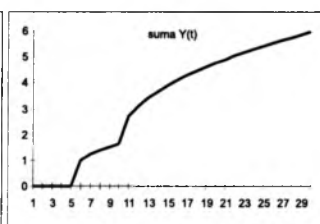
Dla przykładu na rys. 11, 12 podano przebiegi wynikające ze zmian dokonanych w momentach $\tau = 6, 11$. Na rys. 13 podano wynikający z tego łączny przebieg Y .



Rys. 11



Rys. 12



Rys. 13

Model (3) jest modelem *addytywnym*. Jest to model najprostszy. Możliwe są i inne wersje modelu, na przykład iloczynowa (*multiplikatywna*)⁶.

4. ROSNĄCE FUNKCJE SKUMULOWANYCH EFEKTÓW

Funkcje skumulowanych efektów to najczęściej funkcje rosnące coraz wolniej. Oznaczmy przez T odległość danego momentu czasu t od momentu "przed" wprowadzeniem danego przepisu prawa:

⁶ $Y = A * \bigcup_{\tau} w_{\tau}$.

W tym wypadku w_{τ} są liczbami względnymi, dodatnimi. Parametr A określa początkowy poziom zjawiska Y .

$$(5) \quad T = t - (\tau - 1), \quad \text{przy czym } t \geq \tau^7.$$

Do klasy funkcji rosnących coraz wolniej względem T należą między innymi:

— **funkcja potęgowa**

$$w_\tau = aT^b, \quad \text{przy } 0 \leq b \leq 1 \text{ (rys. 3 – wzrost nieograniczony),}$$

— **funkcja hiperboliczna**

$$w_\tau = A + \frac{b}{T}, \quad \text{przy } A > 0, b < 0 \text{ (rys. 4 – wzrost ograniczony);}$$

— **funkcja logistyczna**

$$w_\tau = \frac{a}{1 + be^{-cT}} \quad \text{przy } a, b, c > 0 \text{ (rys. 6, przebieg ograniczony);}$$

— **dopełnienie funkcji wykładniczej**

$$w_\tau = B - Ae^{b^*T}, \quad \text{przy } b \leq 0 \text{ oraz } B, A > 0, B > A; \text{ (rys. 4 – wzrost ograniczony).}$$

Parametry tych funkcji muszą być takie, że dla momentów $t \geq \tau$ wielkości w_τ są nieujemne.

Funkcje mogą też być ogólniejsze, względem argumentu $T + p$, gdzie p – nieujemne przesunięcie.

5. MODEL ADDYTYWNY Z POTĘGOWĄ FUNKCJĄ SKUMULOWANYCH EFEKTÓW

Rozpatrujemy model addytywny

$$(6) \quad Y = \sum_{\tau} w_\tau + a_0,$$

w którym dla momentów czasu $t \geq \tau$, skumulowane efekty w_τ są **potęgowe**:

$$(7) \quad w_\tau = \begin{cases} a_\tau T^{b_\tau} & \text{dla } t \geq \tau \\ 0 & \text{dla } t < \tau \end{cases}$$

gdzie, przypomnijmy,

$$(8) \quad T = (t - \tau + 1).$$

Przy tym:

— wyraz wolny a_τ jest dodatni,

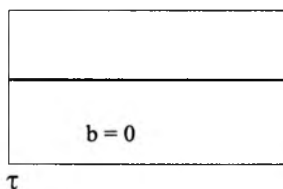
— wykładnik potęgowy b_τ jest ułamkiem z przedziału $<0, 1>$.

Sytuacja, gdy wykładnik $b_\tau = 0$ odpowiada modelowi ze zmiennymi **zero-jedynkowymi**, czyli odpowiada hipotezie, że skumulowany efekt impulsu z momentu τ jest stały (zob. rys. 14).

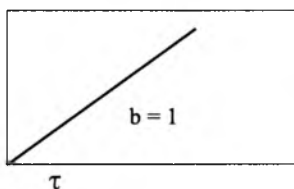
⁷ Przy "zwykłej" numeracji t kolejnymi liczbami całkowitymi, T jest po prostu numerem momentu obowiązywania danego przepisu prawa, przy czym moment wprowadzenia przepisu ma numer $T = 1$.

Sytuacja $b_\tau = 1$ z kolei odpowiada hipotezie, że skumulowany wpływ impulsu z momentu τ rośnie **liniowo** (rys. 15).

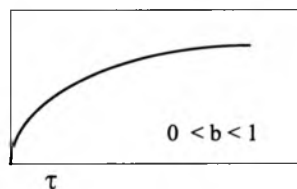
Sytuacje pośrednie, gdy $b_\tau \in (0, 1)$ odpowiadają przebiegom rosnącym coraz wolniej, przy czym przebieg jest tym bardziej płaski, im potęga b jest bliższa zero (rys. 16).



Rys. 14



Rys. 15



Rys. 16

Zdefiniowany wzorem (7) skumulowany efekt można zapisać jako:

$$w_\tau = a_\tau I_\tau$$

gdzie

$$(9) \quad I_\tau = \begin{cases} T^{b_\tau} & \text{dla } t \geq \tau \\ 0 & \text{dla } t < \tau \end{cases}.$$

Model zjawiska Y ma postać:

$$(10) \quad Y = \sum_{\tau} a_\tau I_\tau + a_0.$$

6. SZACOWANIE MODELU ADDYTYWNEGO Z POTĘGOWĄ FUNKCJĄ SKUMULOWANYCH EFEKTÓW

Model (10) “wygląda” jak liniowy, jednak ogólnie nim nie jest bowiem wielkości I_τ przy nieznanach współczynnikach b_τ są funkcjami potęgowymi. W ogólnej sytuacji nie da się więc modelu (10) wyznaczyć standardowymi metodami, na przykład metodą najmniejszych kwadratów dla liniowej funkcji regresji. Jeśli jednak wszystkie potęgi b_τ byłyby **ustalone**, to wartości zmiennych I_τ byłyby znane i model przyjąłby **postać liniową** względem tych zmiennych.

Estymacja modelu (10) może więc przebiegać następująco:

- 1) ustalamy liczbę badanych impulsów (zmian przepisów prawa) i odpowiadające im momenty τ ;
- 2) ustalamy wykładniki potęgowe b_τ i obliczamy wartości zmiennych I_τ ;
- 3) szacujemy równanie (10) jako liniowe równanie regresji i otrzymujemy oszacowania współczynników a_τ oraz a_0 ;
- 4) badamy wiele różnych kombinacji wykładników potęgowych b_τ i za rozwiązanie końcowe przyjmujemy równanie odpowiadające takiej kombinacji, przy której model jest najlepszy⁸.

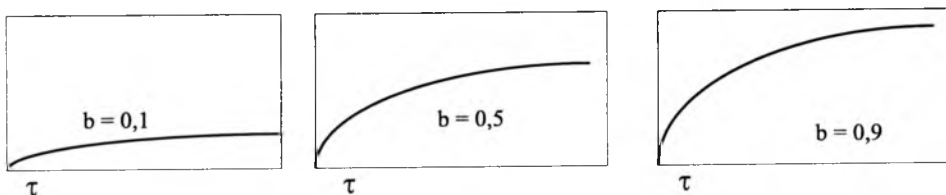
⁸ Takie estymacje, na przykład w arkuszu kalkulacyjnym, nie nastręczają żadnych kłopotów.

Realizując tę procedurę możemy przyjąć, że:

- wszystkie współczynniki b_τ są **identyczne**,
- współczynniki b_τ dla różnych τ mogą być różne.

Pierwszy przypadek (jednolite współczynniki b_τ) odpowiadałby hipotezie o **homogenicznym**, dla wszystkich impulsów, przebiegu skumulowanych efektów po momencie wprowadzenia przepisu prawa⁹. Jest to przypadek najprostszy i dlatego – jeśli nie ma zdecydowanych sugestii by mogło być inaczej – warto go stosować.

Drugi przypadek (różne współczynniki b_τ) odpowiada sytuacji, gdy skumulowane efekty różnych przepisów prawa charakteryzują się różną intensywnością. Jeśli w wypadku danego przepisu współczynnik b jest większy, to zmiany są intensywniejsze (rys. 17).



Rys. 17

7. PRZYKŁAD – DANE

Po przedstawieniu uwag teoretycznych wróćmy do przykładu modelowania wpływu nowych przepisów prawa na zmiany liczby biur rachunkowych. W analizowanym okresie czasu (od I kwartału 1990 do IV kwartału 1997) miało miejsce wiele zmian w przepisach prawnych dotyczących rachunkowości i sfery usług rachunkowych. Wielokrotnie też nowelizowano, bądź aktualizowano przepisy. Tutaj uwzględnimy:

1. Rozporządzenie Ministra Finansów z dn. 15.01.1991 w sprawie *prowadzenia rachunkowości*, Dz. U. Nr 10, poz. 35. Ten akt prawny kodujemy dalej symbolem **RACH1**. Obowiązywał on od 01.01.1991 do 31.12.1994; potem zastąpiono go *Ustawą o rachunkowości*, zob. niżej ustawę nr 9.

2. Rozporządzenie Ministra Finansów z dnia 25.06.1991 w sprawie *karty podatkowej*, Dz. U. Nr 57, poz. 244. Obowiązywało ono od 1.07.1991; potem było wielokrotnie aktualizowane (kod – **KAR**).

3. Ustawa z dnia 19.10.1991 o *badaniu i ogłaszaniu sprawozdań finansowych oraz biegłych rewidentach i ich samorządach*, Dz. U. Nr 111, poz. 480 – weszło w życie 19.11.1991; potem zastąpiono ją *Ustawą z 13.11.1994 o biegłych rewidentach i ich samorządzie*, Dz. U. Nr 121, poz. 592 – która obowiązuje od 1.01.1995 (obie ustawy kodujemy symbolem **BRE**).

⁹ Proporcje między skumulowanymi efektami dwóch impulsów po upływie r jednostek czasu od dokonania zmiany są wtedy stałe, **niezależne** od t :

$$w_m(m+r)/w_n(n+r) = a_m/a_n.$$

4. Ustawa z dn. 26.07.1991 o *podatku dochodowym od osób fizycznych*, Dz. U. Nr 80, poz. 350. Wprowadzono ją w życie od 01.01.1992.

Ustawa z dn. 15.02.1992 o *podatku dochodowym od osób prawnych*, Dz. U. Nr 21, poz. 86. Obowiązująca również od 01.01.1992.

Obie ustawy obowiązują od tego samego momentu czasu i dlatego, bez dodatkowych założeń, nie da się z osobna oszacować wpływu każdej z nich z osobna. Zmienne reprezentujące obie ustawy będą identyczne¹⁰. Dlatego obie ustawy potraktujemy łącznie. Będziemy je kodować symbolem **PDO** ("przepisy o *podatku dochodowym*").

5. Rozporządzenie Ministra Finansów z dn. 15.12.1992 w sprawie *prowadzenia podatkowej księgi przychodów i rozchodów*, Dz. U. Nr 99, poz. 496. Weszło ono w życie od 01.01.1993 i obowiązywało do 01.01.1996 roku (kod **KSII**). Było wielokrotnie aktualizowane. Znowelizowano je rozporządzeniem podanym pod numerem 10.

6. Ustawa z dn. 08.01.1993 o *podatku od towarów i usług oraz podatku akcyzowym*, Dz. U. Nr 11, poz. 50. Obowiązuje od 05.07.1993; kod – **VAT**.

7. Rozporządzenie Ministra Finansów z dn. 23.12.1993 w sprawie *zryczałtowanego podatku dochodowego od przychodów osób fizycznych*, Dz. U. Nr 132, poz. 635, kod **RYC**. Obowiązuje ono od 01.01.1994 r.

8. Ustawa z dn. 29.09.1994 o *rachunkowości*, Dz. U. Nr 121, poz. 591. Wprowadzono ją w życie od 01.01.1995; kod – **RACH2** (zastąpiła ona rozporządzenie nr 1).

9. Rozporządzenie Ministra Finansów z dn. 14.12.1995 w sprawie *prowadzenia podatkowej księgi przychodów i rozchodów*, Dz. U. Nr 148, poz. 720; weszło w życie 01.01.1996; kod – **KSII2** (zastąpiło ono rozporządzenie nr 6).

10. Ustawa z dn. 05.07.1996 o *doradztwie podatkowym*, Dz. U. Nr 102, poz. 475. Obowiązuje ona od 01.01.1997 (kod – **DOR**).

8. PRZYKŁAD – OSZACOWANIE MODELU ADDYTYWNEGO Z POTĘGOWĄ FUNKCJĄ SKUMULOWANYCH EFEKTÓW

Badamy 10 impulsów wywołanych zmianami przepisów prawa. Są to:

- | | | |
|-----------------|-------------|---------------------|
| 1. RACH1 | $\tau = 5$ | (I kwartał 1991), |
| 2. KAR | $\tau = 7$ | (III kwartał 1991), |
| 3. BRE | $\tau = 8$ | (IV kwartał 1991), |
| 4. PDO | $\tau = 9$ | (I kwartał 1992), |
| 5. KSII | $\tau = 13$ | (I kwartał 1993), |
| 6. VAT | $\tau = 15$ | (III kwartał 1993), |
| 7. RYC | $\tau = 17$ | (I kwartał 1994), |
| 8. RACH2 | $\tau = 21$ | (I kwartał 1995), |
| 9. KSII2 | $\tau = 25$ | (I kwartał 1996), |

¹⁰ Identyczność zmiennych jest jednym z przypadków tzw. współliniowości zmiennych objaśniających. W takiej sytuacji tradycyjne metody estymacji zawodzą.

10. **DOR** $\tau = 29$ (I kwartał 1997).

Z każdym takim impulsem związana jest jemu właściwa zmienna I_τ o wartościach określonych wzorem (9). Przykładowo, z wprowadzeniem w I kwartale 1996 (w momencie $t = 25$) podatkowej księgi przychodów i rozchodów związana jest zmienna

$$(11) \quad I_{25} = \begin{cases} (t - 25 + 1)^{b_{25}} & \text{dla } t \geq 25 \\ 0 & \text{dla } t < 25 \end{cases} \quad 11.$$

Dotyczącą przepisu prawa X zmienną I_τ przy wykładniku b oznaczać będziemy dalej przez X_b , np. zmienna określona przez (11) przy $b = 0,5$ oznaczana będzie przez $KSI2_0,5$. Odpowiedniość między zmiennymi I a rozpatrywanymi tu przepisami prawa scharakteryzowano w tabelce:

RACH1	KAR	BRE	PDO	KSI1	VAT	RYC	RACH2	KSI2	DOR
I_5	I_7	I_8	I_9	I_{13}	I_{15}	I_{17}	I_{21}	I_{25}	I_{29}

8.1. Identyczne wykładniki potęgowe

Najpierw oszacujemy model, w którym dla wszystkich zmiennych I_τ wykładniki potęgowe są **identyczne**. Tak więc:

$$(12) \quad I_\tau = \begin{cases} (t - \tau + 1)^b & \text{dla } t \geq \tau \\ 0 & \text{dla } t < \tau \end{cases}, \quad \tau = 5, 7, 8, 9, 13, 15, 17, 21, 25, 29.$$

Rozpatrujemy zatem równanie

$$(13) \quad Y = a_5 I_5 + a_7 I_7 + a_8 I_8 + a_9 I_9 + a_{13} I_{13} + a_{15} I_{15} + a_{17} I_{17} + a_{21} I_{21} + a_{25} I_{25} + a_{29} I_{29} + a_0$$

Dla jego oszacowania zbadano 11 wariantów wartości b , $b = 0; 0,1; 0,2; \dots; 1$. Najlepszy wynik uzyskano przy wykładniku potęgowym $b = 0,4$. Po usunięciu zmiennych nieistotnych, którymi były zmienne dotyczące: a) karty podatkowej (KAR), b) biegłych rewidentów (BRE) oraz c) podatku od towarów i usług (VAT) otrzymano ostatecznie równanie:

Model 1

BIURA	CONST	RACH1_0,4	PDO_0,4	KSI1_0,4	RYC_0,4	RACH2_0,4	KSI2_0,4	DOR_0,4
parametry	15,96	33,49	29,54	20,72	28,79	39,59	15,42	13,67
t - stat	4,79	10,25	6,91	4,89	6,80	9,36	3,64	3,21

$$R^2 = 0,9990; \quad s = 6,79.$$

¹¹ Na przykład przy wykładniku potęgowym $b_{25} = 0,3$ wartości tej zmiennej są następujące:

t	1	2	...	24	25	26	27	28	29	30	31	32
I_{25}	0	0	...	0	1	1,23	1,39	1,52	1,62	1,71	1,79	1,87

Pod oszacowanymi parametrami podano empiryczne statystyki t-Studenta, które – jak wiadomo – służą do badania istotności zmiennych objaśniających. Symbol s oznacza oszacowanie odchylenia standardowego składników losowych, R^2 to współczynnik determinacji¹². Statystyki t-Studenta oraz współczynniki determinacji dla oszacowanych wariantów modelu podano w przypisie¹³.

WNIOSKI

Wszystkie współczynniki regresji mają sensowne znaki (dodatnie) – co znaczy, że wprowadzanie badanych przepisów prawa powiększało liczbę biur rachunkowych.

Model jest bardzo dobrze dopasowany do wyników obserwacji, gdyż wyjaśnił 99,9% zaobserwowanej w latach 1990 - 1997 zmienności liczby biur rachunkowych.

Wszystkie zmienne objaśniające występujące w modelu są istotne, i to na bardzo niskich poziomach istotności – 0,001 a niekiedy jeszcze mniejszych (czyli są istotne na wysokich poziomach ufności, rzędu 0,999, a nawet wyżej)¹⁴.

¹² Zmienna jest istotna, gdy moduł empirycznej statystyki Studenta jest większy od wartości krytycznej (którą bierze się na danym, najczęściej 5%, poziomie istotności i przy danej liczbie stopni swobody). W praktyce wartości krytyczne przy 5% poziomie istotności to liczby rzędu 2,1 - 2,3. Jest tym lepiej im empiryczne statystyki Studenta są większe.

Oszacowanie odchylenia standardowego składników losowych jest oszacowaniem średniej rozbieżności między możliwymi wartościami Y a wartościami z "prawdziwego" (hipotetycznego) modelu tej zmiennej. Jest tym lepiej im s jest mniejsze, na przykład w stosunku do średniej wartości zmiennej Y .

Współczynnik determinacji określa ile procent zaobserwowanej w materiale statystycznym zmienności zmiennej objaśnianej zostało wyjaśnione przez model ekonometryczny. Jest tym lepiej im współczynnik determinacji jest większy.

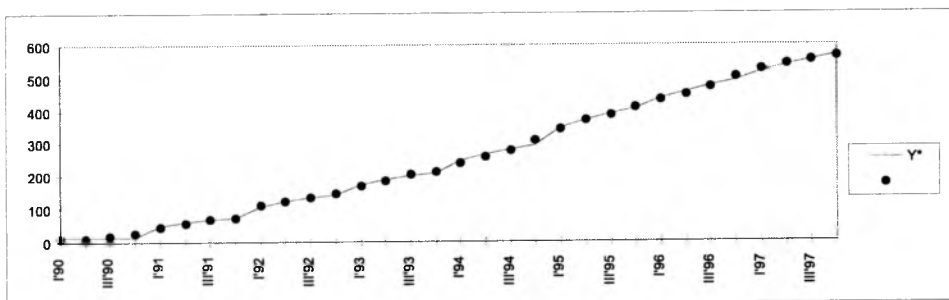
¹³ W tabeli podano empiryczne statystyki Studenta w oszacowaniach dla poszczególnych wariantów parametru b . Pola zacieniowane dotyczą zmiennych nieistotnych. Zawsze nieistotne były zmienne KAR , BRE oraz VAT .

b	$RACH1$	KAR	BRE	PDO	$KSI1$	VAT	RYC	$RACH2$	$KSI2$	DOR	R^2
0	1,90	0,72	0,13	2,23	2,61	1,51	3,31	7,07	5,56	5,43	0,9906
0,1	2,64	0,80	0,06	2,64	2,90	1,50	3,67	7,99	5,63	5,39	0,9950
0,2	3,65	0,86	-0,05	3,09	3,16	1,41	4,05	8,92	5,46	5,11	0,9973
0,3	4,87	0,85	-0,19	3,44	3,23	1,20	4,33	9,47	4,80	4,38	0,9985
0,4	5,94	0,70	-0,33	3,43	2,93	0,80	4,26	9,03	3,50	3,09	0,9990
0,5	6,44	0,41	-0,39	2,97	2,29	0,33	3,81	7,47	1,90	1,57	0,9991
0,6	6,45	0,08	-0,37	2,30	1,59	-0,07	3,24	5,49	0,55	0,32	0,9991
0,7	6,25	-0,22	-0,28	1,66	1,04	-0,35	2,77	3,69	-0,31	-0,51	0,9990
0,8	6,03	-0,49	-0,14	1,11	0,68	-0,55	2,46	2,21	-0,75	-1,01	0,9990
0,9	5,86	-0,75	0,04	0,64	0,48	-0,70	2,29	1,02	-0,88	-1,31	0,9989
1,0	5,76	-1,00	0,26	0,23	0,40	-0,83	2,23	0,03	-0,80	-1,50	0,9989

¹⁴ Przy liczbie stopni swobody równej 24 ($24 = 32$ obserwacje – 8 parametrów) wartości krytyczne wynoszą:

poziom istotności	0,10	0,05	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001
wartość krytyczna	1,71	2,06	2,80	3,74	4,65	5,57	6,56

Wartości empiryczne i modelowe przedstawiono na rysunku 18. Widać na nim bardzo dobre dopasowanie modelu.



Rys. 18

Przeprowadzone estymacje sugerują, że:

- 1) największy wpływ na kształtowanie się liczby biur rachunkowych miały przepisy o rachunkowości, najpierw *Rozporządzenie Ministra Finansów w sprawie prowadzenia rachunkowości (RACH1)* obowiązujące od 01.01.1991 do 31.12.1994, a następnie *Ustawa o rachunkowości (RACH2)* obowiązująca od 01.01.1995 roku.

Dla kwartału o numerze T ($T = 1, 2 \dots$; przy czym $T = 1$ dla momentu wprowadzenia przepisów), skumulowane przyrosty liczby biur rachunkowych oszacowano następująco:

- dla *Rozporządzenia w sprawie prowadzenia rachunkowości* – na poziomie $33,5 * T^{0,4}$,
- dla *Ustawy o rachunkowości* – na poziomie $39,6 * T^{0,4}$;

- 2) stosunkowo duży jest też oszacowany wpływ *Ustawy o podatku dochodowym (od osób fizycznych i osób prawnych – PDO)* oraz *Rozporządzenia w sprawie zryczałtowanego podatku dochodowego* – odpowiednio $29,5 * T^{0,4}$ oraz $29,8 * T^{0,4}$;

- 3) mniejszy wpływ miało *Rozporządzenie Ministra Finansów z dn. 15.12.1992 w sprawie prowadzenia podatkowej księgi przychodów i rozchodów (KSI1)*. Skumulowane efekty oszacowano jako $20,7 * T^{0,4}$;

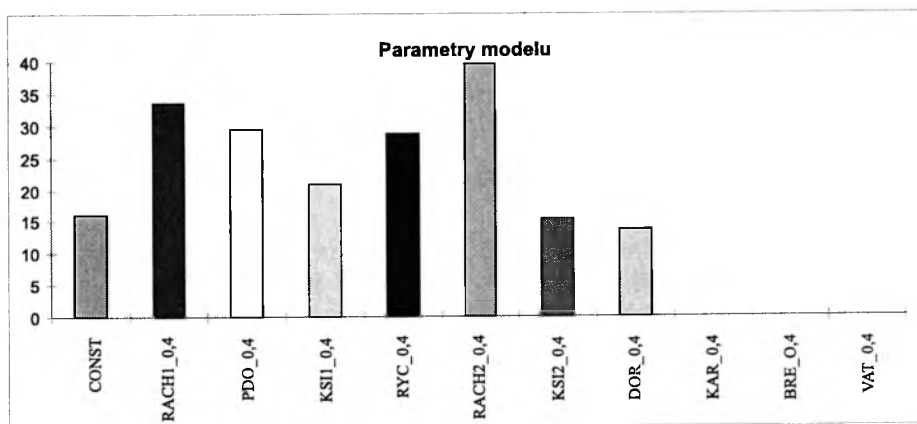
- 4) ostatnią, jeszcze istotną, grupę czynników tworzą *Rozporządzenie w sprawie prowadzenia podatkowej księgi przychodów i rozchodów z dn. 14.12. 1995 (KSI2)*, *Ustawa o doradztwie podatkowym (DOR)* i przepisy prawa wprowadzone przed 1991 rokiem (CONST).

Oszacowane skumulowane efekty kształtują się dla nich jako $(14 - 15) * T^{0,4}$;

- 5) statystycznie nieistotne, na tle innych, okazały się skumulowane efekty *Rozporządzenia w sprawie karty podatkowej (KAR)*, *Ustawy o biegłych rewidentach (BRE)* oraz *Ustawy o podatku od towarów i usług (VAT)*.

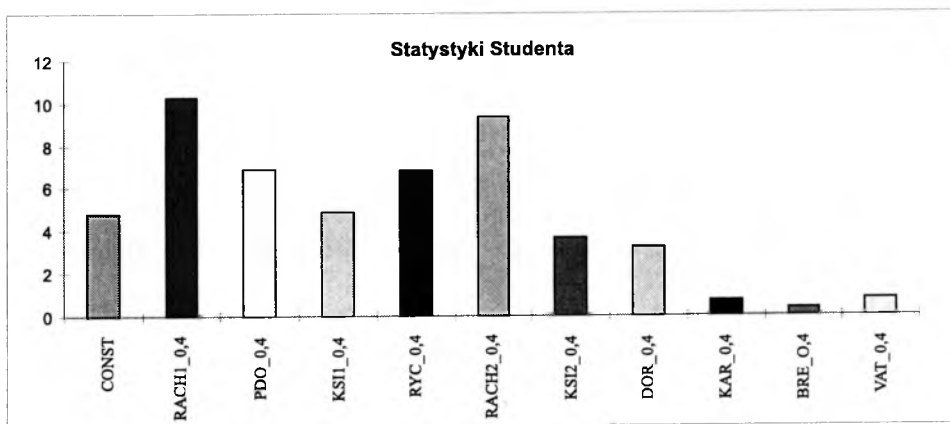
Wykładniki potęgowe dla poszczególnych zmiennych I_τ są identyczne, dlatego siłę wpływu zmian przepisów prawa w obecnie oszacowanej

wersji modelu określają współczynniki kierunkowe¹⁵. Zilustrowano je na rys. 19.



Rys. 19

Znaczenie (istotność) poszczególnych zmian prawa określają z kolei empiryczne statystyki Studenta. Im statystyka jest większa, tym dana zmiana jest bardziej istotna. Statystyki t-Studenta podano na rys. 20.



Rys. 20

¹⁵ Oszacowania skumulowanych efektów wprowadzenia danych przepisów prawa w $T = 1, 3, \dots, 11$ kwartałów obowiązywania danego przepisu przedstawiono w tabeli 1.

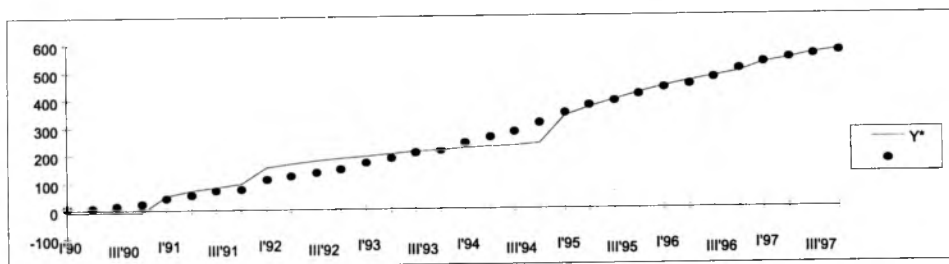
Tabela 1

<i>T</i>	<i>RACH1</i>	<i>PDO</i>	<i>KSI1</i>	<i>RYC</i>	<i>RACH2</i>	<i>KSI2</i>	<i>DOR</i>
1	33	30	21	29	40	15	14
3	52	46	32	45	61	24	21
5	64	56	39	55	75	29	26
7	73	64	45	63	86	34	30
9	81	71	50	69	95	37	33
11	97	77	54	75	103	40	36

Uszeregowanie poszczególnych przepisów prawa według statystyk Studenta jest bardzo zbliżone do uszeregowania według oszacowanych współczynników kierunkowych. Niemniej warto zwrócić uwagę, że co do skali współczynnika najważniejsza była *Ustawa o rachunkowości RACH2* (oszacowany parametr równy jest 39,6), a mniej ważne było *Rozporządzenie w sprawie prowadzenia rachunkowości RACH1* (oszacowany parametr wynosi 33,5). Z kolei z punktu widzenia istotności wywołanych zmian, najważniejsze było *Rozporządzenie w sprawie prowadzenia rachunkowości* (statystyka t-Studenta równa 10,3), a *Ustawa o rachunkowości* znalazła się na drugim miejscu (statystyka t-Studenta wynosi 9,4). *Rozporządzenie* pojawiło się bowiem przy stosunkowo małej jeszcze liczbie biur rachunkowych, stąd jego relatywne znaczenie było większe.

8.2. Różne wykładniki potęgowe

Poprzednio hipoteza o homogeniczności jest wygodna, jednak nie zawsze musi być potwierdzana empirycznie. Na rysunku 21 podano taką właśnie sytuację, gdy model o stałych wykładnikach b budzi wątpliwości – mianowicie, między innymi, zbyt płasko przebiegają wartości modelowe dla obserwacji od I kwartału 1992 do IV kwartału 1994 r.



Rys. 21

Z własności funkcji potęgowej wynika, że przebieg jest tym bardziej płaski, im (zawarty między zerem a jeden) wykładnik b jest mniejszy. Tak więc w sytuacji pokazanej na rys. 19 wykładniki potęgowe dla zmiennych reprezentujących zmiany prawa w okresie od I kwartału 1992 do IV kwartału 1994 r. powinny być większe.

W naszym przykładzie takiej konieczności nie ma, gdyż model z homogenicznymi współczynnikami b jest bardzo dobrze dopasowany. Niemniej, dla ilustracji postępowania, rozważmy przypadek, gdy wykładniki potęgowe są różne. Przyjmijmy mianowicie, że przy zmiennej reprezentującej dany przepis prawa wystąpi ten spośród badanych przy szacowaniu poprzedniego równania współczynnik b , przy którym zmienna była „najbardziej” istotna, tzn. przy którym empiryczna statystyka Studenta była największa. Równania przy różnych b podano w przypisie nr 13. Na jego podstawie ustalamy następujące potęgi b :

<i>RACH1</i>	<i>PDO</i>	<i>KSI1</i>	<i>RYC</i>	<i>RACH2</i>	<i>KSI2</i>	<i>DOR</i>
0,6	0,3	0,3	0,3	0,3	0,1	0

W wyniku estymacji klasyczną mnk otrzymamy równanie:

Model 2

BIURA	CONST	<i>RACH1_0,6</i>	<i>PDO_0,3</i>	<i>KSI1_0,3</i>	<i>RYC_0,3</i>	<i>RACH2_0,3</i>	<i>KSI2_0,1</i>	<i>DOR_0</i>
parametry	15,80	27,91	20,82	20,70	30,74	48,09	23,99	34,58
t - stat	4,16	9,13	3,24	4,02	5,94	9,30	3,86	5,78

$$R^2 = 0,9990; s = 7,9$$

Pod względem dopasowania, sytuacja praktycznie się nie zmieniła w stosunku do poprzedniego modelu. Zmieniły się natomiast współczynniki kierunkowe, co – oczywiście – wiązać trzeba ze zmianami wykładników potęgowych b^{16} .

Z uwagi na to, że obecny model – choć bardziej skomplikowany – w takim samym stopniu jak poprzedni wyjaśnia kształtowanie się liczby biur rachunkowych, za rozwiązanie zadania należałoby przyjąć model poprzedni, w którym wykładniki potęgowe były identyczne. Wyniki estymacji sugerują, że efekty wprowadzania nowych przepisów prawa na kształtowanie się liczby biur rachunkowych były homogeniczne.

9. PODSUMOWANIE

W artykule wskazano na dwa podejścia do modelowania zmian liczby podmiotów gospodarczych w wyniku zmian prawa: od strony zmiennych zero-jedynkowych oraz od strony ciągłych zmiennych impulsowych. Dość

¹⁶ Na przykład obecnie współczynnik kierunkowy przy zmiennej *DOR* jest prawie trzykrotnie większy niż poprzednio. Trzeba jednak pamiętać, że obecnie wykładnik potęgowy wynosi 0, a poprzednio był równy 0,4.

Pełny rezultat zmiany hipotezy na temat wykładników potęgowych może być określony na podstawie badania ścieżek skumulowanych efektów. Dla przykładu w tabeli 2 zestawiono skumulowane efekty najważniejszych z punktu widzenia biur rachunkowych przepisów prawa – *Rozporządzenia o rachunkowości (RACH1)* oraz *Ustawy o rachunkowości (RACH2)*.

Tabela 2

<i>T</i>	<i>RACH1</i>	<i>RACH1</i>	<i>RACH2</i>	<i>RACH2</i>
	model 1	model 2	model 1	model 2
	$b = 0,4$	$b = 0,6$	$b = 0,4$	$b = 0,3$
0	33	28	40	48
2	52	54	61	67
4	64	73	75	78
6	73	90	86	86
8	81	104	95	93
10	87	118	103	99

Choć dopasowanie obu modeli jest praktycznie takie samo, inne, na przykład, są sugestie dotyczące intensywności skutków wprowadzenia (od 01.01.1991) *Rozporządzenia w sprawie prowadzenia rachunkowości (RACH1)*.

szczegółowo opisano drugie podejście, a zwłaszcza jeden z jego wariantów, gdy liczba podmiotów powstałych w wyniku danego przepisu prawa rośnie potęgowo. Wariant ten zilustrowano przykładem dotyczącym kształtowania się liczby biur rachunkowych w Bydgoszczy. Uzyskano model bardzo dobrze pasujący do danych empirycznych (współczynnik determinacji 99,9%), w którym najważniejsze znaczenie miały przepisy związane z systemem rachunkowości.

Jest zrozumiałe, że możliwe są inne warianty podejścia, z innym zmieniającymi impulsowymi. Niektóre przykłady podano w paragrafie 4. W szczególności ciekawe byłoby zbadanie funkcji **wykładniczych**, gdyż odznaczają się one stałymi stopami wzrostu. Opowiadałyby więc hipotezie, że liczba podmiotów gospodarczych powstałych w wyniku danego impulsu zmienia się o stały procent. W pewnych sytuacjach właściwsze od tu zbadanych funkcji potęgowych (które są nieograniczone), mogłyby być funkcje ograniczone.

Ciekawe byłoby też zreformułowanie modelu tak, aby uwzględnić deprecjację liczby podmiotów gospodarczych, na przykład w wyniku upadłości.

Rozpatrywane w artykule zagadnienie wpływu zmian w prawie na kształtowanie się liczby podmiotów gospodarczych jest fragmentem ogólniejszego zagadnienia wpływu zjawisk o charakterze impulsów na kształtowanie się przebiegu zjawisk gospodarczych i społecznych.

ESTIMATION OF INFLUENCE OF CHANGES IN LAW ON A NUMBER OF ECONOMIC SUBJECTS. ECONOMETRIC MODEL WITH CONSTANT IMPULSORY VARIABLES

S u m m a r y

The article indicates two approaches of modelling changes in number of economic subjects as a result of changes in law:

- issuing from zero-one variables,
- issuing from constant impulsive variables.

The second approach was described quite in detail, and more particularly – one of its variants where a number of economic subjects generated in function of a given legal disposition increases accordingly to a power.

$$Y = \sum_{\tau} a_{\tau} I_{\tau} + a_0 ,$$

where:

$$I_{\tau} = \begin{cases} T^{b\tau} & \text{for } t \geq \tau \\ 0 & \text{for } t < \tau \end{cases}$$

$$T = (t - \tau + 1); \quad \tau - \text{date of entering into force of a legal disposition.}$$

This model was illustrated with an example relating to fluctuation of the number of accountancy offices in Bydgoszcz in relation with changed law on economic activities in the period from 1st quarter of 1990 to 4th quarter of 1997. The model obtained suits very well to empirical data – determination factor was up to 99,9 per cent.