

SŁAWOMIR KALINOWSKI

ZASTOSOWANIE FUNKCJI COBBA-DOUGLASA DO ANALIZY PROCESÓW PRODUKCYJNYCH W POLSKICH PRZEDSIĘBIORSTWACH

Artykuł jest próbą zastosowania klasycznego narzędzia, jakim jest funkcja Cobba-Douglasa, do analizy wpływu dwóch podstawowych czynników produkcji na jej wielkość w wybranych branżach polskiej gospodarki. Statystyczna weryfikacja dopasowania tej funkcji została poprzedzona sprawdzeniem dopasowania funkcji liniowej. Istotną różnicą w stosunku do klasycznego podejścia jest odmienne zdefiniowanie zmiennych objaśniających.

1. GENEZA I NATURA FUNKCJI PRODUKCJI COBBA-DOUGLASA

Funkcja produkcji Cobba-Douglasa zastała po raz pierwszy opisana przez odkrywców opisywanej zależności w 1928 r.¹ Paul H. Douglas tak sam pisze o genezie odkrycia: „W 1927 r. przeliczałem indeksy wzrostu ilości zatrudnionych w amerykańskim przemyśle przetwórczym za lata 1899 - 1922. Podobnie przetworzyłem dane dotyczące majątku trwałego. Obydwa szeregi przedstawiłem na wykresie o skali logarytmicznej i dodałem indeks wzrostu produkcji. Zauważyłem, że krzywa produkcji leży, w przybliżeniu, w jednej czwartej odległości między krzywą pracy a krzywą kapitału. Wartości z roku 1899 przyjąłem za 100. Skonsultowałem wyniki z moim kolegą, matematykiem Charlesem W. Cobbem. Przyjęliśmy postać zależności wyrażoną formułą $P = b \cdot L^k \cdot K^{1-k}$. Formuła w takiej postaci była stosowana wcześniej przez Wicksteeda i Wicksella. Była to, zgodnie z twierdzeniem Eulera, liniowo jednorodna funkcja produkcji. Stosując metodę najmniejszych kwadratów, oszacowaliśmy wartość wykładnika potęgi $k = 0,75$ ”².

Informując o genezie swoich badań nad funkcją produkcji, Douglas sam przyznaje, że tą samą, jednorodną liniowo funkcję produkcji stosowali wcześniej Knut Wicksell i Philip H. Wicksteed³. Ciekawą analizę pierw-

¹ C. W. Cobb, P. H. Douglas, *A Theory of Production*, „American Economic Review” 8, nr 1, suppl. (March 1928), s. 139 - 165.

² P. H. Douglas, *The Cobb-Douglas Production Function Once Again: Its History, Its Testing, and Some New Empirical Values*, „Journal of Political Economy” 1976, vol. 84, nr 5, s. 903 - 904.

³ K. Wicksell, *Marginal Productivity as the Basis of Distribution in Economics*, „Economic Tidskrift” 1900, s. 305 - 337 oraz P. H. Wicksteed, *An Essay on Coordination of the Laws of Distribution*, Macmillan, London 1894.

szeństwa w autorstwie liniowo jednorodnej funkcji produkcji, o której mowa, dał Paul A. Samuelson⁴. Należy przyjąć, że nazwanie opisywanej funkcji produkcji od nazwisk Paula H. Douglasa i Charlesa W. Cobb'a wynika z dwóch powodów. Po pierwsze, uznali celowość jej zastosowania niezależnie, wychodząc od analizy danych empirycznych. Po drugie, jako pierwsi przeprowadzili bardzo dużą ilość badań empirycznych potwierdzających wybór liniowo jednorodnej funkcji wykładniczej do opisanego zależności między nakładami pracy i kapitału a wielkością produkcji. Dotyczy to szczególnie Douglasa, który najpierw z Cobbem, a później z innymi współpracownikami prowadził badania empiryczne do końca lat sześćdziesiątych.

Istotne uzupełnienie badań Paula H. Douglasa stanowiły wyniki badań Davida Duranda, który formułę $P = b \cdot L^k \cdot K^{1-k}$ zamienił na $P = b \cdot L^k \cdot K^j$. Uzależnił jednocześnie charakter efektów skali od wartości sumy $k + j$. Gdy była równa jeden, produkcja charakteryzowała się stałymi efektami skali, gdy była większa od jeden, efekty skali były rosnące, a gdy była mniejsza od jednościi malejące⁵.

Funkcja Cobb'a-Douglasa w postaci zmodyfikowanej przez Duranda odpowiada neoklasycznym poglądom na produkcję i produktywność marginalną. Współczynniki k i j zawarte w przedziale (0,1) świadczą o malejącej produktywności marginalnej. Dodatkowo, relacja między produktem marginalnym a produktem przeciętnym dla każdego z czynników produkcji lokuje ją w drugim etapie zmienności⁶.

2. OPIS METODY

2.1. Zdefiniowanie zmiennych niezależnych i zmiennej zależnej

W przykładach zastosowania funkcji produkcji, w analizie ekonomicznej dominuje podejście tradycyjne do określania zmiennych dla funkcji produkcji, w szczególności dla funkcji Cobb'a-Douglasa. Definiując zmienne dla funkcji C-D, za wielkość produkcji (Q) przyjmuje się przychody ze sprzedaży, za ilość pracy (L) przyjmuje się wielkość zatrudnienia, a za ilość kapitału (K) wartość bilansową aktywów trwałych⁷.

To tradycyjne podejście jest związane z pewnymi ograniczeniami. Mierząc ilość pracy ilością zatrudnionych pracowników, nie możemy odzwierciedlić w analizie wpływu wzrostu ilości czasu przepracowanego przez tych

⁴ P. A. Samuelson, *Paul Douglas's Measurement of Production Functions and Marginal Productivities*, „Journal of Political Economy” 1979, vol. 87, nr 5, s. 923 - 939.

⁵ D. Durand, *Some Thoughts on Marginal Productivity with Special Reference to Professor Douglas*, „Journal of Political Economy” 45, nr 6 (December 1937), p. 740 - 758.

⁶ W neoklasycznym modelu przedsiębiorstwa, producenci ustalają poziom aktywności gospodarczej w drugim etapie funkcji produkcji, w którym maleje produktywność marginalna.

⁷ Zob. na przykład: D. Holtz-Eakin, *Public sector and the Productivity Puzzle*, „The Review of Economics and Statistics”, Harvard University, February 1994 lub M. I. Nadiri, B. Nandi, *Technical Change, Markup, Divestiture and Productivity Growth in the U.S. Telecommunications Industry*, „The Review of Economics and Statistics”, Harvard University, August 1999.

pracowników. Lepszą miarą ilości pracy wydaje się być suma czasu przepracowanego przez wszystkich pracowników niż prosta ilość tych pracowników. Również w przypadku ilości kapitału, przyjęcie wartości aktywów za jej miarę wiąże się z pewnymi ograniczeniami, szczególnie wtedy, gdy analizujemy funkcję produkcji zgodnie z krótszym niż rok krokiem czasowym. W sytuacji braku inwestycji, środki trwale stale zmniejszają swoją wartość bilansową ze względu na amortyzację, jednocześnie ich technologiczna wartość jako czynnika produkcji może się nie zmieniać. Inną kategorią, w przypadku której majątek może zmieniać swoją wartość w przeciwnym kierunku do zmian wartości produkcji są zapasy wyrobów gotowych. Często zdarza się, że w okresach intensywnego wzrostu produkcji i sprzedaży maleje poziom zapasów wyrobów gotowych i odwrotnie, gdy produkcja i sprzedaż się załamują zapasy wyrobów gotowych rosną.

Mając na uwadze te ograniczenia, autor postanowił zweryfikować inne podejście do definiowania zmiennych niezależnych funkcji C-D. Idea nowego podejścia polega na przeniesieniu uwagi z zasobowych aspektów funkcjonowania przedsiębiorstw (zatrudnienie i wartość bilansowa majątku trwałego) na kategorie mające charakter strumieni. Propozycja polega na przyjęciu za ilości pracy (L) realną kwotę kosztów pracy, a za ilość kapitału (K) realną kwotę pozostałych kosztów z układu rodzajowego. Jako koszty pracy rozumie się „wynagrodzenia” oraz „świadczenia na rzecz pracowników” (w tym składki na ubezpieczenia społeczne). Pozostałe koszty układu rodzajowego to: „zużycie materiałów i energii”, „usługi obce”, „podatki i opłaty”, „amortyzacja” oraz „pozostałe koszty”. Przyjęto, że realne kwoty tych rodzajów kosztów będą odpowiadać nakładom na kapitał (K).

Zdefiniowane wyżej koszty pracy i koszty związane z nakładami na kapitał zmieniają się pod wpływem dwóch czynników: wzrostu cen oraz zmian ilościowych. Wpływ tych czynników nakłada się na siebie. Zmiany wartości kosztów pracy i kosztów kapitału można zatem definiować w sposób następujący:

$$\frac{CL_{n+1}}{CL_n} = (1 + q_L) \cdot (1 + i_L), \quad \frac{CK_{n+1}}{CK_n} = (1 + q_K) \cdot (1 + i_K),$$

gdzie:

CL_n, CK_n – nominalna kwota kosztów pracy i kosztów kapitału w okresie „ n ”,

CL_{n+1}, CK_{n+1} – nominalna kwota kosztów pracy i kosztów kapitału w okresie „ $n + 1$ ”,

q_L, q_K – stopa wzrostu ilościowego nakładów na pracę i nakładów na kapitał między okresami „ n ” i „ $n + 1$ ”,

i_L, i_K – stopa wzrostu średnich cen nakładów na pracę i nakładów na kapitał między okresami „ n ” i „ $n + 1$ ”.

Przy takim podejściu wartość realna (w cenach z okresu bazowego „ n ”) nakładów na pracę i kapitał w okresie „ $n + 1$ ” może być wyrażona następującymi formułami:

$$L_{n+1} = \frac{CL_{n+1}}{1+i_L} = CL_n \cdot (1+q_L), \quad K_{n+1} = \frac{CK_{n+1}}{1+i_K} = CK_n \cdot (1+q_K),$$

gdzie:

L_{n+1} , K_{n+1} – koszt pracy i koszt kapitału w okresie „ $n+1$ ” w cenach z okresu „ n ”.

Zmiany kosztów pracy i kapitału zdefiniowane według powyższych formuł będą odzwierciedlać zmiany ilościowe nakładów na te czynniki produkcji. Sprowadzając dane o kosztach do ich wartości według cen z okresu wyjściowego otrzymujemy szeregi, których zmiany wynikają wyłącznie z wpływu zmian ilościowych. Takie dane dają możliwość badania wyłącznego wpływu zmian ilościowych nakładów na poziom sprzedaży i produkcji.

W przeprowadzanej analizie przyjęto założenie o tożsamości przychodów ze sprzedaży z wartością produkcji. Uznano, że to uproszczenie nie powinno mieć wpływu na wyniki analizy. Podobnie jak w przypadku zmiennych niezależnych, wielkość produkcji analizowano według wartości realnych w cenach z okresu wyjściowego:

$$Q_{n+1} = \frac{PS_{n+1}}{1+i_{PS}} = PS_n \cdot (1+q_{PS}),$$

gdzie:

- PS_n – nominalna wartość przychodów ze sprzedaży w okresie „ n ”,
- PS_{n+1} – nominalna wartość przychodów ze sprzedaży w okresie „ $n+1$ ”,
- q_{PS} – stopa wzrostu ilościowego sprzedaży między okresami „ n ” i „ $n+1$ ”,
- i_{PS} – stopa wzrostu średnich cen sprzedawanych produktów między okresami „ n ” i „ $n+1$ ”.

Zgodnie z przyjętymi założeniami, uzyskany w ten sposób szereg realnych wartości przychodów ze sprzedaży w cenach z okresu wyjściowego odzwierciedlać będzie wpływ zmian ilościowych produkcji.

Szeregi danych przygotowane w opisywany sposób będą odzwierciedlać zmiany ilościowe produkcji (Q), nakładów na pracę (L) i nakładów na kapitał (K). Stanowiąc będą podstawę badania zależności określającej wpływ zmian ilości pracy i ilości kapitału na wielkość produkcji.

2.2. Opis przedmiotu badań

Obliczenia oparto na kwartalnych danych finansowych przedsiębiorstw pochodzących z lat 1994 - 1999. Każdorazowo daje to szereg 24 danych kwartalnych. Źródłem danych była „Analiza branżowa” sporządzana przez Bank Rozwoju Eksportu⁸.

⁸ „Analiza branżowa”, Wydział Zarządzania Ryzykiem Departamentu Kredytów Banku Rozwoju Eksportu, nr 4(26)/99.

Przy wyborze próby przedsiębiorstw kierowano się przekonaniem, że pierwsza analizowana grupa powinna pochodzić z sektora produkcyjnego. W przedsiębiorstwach sektora produkcyjnego łatwiej jest rozdzielić koszty w układzie rodzajowym na te, które związane są z nakładami na pracę i te, które odpowiadają nakładom na kapitał. W przypadku przedsiębiorstw z sektora usług trudniej o jednoznaczność w tym względzie. Ponadto, wybrane branże powinny, z technologicznego punktu widzenia, różnić się proporcją udziału nakładów kapitału i pracy w nakładach ogółem. Przy wyborze branż, z których mają pochodzić przedsiębiorstwa, posłużono się klasyfikacją EKD. Dokonano wyboru następujących branż:

- 1) *produkcja obuwia* (nr 1930),
- 2) *produkcja papieru i tektury* (nr 2112),
- 3) *produkcja pomp i sprzężarek* (nr 2912),
- 4) *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa* (nr 4521).

Wszystkie wybrane branże pochodzą z sektora produkcyjnego. Przypuszczalnie, pierwsza i czwarta, z przedstawionej listy, charakteryzują się większą rolą nakładów na pracę niż pozostałe dwie.

Wybrane branże różnią się liczebnością przedsiębiorstw, których dane przyjęto do obliczeń. W branży *produkcja obuwia* ilość przedsiębiorstw, z których pochodziły dane wzrastała od 131 w I kwartale 1994 do 150 w IV kwartale 1999. W branży *produkcja papieru i tektury* w I kwartale 1994 r. dane pochodziły od 26 przedsiębiorstw, ilość ta wzrosła do 30 w IV kwartale 1997 by spaść do 28 w IV kwartale 1999 r. W branży *produkcja pomp i sprzężarek*, w I kwartale 1994 r. analizą objęto 23 przedsiębiorstwa, w IV kwartale 1999 r. ilość ta wzrosła do 36 (w tym ostatnim okresie analizowaną próbę powiększyły dwa bardzo duże przedsiębiorstwa, co ponad trzykrotnie zwiększyło średnią wielkość nakładów i przychodów). Najbardziej liczna próba reprezentowała branżę *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa*. Jej liczebność wahała się od 2088 przedsiębiorstw w IV kwartale 1994 r. do 2707 w IV kwartale 1999 r.

Zgodnie z założeniami dotyczącymi zdefiniowania zmiennych przyjęto, że punktem wyjścia do obliczenia ilości produkcji w jednostkach z I kwartału 1994 będzie wyznaczenie przychodów ze sprzedaży w kolejnych kwartałach. Dla oszacowania nakładów na pracę przyjęto koszty wynagrodzeń oraz koszty świadczeń na rzecz pracowników. Pozostałe koszty operacyjne z układu rodzajowego będą punktem wyjścia do obliczenia zmian wielkości nakładów na kapitał. Takie właśnie dane przedstawiono w tabeli 1.

Konieczność uzyskania szeregów odzwierciedlających zmiany ilościowe produkcji, nakładów na pracę oraz nakładów na kapitał powoduje, że należy zdefiniować deflatory, przy pomocy których będzie się sprowadzać wszystkie dane do wartości w cenach z I kwartału 1994. Dla obliczenia przychodów ze sprzedaży w cenach stałych w branży *produkcja obuwia* posłużono się miesięcznymi wskaźnikami wzrostu cen produkcji sprzedanej w dziale „obróbka skóry i produkcja wyrobów ze skóry”⁹. W przypadku branży *produkcja papieru i tektury* analogiczny wskaźnik dotyczył działu

⁹ „Biuletyn statystyczny”, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa, nr 2 z lat 1994 - 2000.

Przychody, koszt pracy i koszt kapitału w cenach bieżących dla wybranych branż w latach 1994 - 1999 (w tys. zł)

Branże	Produkcja obuwia			Produkcja papieru i tektury			Produkcja pomp i sprzęzarek			Budownictwo ogólne, inżynieria lądowa		
	Kwartały	Przychód	Koszty pracy	Koszty kapitału	Przychód	Koszty pracy	Koszty kapitału	Przychód	Koszty pracy	Koszty kapitału	Przychód	Koszty pracy
I 1994	1 230	508	980	10 673	1 291	8 989	2 077	696	1 444	653	229	478
II 1994	1 269	561	919	12 392	1 391	9 847	2 261	738	1 372	881	249	624
III 1994	1 642	564	1 072	12 881	1 451	10 326	2 679	790	1 595	959	270	677
IV 1994	1 989	536	1 413	18 220	1 717	14 486	3 310	1 030	2 177	1 281	293	926
I 1995	1 789	692	1 387	26 050	2 028	22 708	3 332	1 164	2 178	988	313	729
II 1995	1 575	584	1 142	28 430	2 162	22 036	3 246	1 078	1 943	1 265	347	908
III 1995	2 429	686	1 615	27 212	2 263	22 083	3 676	1 165	2 273	1 426	378	1 044
IV 1995	3 090	774	2 186	18 502	2 743	18 043	3 828	1 297	2 322	1 806	402	1 304
I 1996	2 211	771	1 796	24 477	2 690	23 021	3 631	1 416	2 415	1 037	357	765
II 1996	2 404	770	1 718	22 230	2 589	21 178	4 100	1 340	2 365	1 544	415	1 099
III 1996	3 181	770	1 966	22 868	2 491	22 428	4 487	1 389	2 614	1 891	463	1 362
IV 1996	3 359	919	2 248	21 008	2 831	21 463	4 270	1 403	2 469	2 391	502	1 722
I 1997	2 628	899	2 055	26 017	3 242	25 370	3 845	1 484	2 584	1 462	446	1 088
II 1997	2 691	874	1 880	25 303	3 077	23 085	4 352	1 504	2 596	2 199	538	1 601
III 1997	3 081	921	2 236	26 421	3 234	25 080	5 160	1 582	2 967	2 543	580	1 860
IV 1997	3 576	962	2 428	26 893	3 137	25 774	4 886	1 551	3 058	3 139	622	2 314
I 1998	2 325	847	1 702	34 931	4 088	31 566	3 558	1 427	2 555	1 996	551	1 511
II 1998	2 403	802	1 664	33 246	4 162	30 327	4 113	1 426	2 664	2 569	608	1 917
III 1998	2 430	799	1 855	31 222	3 774	29 476	4 220	1 370	2 856	2 969	664	2 197
IV 1998	2 658	810	1 796	30 323	3 776	30 886	4 218	1 457	2 761	3 315	666	2 422
I 1999	2 448	843	1 782	33 255	3 674	30 773	3 178	1 361	2 217	2 275	649	1 767
II 1999	2 620	874	1 833	31 652	3 745	29 352	3 567	1 273	2 271	3 002	702	2 302
III 1999	2 475	812	1 782	34 138	3 500	30 415	3 451	1 321	3 636	3 314	747	2 652
IV 1999	2 906	776	2 021	37 463	3 634	32 652	11 089	1 386	6 875	4 270	773	3 238

Źródło: „Analiza branżowa”, Wydział Zarządzania Rysykiem Departamentu Kredytów Banku Rozwoju Eksportu, 4(26)/99 (wersja elektroniczna).

„produkcja celulozowo-papiernicza”, dla branży *produkcja pomp i sprężarek* korzystano z danych dla działu „produkcja maszyn i urządzeń”, a dla branży *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa* przyjęto wskaźniki miesięcznego wzrostu cen produkcji sprzedanej z działu „budownictwo”.

Kalkulując nakłady na pracę w wybranych branżach, w cenach z I kwartału 1994 posłużono się wskaźnikami miesięcznego wzrostu średniego wynagrodzenia bez wypłat z zysku¹⁰. Zachowano tutaj analogiczne związki między branżami z klasyfikacji EKD i działami z klasyfikacji GUS. By wyznaczyć nakłady na kapitał w cenach stałych z I kwartału 1994 posłużono się wskaźnikami miesięcznego wzrostu cen produkcji sprzedanej w sektorze przedsiębiorstw¹¹. Przyjęcie wskaźnika o tak wysokim poziomie ogólności wynika z dużego zróżnicowania rodzajów kosztów, jakie mieszczą się w nakładach na kapitał.

Dane wartościowe z „Analizy branżowej” prezentowane są dla okresów kwartalnych, natomiast dane dotyczące wskaźników zmian cen podawane są z krokiem miesięcznym. Zaszła zatem konieczność przeliczenia miesięcznych stóp wzrostu cen na kwortalne. Zastosowano następującą metodę. Najpierw policzono stopy wzrostu cen dla miesięcy, liczone w stosunku do analogicznego miesiąca poprzedniego kwartału, według formuły (przykład dla pierwszego miesiąca w kwartale):

$$i_{1,n+1/1,n} = (1 + i_{2,n}) \cdot (1 + i_{3,n}) \cdot (1 + i_{1,n+1}) - 1$$

gdzie:

- $i_{1,n+1/1,n}$ – stopa wzrostu cen między pierwszym miesiącem kwartału „n” a pierwszym miesiącem kwartału „n + 1”,
- $i_{2,n}$ – stopa wzrostu cen w drugim miesiącu kwartału „n” w stosunku do poprzedniego miesiąca,
- $i_{3,n}$ – stopa wzrostu cen w trzecim miesiącu kwartału „n” w stosunku do poprzedniego miesiąca,
- $i_{1,n+1}$ – stopa wzrostu cen w pierwszym miesiącu kwartału „n + 1” w stosunku do poprzedniego miesiąca.

Następnie policzono średnią geometryczną z tak wyznaczonych stóp wzrostu cen według formuły:

$$i_{n+1/n} = \sqrt[3]{(1 + i_{1,n+1/1,n}) \cdot (1 + i_{2,n+1/2,n}) \cdot (1 + i_{3,n+1/3,n})} - 1,$$

gdzie:

- $i_{n+1/n}$ – stopa wzrostu cen między kwartałem „n” a kwartałem „n + 1”,
- $i_{1,n+1/1,n}$ – stopa wzrostu cen między pierwszym miesiącem kwartału „n” a pierwszym miesiącem kwartału „n + 1”,
- $i_{2,n+1/2,n}$ – stopa wzrostu cen między drugim miesiącem kwartału „n” a drugim miesiącem kwartału „n + 1”,
- $i_{3,n+1/3,n}$ – stopa wzrostu cen między trzecim miesiącem kwartału „n” a trzecim miesiącem kwartału „n + 1”.

¹⁰ Ibidem.

¹¹ „Biuletyn statystyczny”, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa, nr 2 z lat 1994 - 2000.

Tak policzone wskaźniki wzrostu cen między kwartałami posłużyły do wyznaczenia deflatorów sprowadzających dane w cenach bieżących do wartości w cenach z I kwartału 1994 roku. Ich wykorzystanie obrazuje następująca formuła:

$$X_{n,1} = \frac{X_n}{\prod_{k=1}^n (1 + i_k + 1/k)},$$

gdzie:

$X_{n,1}$ – wartość analizowanej danej z kwartału „n” w cenach z I kwartału 1994 r,

X_n – wartość analizowanej danej z kwartału „n” w cenach bieżących.

Dokonując operacji opisanej powyższą formułą, uzyskujemy trzy szeregi danych:

- wartości przychodu ze sprzedanej produkcji w poszczególnych branżach, w cenach z pierwszego analizowanego kwartału; zmienność tego szeregu zależy wyłącznie od wpływu zmian czynnika ilościowego (w dalszych obliczeniach zmienna oznaczana jest literą Q),
- wartości kosztu wynagrodzeń i świadczeń na rzecz pracowników w poszczególnych branżach, według średniego wynagrodzenia na osobę z pierwszego kwartału 1994 r.; zmienność tego szeregu zależy wyłącznie od wpływu zmian ilości czynnika pracy (w dalszych obliczeniach zmienna oznaczana jest literą L),
- wartości kosztów operacyjnych bez kosztów pracy (wynagrodzeń i świadczeń na rzecz pracowników) w poszczególnych branżach, w cenach produkcji sprzedanej przemysłu z pierwszego kwartału 1994 r.; zmienność tego szeregu zależy wyłącznie od wpływu zmian ilości czynnika kapitału (w dalszych obliczeniach zmienna oznaczana jest literą K).

Dane dla czterech analizowanych branż, przetworzone w opisywany sposób zostały przedstawione w tabeli 2. W dalszej części wywodu zostanie przeprowadzona próba analizy regresji wielokrotnej, mająca na celu dopasowanie parametrów funkcji Cobba-Douglasa do uzyskanych danych rzeczywistych. By uniknąć zarzutu o niepotrzebnym skomplikowaniu modelu, wcześniej zostanie przeprowadzona próba analizy regresji wielokrotnej sprawdzająca dopasowanie liniowej funkcji produkcji dwóch zmiennych.

3. ANALIZA DANYCH ORAZ OBLICZENIA

3.1. Interpretacja realnych wartości badanych zmiennych

Analiza danych przetworzonych w sposób opisany w poprzednim rozdziale wskazuje na szereg interesujących obserwacji, z których dwie wydają się najbardziej zaskakujące.

Tabela 2

Przychody, koszt pracy i koszt kapitału w cenach stałych z I kwartału 1994 r. dla wybranych branż w latach 1994 - 1999
(w tys. zł)

Branże	Produkcja obuwia			Produkcja papieru i tektury			Produkcja pomp i sprzęzarek			Budownictwo ogólne, inżynieria lądowa		
	Kwartały	Przychód	Koszty pracy	Koszty kapitału	Przychód	Koszty pracy	Koszty kapitału	Przychód	Koszty pracy	Koszty kapitału	Przychód	Koszty pracy
I 1994	1 230	508	980	10 673	1 291	8 989	2 077	696	1 444	653	229	478
II 1994	1 257	516	879	11 109	1 240	9 414	2 162	653	1 312	840	226	597
III 1994	1 552	483	962	10 431	1 217	9 264	2 400	632	1 431	877	222	607
IV 1994	1 772	429	1 165	12 671	1 363	11 948	2 724	768	1 796	1 118	220	764
I 1995	1 519	496	1 065	14 928	1 519	17 442	2 534	795	1 673	812	214	560
II 1995	1 299	361	846	14 931	1 361	16 315	2 374	673	1 439	990	217	672
III 1995	1 966	364	1 154	13 767	1 190	15 781	2 590	660	1 624	1 071	214	746
IV 1995	2 395	366	1 501	9 059	1 195	12 388	2 602	659	1 594	1 293	205	895
I 1996	1 691	345	1 196	12 332	1 052	15 326	2 375	656	1 608	702	166	509
II 1996	1 820	344	1 114	12 132	959	13 735	2 625	581	1 534	1 006	184	713
III 1996	2 343	345	1 248	12 725	896	14 239	2 840	583	1 660	1 195	206	865
IV 1996	2 371	402	1 390	11 589	963	13 270	2 648	563	1 526	1 466	220	1 065
I 1997	1 852	370	1 215	14 258	1 001	15 004	2 332	545	1 528	867	183	643
II 1997	1 867	341	1 092	13 798	857	13 406	2 600	510	1 508	1 255	199	930
III 1997	2 085	337	1 270	14 053	813	14 244	3 019	495	1 685	1 409	193	1 056
IV 1997	2 327	331	1 349	13 962	701	14 316	2 811	460	1 699	1 684	189	1 285
I 1998	1 496	260	924	17 814	803	17 131	2 017	390	1 387	1 024	153	820
II 1998	1 529	214	895	16 909	726	16 311	2 303	358	1 433	1 282	155	1 031
III 1998	1 515	183	988	15 896	595	15 696	2 333	314	1 521	1 456	154	1 170
IV 1998	1 625	166	947	15 413	540	16 289	2 306	307	1 456	1 601	141	1 277
I 1999	1 492	166	928	16 786	487	16 026	1 710	270	1 155	1 066	128	920
II 1999	1 568	174	937	15 756	484	14 999	1 908	245	1 160	1 383	138	1 176
III 1999	1 454	163	896	16 869	455	15 291	1 837	247	1 828	1 505	153	1 333
IV 1999	1 660	152	992	17 613	473	16 034	5 859	246	3 376	1 898	161	1 590

Po pierwsze, zmienność ilości wyprodukowanych dóbr jest uzależniona w bardzo dużym stopniu od nakładów na kapitał i w bardzo niewielkim stopniu od nakładów na pracę (zob. wykresy 1 - 4¹²). Po drugie, w każdej z analizowanych branż zaobserwowano ilościowy spadek nakładów na pracę, przy jednoczesnym wzroście produkcji. Spadek znaczenia nakładów na pracę i wzrost znaczenia nakładów na kapitał, widoczny przy wstępnej analizie wykresów 1 - 4, znajduje potwierdzenie w wartościach współczynników korelacji. Przedstawia je tabela 3.

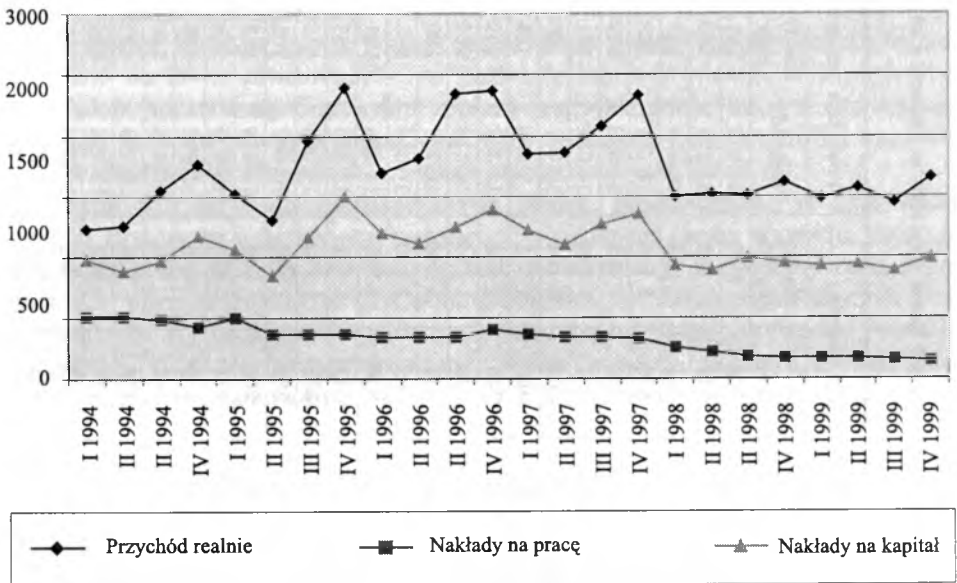
Tabela 3

Współczynniki korelacji wielkości produkcji z nakładami na pracę i nakładami na kapitał w analizowanych branżach

Branże	Współczynniki korelacji	
	$r_{L,Q}$	$r_{K,Q}$
Produkcja obuwia	0,065	0,918
Produkcja papieru i tektury	-0,648	0,798
Produkcja pomp i sprzężarek	-0,088	0,934
Budownictwo ogólne, inżynieria lądowa	-0,417	0,974

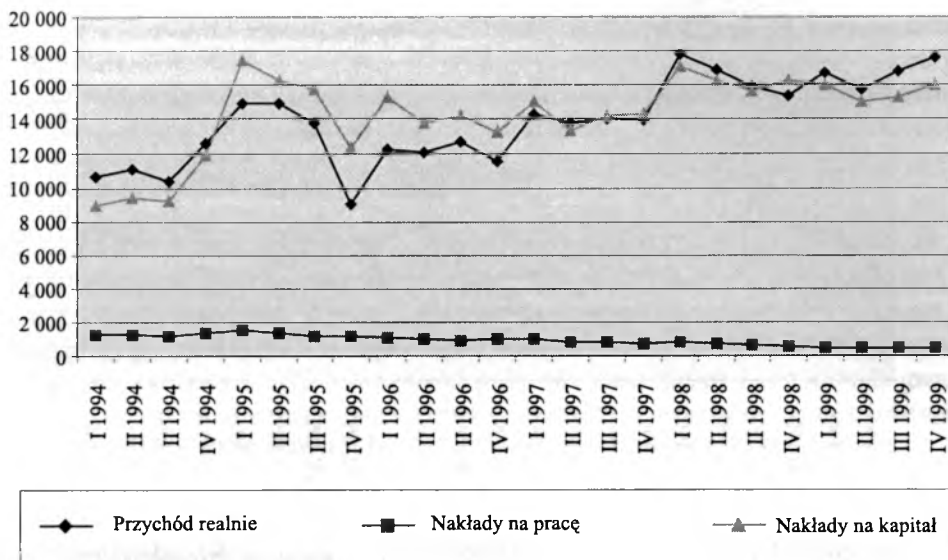
Źródło: Obliczenia własne.

Dodatnie i bliskie jedności wartości wskaźnika korelacji liniowej Pearsona zmiennych K i Q dla wszystkich branż, oprócz „produkcji papieru

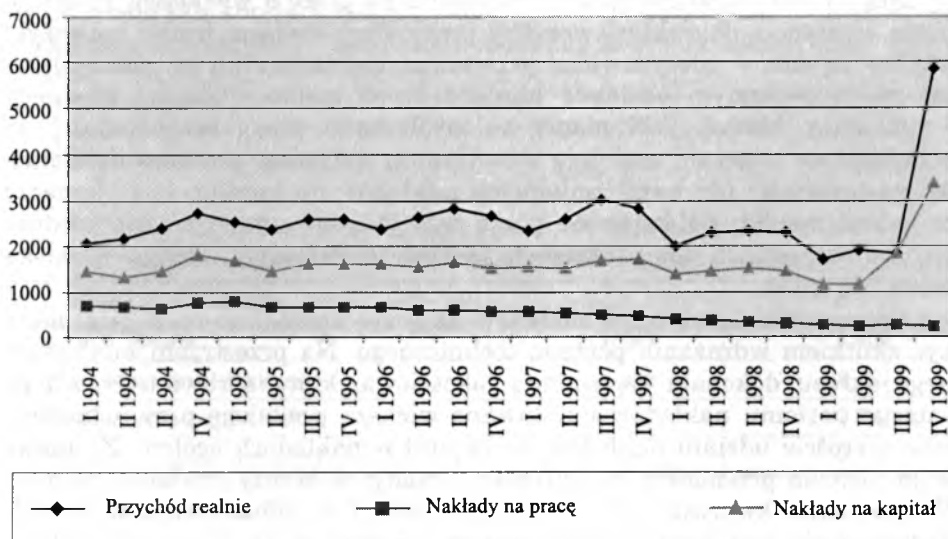


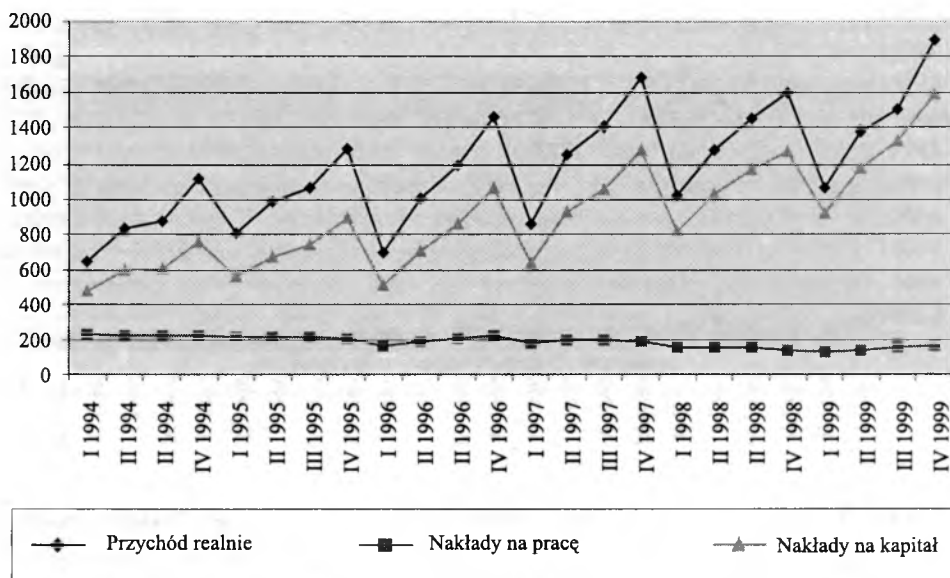
Wykres 1. Przychody i nakłady w branży produkcja obuwia (tys. zł)

¹² Gwałtowny wzrost nakładów na kapitał i wielkości produkcji w branży produkcja pomp i sprzężarek w IV kwartale 1999 r. wynika z przyjęcia do średniej danych nowego, bardzo dużego przedsiębiorstwa.

Wykres 2. Przychody i nakłady w branży *produkcja papieru i tektury* (tys. zł)

i tektury”, wskazują prawie funkcyjną zależność liniową między nakładami na kapitał i wielkością produkcji. W przypadku korelacji nakładów na pracę i wielkości produkcji sytuacja jest bardziej zróżnicowana. Dla jednej branży (*produkcja obuwia*) współczynnik korelacji liniowej Pearsona ma wartość dodatnią ale jego niski poziom wskazuje na brak współzależności nakładów na pracę i wielkości produkcji. Podobnie niska, choć ujemna jest wartość analizowanego współczynnika dla branży *produkcja pomp i sprzęż-*

Wykres 3. Przychody i nakłady w branży *produkcja pomp i sprzężarek* (tys. zł)



Wykres 4. Przychody i nakłady w branży *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa* (tys. zł)

rek. Wskazuje to na brak współzależności nakładów na pracę oraz wielkości produkcji w tej branży. W branży *produkcja papieru i tektury* mamy do czynienia ze słabą, negatywną współzależnością nakładów na pracę i wielkości produkcji. Najwyższy wskaźnik korelacji odnotowano dla branży *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa*. Jego wartość wskazuje na wystąpienie negatywnej współzależności między nakładami na pracę a wielkością produkcji.

Negatywna zależność między nakładami na pracę a wielkością produkcji może wynikać z charakteru kosztów pracy. Przy krótkim kroku czasowym analizy są one, w zdecydowanej przewadze, kosztami stałymi, pozostającymi na niezmiennym poziomie niezależnie od zmian wielkości produkcji i sprzedaży. Nawet, jeśli mamy na myśli koszt pracy bezpośredniej, to wykazuje on znacznie mniejszą elastyczność względem poziomu działalności gospodarczej niż koszt zmiennych nakładów na kapitał. Nie tłumaczy to jednak spadku nakładów na pracę przy jednoczesnym wzroście produkcji, we wszystkich analizowanych branżach. Przyczyn takiego zjawiska może być kilka.

Po pierwsze substytucja nakładów na pracę nakładami na kapitał może być skutkiem wdrażania postępu technicznego. Na przestrzeni analizowanego okresu dokonała się zmiana jakościowa, która sprawiła, że z tego samego poziomu nakładów uzyskiwano większą produkcję przy jednoczesnym wzroście udziału nakładów na kapitał w nakładach ogółem. Za takim wyjaśnieniem przemawia, na przykład, sytuacja w branży *produkcja obuwia*. W pierwszym kwartale 1994 r. przy $K = 980$ i $L = 508$ uzyskano $Q = 1230$. Jednocześnie pod koniec analizowanego okresu, w IV kwartale 1999 r., przy prawie identycznym nakładzie kapitału $K = 992$ i zdecydowanie

mniejszych nakładach na pracę $L = 152$ uzyskano znacznie większy poziom produkcji $Q = 1660$.

Drugą przyczyną spadku nakładów na pracę jest szukanie rezerw efektywności poprzez redukcję zatrudnienia. Zjawisko to może wynikać z bardzo wysokiego, szeroko rozumianego kosztu pracy i braku możliwości stosowania elastycznych form zatrudnienia.

Trzecią, choć nie mniej ważną, przyczyną spadku nakładów na pracę przy rosnącej wielkości produkcji jest likwidacja nadwyżki zatrudnienia, wynikającej z ukrytego bezrobocia, jakie było systemową cechą gospodarki nakazowo rozdzielczej. Proces ten mógł się dokonywać stopniowo, w trakcie transformacji systemu naszej gospodarki. Jego spowolnienie i rozłożenie w czasie wynikać mogło z instytucji pakietów socjalnych i czasowych gwarancji zatrudnienia przy prywatyzacji metodą pośrednią oraz istotnego udziału spółek pracowniczych przy prywatyzacji metodą bezpośrednią.

3.2. Badanie wzajemnej korelacji zmiennych wyjaśniających

Analiza regresji wielorakiej wielkości produkcji w zależności od nakładów na pracę i nakładów na kapitał została poprzedzona badaniem, którego celem było sprawdzenie czy nie istnieje istotny związek korelacyjny między zmiennymi objaśniającymi. Badanie to powinno wykryć współliniowość zmiennych objaśniających. Ścisły, liniowy związek korelacyjny między nimi stwarza sytuację, w której włączenie drugiej ze zmiennych nie wnosi niczego do modelu¹³.

Dla sprawdzenia współliniowości nakładów na kapitał i nakładów na pracę policzono współczynniki korelacji liniowej tych zmiennych dla wszystkich, czterech analizowanych branż. Następnie dokonano weryfikacji hipotezy zerowej o braku korelacji między zmiennymi objaśniającymi, posługując się rozkładem statystyki t . Testowaniu poddany zostanie następujący układ hipotez:

$$H_0: r = 0,$$

$$H_1: r \neq 0.$$

Tabela 4

Współczynniki korelacji zmiennych wyjaśniających
oraz wartości statystyki t

Branże	$r_{L,K}$	t
Produkcja obuwia	0,287	1,403
Produkcja papieru i tektury	-0,418	-2,157
Produkcja pomp i sprzężarek	-0,157	-0,747
Budownictwo ogólne, inżynieria lądowa	-0,567	-3,225

Źródło: Obliczenia własne.

¹³ Zob. Amir D. Aczel, *Statystyka w zarządzaniu*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000, s. 591.

Wartości współczynnika korelacji w trzech z czterech analizowanych branż mają wartość ujemną. Pomijając siłę związku korelacyjnego, to nietypowe zjawisko należy tłumaczyć skłonnością do substytuowania pracy kapitałem, o którym wspomniano już wcześniej.

Wartości krytyczne statystyki t dla $(n - 2) = 24$ stopni swobody i dla poziomu istotności $\alpha = 0,01$ wynoszą $+2,508$ lub $-2,508$. Zatem możemy przyjąć hipotezę zerową o braku korelacji między zmiennymi objaśniającymi dla wszystkich branż poza jedną. Jest nią *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa*. W przypadku tej branży musimy odrzucić hipotezę zerową o braku korelacji. Wykryta współliniowość zmiennych opisujących w branży *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa* powoduje konieczność pominięcia jej w dalszych analizach regresji wielorakiej, traktującej wielkość produkcji jako zmienną zależną od dwóch zmiennych wyjaśniających: nakładów na kapitał i nakładów na pracę.

Pojawienie się współliniowości zmiennych objaśniających w przypadku branży *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa* wynika z silnej sezonowości, jakiej podlegają zmiany nakładów na pracę. W pozostałych branżach nie dostrzeżono silnej zmienności sezonowej, która wpływałaby jednocześnie na dynamikę nakładów na pracę i zmiany nakładów na kapitał.

3.3. Dopasowanie liniowej funkcji produkcji

Celem artykułu jest zbadanie możliwości zastosowania funkcji Cobba-Douglassa dla analizy procesów produkcyjnych dokonujących się w polskich przedsiębiorstwach. Aby wykazać przydatność tej funkcji, nie wystarczy sprawdzić, czy dostatecznie dobrze tłumaczy związki między nakładami na pracę i nakładami na kapitał a wielkością produkcji. Należy sprawdzić, czy robi to lepiej niż inne funkcje produkcji. W tym celu dokonano próby analizy liniowej zależności między zmiennymi opisującymi (L , K) a zmienną opisywaną (Q) dla trzech analizowanych branż (zob. tabela 2). Analizę oparto na klasycznej metodzie najmniejszych kwadratów, badając dopasowanie liniowej funkcji dwóch zmiennych o następującej postaci:

$$\hat{Q}(K,L) = A + a \cdot L + b \cdot K,$$

gdzie:

- \hat{Q} – teoretyczne wartości wielkości produkcji,
- A, a, b – parametry równania liniowego.

Wykorzystanie metody najmniejszych kwadratów pozwoliło na wyznaczenie współczynników szacowanego równania regresji. Policzone następujące jego postaci w poszczególnych branżach:

- *produkcja obuwia* $\hat{Q}(K,L) = -127,3859 - 0,6513 \cdot L + 1,9217 \cdot K,$
- *produkcja papieru i tektury* $\hat{Q}(K,L) = 7393,6722 - 2,8460 \cdot L + 0,6450 \cdot K,$
- *produkcja pomp i sprzęzarek* $\hat{Q}(K,L) = -432,2239 + 0,2687 \cdot L + 1,7734 \cdot K,$

W przypadku każdej z analizowanych branż współczynnik określający kierunek i tempo wzrostu produkcji w wyniku wzrostu nakładów na kapitał jest dodatni i poza jednym wyjątkiem (*produkcja papieru i tektury*) większy od jedności. Pozwala to na wysunięcie hipotezy o wystąpieniu dodatnich efektów skali w zakresie wpływu zmiennej K na zmienną Q . W dwóch spośród analizowanych branż wielkość produkcji jest negatywnie uzależniona od nakładów na pracę (*produkcja obuwia* i *produkcja papieru i tektury*). Natomiast w branży *produkcja pomp i sprzęzarek* współczynnik „ a ” jest dodatni i mniejszy od jedności.

Pogłębiona interpretacja współczynników równań regresji dwóch zmiennych jest uzasadniona w sytuacji, gdy ich postać daje dostatecznie dobre dopasowanie danych teoretycznych do danych rzeczywistych. Najpierw sprawdzono jaka część całkowitej, zaobserwowanej zmienności zmiennej Q wywołana została zaobserwowanymi w próbie zmianami wartości zmiennych niezależnych danego równania regresji (L i K). W tym celu policzono współczynnik determinacji wielorakiej R^2 . Wyniki prezentuje tabela 5.

Tabela 5

Współczynniki oszacowanych równań regresji liniowej
w analizowanych branżach

Branże	R^2	S_e	F
Produkcja obuwia	88,6%	124	81,95
Produkcja papieru i tektury	75,6%	1251	32,50
Produkcja pomp i sprzęzarek	87,5%	288	73,75

Źródło: Obliczenia własne.

Najlepsze rezultaty uzyskano w przypadku branży *produkcja obuwia*. Równanie regresji wyznaczone w jej przypadku dało takie dane teoretyczne, że jedynie 11,4% zmienności Q jest wynikiem wpływu innych czynników, a w pozostałej części zmienność wielkości produkcji zależy od zmienności nakładów na pracę i nakładów na kapitał. W przypadku branży *produkcja pomp i sprzęzarek* uzyskano bardzo zbliżony wynik. Po przeciwnej stronie stoi branża *produkcja papieru i tektury*, w przypadku której zmienność wielkości produkcji w 75,6% tłumaczy się zmiennością nakładów na pracę i kapitał, a w 24,4% wpływem innych, nie identyfikowanych w modelu, czynników.

Dla porównania wyników dopasowania liniowego równania regresji i dopasowania równania regresji odpowiadającego funkcji Cobba-Douglasa ważne jest wyznaczenie średniego błędu szacunku (S_e). Wskazuje on, o ile średnio wartości teoretyczne zmiennej opisywanej mogą się odchylić od jej wartości rzeczywistych ze względu na wpływ czynników nie uwzględnionych w badaniu. Wartości średnich błędów szacunku dla analizowanych branż pokazuje tabela 5.

Dla przyjęcia oszacowanych równań regresji konieczne jest przeprowadzenie testu na istnienie liniowego związku regresyjnego między zmienną

Q a którąkolwiek ze zmiennych opisujących L i K . W tym celu zastosowano test F , formułując hipotezy statystyczne:

$$H_0: a = b = 0,$$

H_1 : co najmniej jedno z pary a i b jest różne od zera.

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,01$ i odpowiednie ilości stopni swobody (dla liczebności próby $n = 24$, i ilości zmiennych opisujących $k = 2$) uzyskano z tabeli statystycznej wartość statystyki $F = 5,78$. Każda z wartości statystyki F dla poszczególnych branż jest wyższa od minimalnej (patrz tabela 5). Zatem, w przypadku każdej z nich możemy odrzucić hipotezę H_0 i przyjąć hipotezę o istnieniu liniowego związku regresyjnego z co najmniej jedną ze zmiennych L i K .

3.4. Dopasowanie funkcji produkcji Cobba-Douglasa

Jednym z dwóch, zasadniczych, celów artykułu jest zbadanie możliwości zastosowania funkcji Cobba-Douglasa dla analizy procesów dokonujących się w polskich przedsiębiorstwach. Należy sprawdzić, czy robi to lepiej niż liniowa funkcja produkcji. W tym celu dokonano próby analizy zależności funkcyjnej typu Cobba-Douglasa między zmiennymi opisującymi (L , K) a zmienną opisywaną (Q) dla trzech analizowanych branż (zob. tabela 2). Analizę oparto na klasycznej metodzie najmniejszych kwadratów, badając dopasowanie wykładniczej funkcji dwóch zmiennych o następującej postaci:

$$\hat{Q}(K,L) = A \cdot L^a \cdot K^b,$$

gdzie:

\hat{Q} – teoretyczne wartości wielkości produkcji,

A, a, b – parametry równania liniowego.

Wykorzystanie metody najmniejszych kwadratów pozwoliło na wyznaczenie współczynników szacowanego równania regresji. Policzone następujące jego postaci w poszczególnych branżach:

— produkcja obuwia $\hat{Q}(K,L) = 0,6653 \cdot L^{-0,1233} \cdot K^{1,2267}$,

— produkcja papieru i tektury $\hat{Q}(K,L) = 189,8881 \cdot L^{-0,1880} \cdot K^{0,5816}$,

— produkcja pomp i sprzęzarek $\hat{Q}(K,L) = 0,7838 \cdot L^{0,0815} \cdot K^{1,0266}$.

W przypadku każdej z analizowanych branż współczynnik określający kierunek i tempo wzrostu produkcji w wyniku wzrostu nakładów na kapitał jest dodatni i poza jednym wyjątkiem (*produkcja papieru i tektury*) większy od jedności. Pozwala to na wysunięcie hipotezy o wystąpieniu dodatnich efektów skali w zakresie wpływu zmiennej K na zmienną Q . W dwóch spośród analizowanych branż wielkość produkcji jest negatywnie uzależniona od nakładów na pracę (*produkcja obuwia* i *produkcja papieru i tektury*). Natomiast w branży *produkcja pomp i sprzęzarek* współczynnik „ a ” jest dodatni i mniejszy od jedności.

Pogłębiona interpretacja współczynników równań regresji dwóch zmiennych jest uzasadniona w sytuacji, gdy ich postać daje dostatecznie dobre dopasowanie danych teoretycznych do danych rzeczywistych. Najpierw sprawdzono jaka część całkowitej, zaobserwowanej zmienności zmiennej Q wywołana została zaobserwowanymi w próbie zmianami wartości zmiennych niezależnych danego równania regresji (L i K). W tym celu policzono współczynnik determinacji wielorakiej R^2 . Wyniki prezentuje tabela 6.

Tabela 5

Współczynniki oszacowanych równań regresji zgodnej z funkcją Cobba-Douglasa w analizowanych branżach

Branże	R^2	S_e	F
Produkcja obuwia	88,0%	128	76,08
Produkcja papieru i tektury	77,2%	1208	32,65
Produkcja pomp i sprzężarek	86,1%	304	50,13

Źródło: Obliczenia własne.

Najlepsze rezultaty uzyskano w przypadku branży *produkcja obuwia*. Równanie regresji wyznaczone w jej przypadku dało takie dane teoretyczne, że jedynie 12,0% zmienności Q jest wynikiem wpływu innych czynników, a w pozostałej części zmienność wielkości produkcji zależy od zmienności nakładów na pracę i nakładów na kapitał. W przypadku branży *produkcja pomp i sprzężarek* uzyskano bardzo zbliżony wynik. Po przeciwnej stronie stoi branża *produkcja papieru i tektury*, w przypadku której zmienność wielkości produkcji w 77,2% tłumaczy się zmiennością nakładów na pracę i kapitał, a w 22,8% wpływem innych, nie identyfikowanych w modelu, czynników.

Dla porównania wyników dopasowania liniowego równania regresji i dopasowania równania regresji odpowiadającego funkcji Cobba-Douglasa ważne jest wyznaczenie średniego błędu szacunku (S_e). Wskazuje on o ile średnio wartości teoretyczne zmiennej opisywanej mogą się odchyłać od jej wartości rzeczywistych ze względu na wpływ czynników nie uwzględnionych w badaniu. Wartości średnich błędów szacunku dla analizowanych branż pokazuje tabela 6.

Dla przyjęcia oszacowanych równań regresji konieczne jest przeprowadzenie testu na istnienie związku regresyjnego, zgodnego z funkcją Cobba-Douglasa, między zmienną Q a którąkolwiek ze zmiennych opisujących L i K . W tym celu zastosowano test F , formułując hipotezy statystyczne:

$$H_0: a = b = 0,$$

H_1 : co najmniej jedno z pary a i b jest różne od zera.

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,01$ i odpowiednie ilości stopni swobody (dla liczebności próby $n = 24$, i ilości zmiennych opisujących $k = 2$) uzyskano z tabeli statystycznej wartość statystyki $F = 5,78$. Każda z wartości statystyki F dla poszczególnych branż jest wyższa od minimalnej

(patrz tabela 6). Zatem, w przypadku każdej z nich możemy odrzucić hipotezę H_0 i przyjąć hipotezę o istnieniu związku regresyjnego z co najmniej jedną ze zmiennych L i K .

Zarówno dopasowanie funkcji liniowej, jak i dopasowanie funkcji Cobba-Douglasa pozwalają na przyjęcie hipotezy o istnieniu związku regresyjnego z co najmniej jedną ze zmiennych L i K , w przypadku wszystkich z trzech analizowanych branż. Różnice pojawiają się dopiero w zakresie dobroci dopasowania. Liniowa funkcja produkcji lepiej opisuje sytuację w branży *produkcja pomp i sprzęzarek*. W przypadku branży *produkcja obuwia*, różnica jest tak niewielka, że można zaryzykować stwierdzenie o identycznej dobroci dopasowania w przypadku obydwu funkcji. W przypadku branży *produkcja papieru i tektury*, funkcja Cobba-Douglasa daje lepsze dopasowanie. Porównanie dobroci dopasowania obydwu typów funkcji, w oparciu o analizę trzech wybranych branż, można podsumować stwierdzeniem, że dają one równie dobre dopasowanie równań regresji do danych rzeczywistych. Biorąc pod uwagę podobną łatwość zastosowania funkcji liniowej i funkcji Cobba-Douglasa dla analizy funkcji produkcji, można zaryzykować stwierdzenie o podobnej przydatności obydwu narzędzi dla analizy sytuacji w polskich przedsiębiorstwach.

4. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzone badania miały dwa istotne cele. W przypadku pierwszego z nich, chodziło o weryfikację wartości poznawczej, odmiennego od klasycznego, zdefiniowania zmiennych opisujących w ramach analizy funkcji produkcji. Nakłady na kapitał i na pracę wyznaczono w oparciu o dane wartościowe dotyczące odpowiednich rodzajów kosztów. Odpowiednio wyznaczone dane wartościowe sprowadzono, przy pomocy stosownych deflatorów, do wartości w cenach z I kwartału 1994 r. W ten sposób, uzyskano szeregi danych różniących się jedynie wpływem zmian ilościowych. Takie zdefiniowanie zmiennych pozwoliło na dokonanie szeregu interesujących obserwacji. Najistotniejszą z nich była negatywna zależność między nakładami na pracę a wielkością produkcji w dwóch spośród trzech analizowanych branż.

Można wymienić trzy główne przyczyny takiego stanu rzeczy. Po pierwsze substytucja nakładów na pracę nakładami na kapitał może być skutkiem wdrażania postępu technicznego i organizacyjnego. Na przestrzeni analizowanego okresu dokonała się zmiana jakościowa, która sprawiła, że często z tego samego poziomu nakładów uzyskiwano większą produkcję przy jednoczesnym wzroście udziału nakładów na kapitał w nakładach ogółem. Drugą przyczyną spadku nakładów na pracę jest szukanie rezerw efektywności poprzez redukcję zatrudnienia. Zjawisko to może wynikać z bardzo wysokiego, szeroko rozumianego kosztu pracy i braku możliwości stosowania elastycznych form zatrudnienia. Było to widoczne szczególnie w branży *budownictwo ogólne, inżynieria lądowa*. Trzecią, choć nie najmniej ważną, przyczyną spadku nakładów na pracę przy rosnącej wielkości

produkcji jest likwidacja nadwyżki zatrudnienia wynikającej z ukrytego bezrobocia, jakie było systemową cechą gospodarki nakazowo rozdzielczej. Proces ten jak widać mógł się dokonywać stopniowo, w trakcie transformacji systemu naszej gospodarki. Jego spowolnienie i rozłożenie w czasie wynikać mogło z instytucji pakietów socjalnych i czasowych gwarancji zatrudnienia przy prywatyzacji metodą pośrednią oraz istotnego udziału spółek pracowniczych przy prywatyzacji metodą bezpośrednią.

Drugim z celów artykułu była weryfikacja przydatności funkcji Cobba-Douglasa dla analizy zależności między wielkością nakładów czynników produkcji a jej wielkością w wybranych branżach polskiego sektora przedsiębiorstw. W tym celu porównano dobroć dopasowania liniowej funkcji produkcji oraz funkcji produkcji Cobba-Douglasa. Wyniki uzyskane dla trzech wybranych branż wskazują na podobny potencjał wyjaśniający w przypadku obydwu funkcji. Uogólnienie powyższego wniosku wymaga dalszych badań, obejmujących większą ilość gałęzi działalności produkcyjnej.

IMPLEMENTATION OF COBB-DOUGLAS FUNCTION FOR PRODUCTION PROCESS ANALYSES IN POLISH COMPANIES

S u m m a r y

The article is an attempt at implementing the classic tool of Cobb-Douglas function for the analysis of the influence of two basic production factors on the production size in the selected Polish industries. The statistical verification of the function adaptation has been preceded in the article by verifying the adaptation of the linear function. The major advance on the classic approach is that the explanatory variables have been redefined. The calculation has been based upon the quarterly financial results of companies between 1994 and 1999 from the following industries: shoes, paper and cardboard, pumps and compressors, general building industry, and civil engineering. The source of the data was the „Industry Analysis” drawn up by the Polish Bank of Export Development.

The goal of the research was to verify the cognitive value and redefine the variables functioning within the production analysis function as well as to verify the usefulness of the Cobb-Douglas function for analysing the relation between the size of the outlays of production factors and the production size in the selected industries.