

PROPAGACJA DŹWIĘKU W POBLIŻU
MAGNETYCZNEJ PRZEMIANY
FAZOWEJ

ANDRZEJ PAWLAK
UNIwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Spis treści

WSTĘP	5
1 PODSTAWOWE KONCEPCJE W TEORII PRZEJŚĆ FAZOWYCH	9
1.1 Wykładniki krytyczne	11
1.2 Hipoteza skalowania	14
1.3 Hipoteza uniwersalności	15
2 DYNAMIKA PRZEJŚĆ FAZOWYCH	18
2.1 Krytyczne spowolnienie	18
2.2 Dynamiczne skalowanie	19
2.3 Nieliniowe sprzężenia między modami (mode-coupling) i równania ruchu	22
2.4 Dynamiczne klasy uniwersalności	25
2.4.1 Model A	25
2.4.2 Model B	26
2.4.3 Model C	26
2.4.4 Model D	27
2.4.5 Modele E i F	27
2.4.6 Model G	29
2.4.7 Model J	29
2.4.8 Podsumowanie dynamicznych klas uniwersalności w magnetykach	30
2.5 Dynamiczna grupa renormalizacji	33
3 ADIABATYCZNA I IZOTERMICZNA PRĘDKOŚĆ DŹWIĘKU	36

3.1	Model	36
3.2	Izotermiczna prędkość dźwięku	40
3.3	Adiabatyczna prędkość dźwięku	42
4	FENOMENOLOGICZNA TEORIA POCHŁANIANIA I DYS- PERSJI DŹWIĘKU	47
5	KRYTYCZNA PROPAGACJA DŹWIĘKU	58
5.1	Model anizotropowego magnetyka uwzględniający relaksację spin-sieć	59
5.1.1	Funkcjonalna reprezentacja równań ruchu	61
5.1.2	Funkcjonał dynamiczny i transformacje gaussowskie	64
5.1.3	Współczynnik pochłaniania i dyspersja dźwięku	67
5.2	Model anizotropowego magnetyka z zachowawczą energią. Propagacja dźwięku a przewodnictwo ciepła	78
5.2.1	Funkcjonał dynamiczny	78
5.2.2	Funkcje wierzchołkowe a współczynniki transportu	82
5.2.3	Prędkość i współczynnik pochłaniania dźwięku oraz dyfuzyj- ność cieplna	85
6	EKSPERYMENT	91
6.1	Izolatory	91
6.1.1	FeF_2	93
6.1.2	EuO	94
6.1.3	Cr_2O_3	96
6.1.4	MnF_2	97
6.2	Metale	102
6.2.1	Ni	105
6.2.2	Gd	105
7	PODSUMOWANIE	107
	DODATEK	109
	LITERATURA	111
	SUMMARY	118

ABSTRAKT. Andrzej Pawlak, PROPAGACJA DŹWIĘKU W POBLIŻU MAGNETYCZNEJ PRZEMIANY FAZOWEJ (Sound propagation near the magnetic phase transition), Poznań 2004.

The book deals with the theoretical studies of critical behaviour of ultrasonic wave attenuation and propagation velocity in magnets. The effect of spin-lattice relaxation on the ultrasonic attenuation and velocity is investigated on the basis of the stochastic model including the energy relaxation and the sound mode. A novel high-frequency regime in the ultrasonic attenuation is predicted. The scaling functions are calculated in the one-loop approximation within the renormalisation group formalism. In the diffusive version of the model a detailed analysis of the connection between the heat conduction and sound propagation is studied. An overview of experimental and theoretical sound attenuation exponents is also given. The ultrasonic attenuation measurements in MnF_2 are interpreted in terms of the theoretical model proposed.

Andrzej Pawlak-Uniwersytet im. Adama Mickiewicza, Wydział Fizyki [Adam Mickiewicz University, Faculty of Physics] ul. Umultowska 85, 61-614 Poznań, Poland.

WSTĘP

W książce tej poznamy niektóre badania autora dotyczące propagacji dźwięku w pobliżu przemiany fazowej. Uwagę skupimy na anomaliach, jakich doznaje współczynnik pochłaniania oraz prędkość dźwięku w otoczeniu punktu krytycznego układów magnetycznych. Osobliwy charakter tych wielkości związany jest z bardzo silnymi fluktuacjami magnetycznego parametru porządku w pobliżu temperatury krytycznej. Silnie oddziałujące fluktuacje nie dają się sprowadzić, nawet w najniższym przybliżeniu, do problemu idealnego gazu. W istocie jest to problem oddziaływania bardzo wielu stopni swobody w pobliżu granicy stabilności i jako taki należy do najtrudniejszych zagadnień we współczesnej fizyce. Ogólną metodą rozwiązywania takich zagadnień jest, jak pokazał Wilson [1, 2], teoria grupy renormalizacji. Metoda ta pozwala nie tylko znaleźć tzw. wykładniki krytyczne i funkcje skalujące, ale umożliwia również zbadanie wielu efektów nieasymptotycznych, takich jak np. zmiany klasy uniwersalności. Formalizm grupy renormalizacji udało się uogólnić [3] również na zjawiska dynamiczne. Dzięki niej możemy więc badać teoretycznie różne współczynniki transportu oraz prędkości relaksacji.

Bardzo ciekawym polem, na którym testować można nowoczesne koncepcje teorii przemian fazowych, takie jak uniwersalność wykładników krytycznych, skalowanie czy też przechodzenie do innej klasy uniwersalności, są badania dynamiki krytycznej dźwięku. Wszystkie te problemy ważne są zarówno z teoretycznego jak i eksperymentalnego punktu widzenia, bowiem ułatwiają identyfikację klasy uniwersalności danego materiału. Ponadto pomiary współczynnika pochłaniania i prędkości dźwięku pozwalają bardzo dokładnie określić temperaturę przemiany i wyznaczyć diagram fazowy. Można też określić na ich podstawie typ sprzężenia między parametrem porządku a elastycznymi stopniami swobody. Bardzo interesujące i jak dotąd nie w pełni zbadane pod tym względem są układy magnetyczne. Dominuje w nich co

prawda jeden typ sprzężenia magneto-elastycznego zwany magnetostrykcją objętościową, ale mimo to obserwujemy w nich całe bogactwo zachowań, których czasem nie potrafimy wyjaśnić. Związane to jest po części ze współlistnieniem w tych układach wielu typów oddziaływań spinowych o różnej symetrii i zasięgu. Oddziaływania te mogą ujawniać się w różnych zakresach temperatur. Sprawia to, że opis układu przy pomocy jednego zbioru wykładników krytycznych przestaje być adekwatny. Z drugiej strony nadal nie w pełni rozumiemy wszystkie konsekwencje związane z określonym typem oddziaływań. Prezentowana praca jest próbą zbudowania ogólnej teorii krytycznej propagacji dźwięku w magnetykach z uwzględnieniem ważnych efektów nieasympotycznych.

W magnetykach, które są jednocześnie izolatorami elektrycznymi spotyka się odmienny typ akustycznych osobliwości niż w metalach magnetycznych [4]. W izolatorach obserwujemy słabą rozbieżność (lub jej brak) współczynnika pochłaniania (attenuacji) dźwięku, zaś w metalach wykładnik krytyczny opisujący tę osobliwość jest dużo większy. Dotychczas tłumaczono to innym typem sprzężenia magneto-elastycznego, odpowiedzialnego za efekty krytyczne w akustycznych charakterystykach układu. W prezentowanej pracy pokazujemy, że we wszystkich magnetykach obecne są obydwa typy wspomnianych osobliwości we współczynniku pochłaniania, a o tym, która z nich dominuje, decyduje nie wielkość stałych sprzężenia, a stosunek czasu relaksacji spin-sieć do charakterystycznego czasu życia fluktuacji spinowych. Ponadto wykazujemy istnienie jeszcze jednego, nieznanego dotąd w magnetykach, zakresu parametrów (reżymu), o odmiennych własnościach niż dwa pozostałe. Godnym uwagi jest to, że przedstawione w tej pracy wyniki nie ograniczają się tylko do najniższego rzędu względem oddziaływań elasto-magnetycznych (zwanych też spinowo-fononowymi). Umożliwiają więc również opis tzw. reżymu silnego sprzężenia, który choć nie obserwowany w magnetykach może mieć istotne znaczenie np. dla strukturalnych przejść fazowych [5].

Układ niniejszej pracy jest następujący. W rozdziale pierwszym omówiono podstawowe koncepcje teorii przejść fazowych, takie jak wykładniki krytyczne, klasy uniwersalności itd. Rozdział 2 to krótki wstęp do dynamiki zjawisk krytycznych. Omówiono tu zjawiska krytycznego spowolnienia i dynamicznego skalowania oraz zaprezentowano kilka podstawowych dynamicznych klas uniwersalności. W rozdziale trzecim wprowadzamy model opisujący statykę układu magnetycznego ze sprzę-

żeniami elasto-magnetycznymi. W ramach tego modelu znajdujemy wyrażenia na izotermiczną i adiabatyczną prędkość dźwięku, a następnie analizujemy zachowanie się tych wielkości w pobliżu przemiany fazowej. Rozdział czwarty przedstawia opis fenomenologiczny dyspersji i tłumienia dźwięku. Zawarto tutaj próbę wyjaśnienia, w najbardziej intuicyjny sposób, krytycznych efektów spotykanych w dyspersji i współczynniku pochłaniania dźwięku. Przynajmniej jakościowo efekty te daje się wyjaśnić wprowadzeniem nieskończonej liczby stopni swobody sprzężonych z modelem akustycznym i nieskończoną liczbą czasów relaksacji. Rozdział piąty zawiera szczegółową analizę krytycznej prędkości, dyspersji i współczynnika pochłaniania fali ultradźwiękowej dla dwóch dynamicznych klas uniwersalności. W pierwszej części tego rozdziału rozważamy wpływ relaksacji spin-sieć, czyli przepływu energii między układem magnetycznym a siecią, na akustyczne charakterystyki układu. Wyprowadzono tutaj bardzo ogólne wyrażenie na akustyczną energię własną, a następnie zbadano jak się ona zachowuje w poszczególnych reżymach parametrycznych. Oprócz znanych typów osobliwości we współczynniku pochłaniania dźwięku pojawiają nowe, dotąd nie znane w magnetykach. Część druga tego rozdziału zawiera analizę związków między przewodnictwem ciepła a propagacją fali dźwiękowej w pobliżu temperatury krytycznej. Wyznaczono tutaj zespoloną prędkość dźwięku i dyfuzyjność cieplną. W granicy nieoddziałujących fluktuacji spinowych otrzymano klasyczne wyrażenie na wkład przewodnictwa cieplnego do współczynnika pochłaniania dźwięku. Zbadano związek między otrzymanym wyrażeniem na zespoloną prędkość dźwięku a fenomenologicznym ciepłem właściwym Ferrela-Bhattacharjee, które jest często stosowane do interpretacji eksperymentów w układach niemagnetycznych [6]. W rozdziale szóstym zawarto zwięzły przegląd wyników eksperymentalnych dotyczących krytycznej propagacji dźwięku zarówno w metalach jak i w izolatorach magnetycznych. Szczególną uwagę poświęcono fluorkowi manganu (II), dla którego przeprowadzono analizę danych eksperymentalnych dla fazy wysokotemperaturowej przy pomocy ogólnej formuły na akustyczną energię własną, uzyskanej w rozdziale piątym.

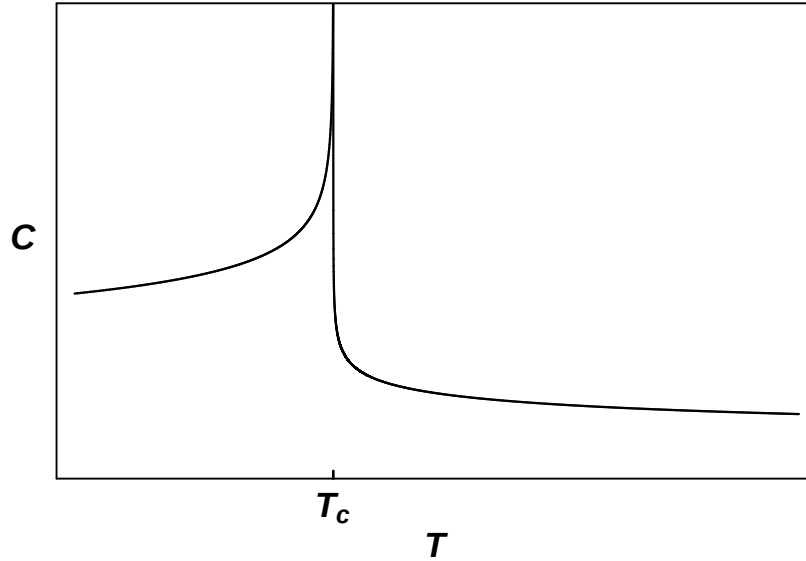
Pragnę wyrazić szczególne podziękowania profesorowi Bogdanowi Fechnerowi za wieloletnią opiekę merytoryczną, liczne dyskusje naukowe, szereg bezcennych rad i wskazówek, jakich mi udzielał, oraz za jego życzliwość, która towarzyszyła mi

przez wszystkie lata mojej pracy. Serdecznie dziękuję również profesorowi Maciejowi Błaszakowi za nieustanną motywację do pracy oraz za przeczytanie rękopisu i cenne uwagi.

Rozdział 1

PODSTAWOWE KONCEPCJE W TEORII PRZEJŚĆ FAZOWYCH

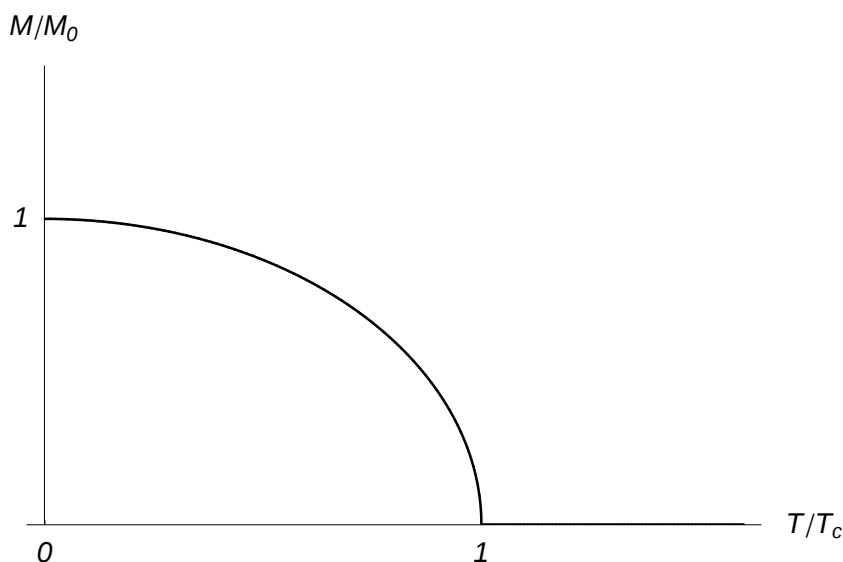
Istnieje wielka różnorodność układów fizycznych, w których zachodzą przemiany fazowe. Przemiana wody w lód albo parę wodną to te, które obserwujemy gołym okiem. Inne znowu jak parowanie i kondensacja czynnika chłodzącego w lodówkach, albo krystalizacja metali czy też powstawanie akcji laserowej mają ogromne znaczenie technologiczne. Najbardziej interesującą grupą przejść fazowych wydają się być tzw. ciągłe przejścia fazowe, w których nie obserwujemy ciepła utajonego, za to wiele wielkości fizycznych rozbiega się do nieskończoności bądź maleje do zera przy zbliżaniu się do temperatury krytycznej T_c , w której zachodzi przemiana fazowa. Na rysunku (1.1) pokazano jak zachowuje się ciepło właściwe magnetyka przy zbliżaniu do temperatury krytycznej. Mówimy, że energia swobodna jest wtedy nieanalityczną funkcją swoich argumentów co jest przejawem bardzo silnych fluktuacji pewnej wielkości zwanej parametrem porządku. Parametr porządku to ogólnie mówiąc pewna wielkość, której średnia wartość w fazie nieuporządkowanej znika natomiast w fazie uporządkowanej jest różna od zera. Parametr porządku definiowany jest zwykle jako wielkość zależna od położenia oraz czasu. W tej pracy oznaczać go będziemy przez $S(\mathbf{x}, t)$ i nazywać czasami spinem. Prototypem ciągłego przejścia fazowego jest przejście z fazy paramagnetycznej (chaotycznie uporządkowane spiny) do fazy ferromagnetycznej, obserwowane przy zerowym polu magnetycznym w temperaturze Curie jednoosiowego ferromagnetyka (ferromagnetyka typu Isinga). W tym przypadku parametrem porządku jest lokalny moment magnetyczny wzdłuż



Rys. 1.1. Przykład rozbieżności w cieple właściwym magnetyka.

łatwej osi namagnesowania, którego wartość średnia (namagnesowanie M) zmierza do zera przy zbliżaniu się do temperatury krytycznej tak jak przedstawiono na rysunku (1.2). Poniżej temperatury krytycznej (temperatury Curie) układ wskutek spontanicznego złamania symetrii przechodzi do jednej z dwu faz uporządkowanych o wartości namagnesowania $\pm M$. W przypadku przemiany ciecz-gaz parametrem porządku jest różnica między gęstością a jej wartością w punkcie krytycznym zaś dla przemiany w stan nadprzewodzący - funkcja falowa par Coopera [7]. Parametr porządku może mieć więcej niż jedną składową np. dla izotropowego ferromagnetyka jest on wektorem, a więc ma trzy składowe. Mówimy wtedy, że wymiar parametru porządku wynosi trzy: $n = 3$. Jeśli anizotropia układu jest na tyle duża, że wektor namagnesowania (dla antyferromagnetyka parametrem porządku będzie wektor naprzemiennego namagnesowania - staggered magnetization) leży w określonej płaszczyźnie to mamy do czynienia z ferromagnetykiem (antyferromagnetykiem) typu XY dla którego $n = 2$.

Problem prawidłowej identyfikacji parametru porządku i jego wewnętrznej symetrii odgrywa kluczową rolę w teorii zjawisk krytycznych, bowiem ten sam układ atomów może wykazywać np. przejście gaz-ciecz, wiele strukturalnych przejść fazowych (gdzie zmienia się struktura krystalograficzna), przejście ferromagnetyk-



Rys. 1.2. Wykres namagnesowania ferromagnetyka jako funkcja temperatury.

paramagnetyk itd. Istotną rolę odgrywa tutaj intuicja fizyczna, która wskazuje najbardziej istotne cechy danej przemiany fazowej.

1.1 Wykładniki krytyczne

Szybkość z jaką wielkości fizyczne rozbiegają się do nieskończoności (lub dążą do zera) przy zbliżaniu się do punktu krytycznego opisana jest przy pomocy wykładników krytycznych. I tak, jeżeli za miarę odległości od punktu krytycznego przyjmiemy temperaturę zredukowaną

$$t = \frac{T - T_c}{T_c}, \quad (1.1)$$

to jako wykładnik krytyczny dla danej wielkości $F(t)$ przyjmujemy granicę zdefiniowaną wzorem:

$$x_F = - \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\ln F(t)}{\ln t}. \quad (1.2)$$

Mówimy, że przy $t \rightarrow 0^+$ funkcja $F(t)$ jest rozbieżna (przy dodatnim wykładniku x_F) jak t^{-x_F} . Dla niektórych wielkości (jak np. parametr porządku) zwykło się definiować odpowiedni wykładnik krytyczny ze znakiem „+” w wyrażeniu (1.2). Poza tym,

możemy również zdefiniować wykładnik „nisko-temperaturowy”

$$x'_F = - \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{\ln F(t)}{\ln t}, \quad (1.3)$$

który odnosi się do fazy niskotemperaturowej, jak i inne wykładniki opisujące zachowanie potęgowe względem innych parametrów termodynamicznych, odległości, wektora falowego itp. Na przykładzie ferromagnetyka typu Isinga ($n = 1$) zdefiniujemy podstawowe (statyczne) wykładniki krytyczne. W układzie tym zachowanie krytyczne wszystkich wielkości kontrolowane jest przez dwa parametry, temperaturę i zewnętrzne pole magnetyczne h . Rozważmy następujące wielkości termodynamiczne:

1. Ciepło właściwe C_h , przy stałym polu magnetycznym, opisane jest asymptotycznie w pobliżu T_c za pomocą relacji:

$$C_h \approx A^+ t^{-\alpha} + B, \quad t > 0, \quad h = 0, \quad (1.4)$$

$$C_h \approx A^- |t|^{-\alpha'} + B, \quad t < 0, \quad h = 0. \quad (1.5)$$

W przypadku dwuwymiarowego modelu Isinga mamy $\alpha = 0$ i ciepło właściwe rozbiega się logarytmicznie,

$$C_h \approx -A^\pm \ln |t|. \quad (1.6)$$

Współczynniki A^+ i A^- to tzw. amplitudy krytyczne a α i α' to wykładniki krytyczne ciepła właściwego.

2. Podatność magnetyczna χ (pochodna namagnesowania względem pola). Obserwujemy tutaj następujące zachowanie potęgowe:

$$\chi \approx C^+ t^{-\gamma}, \quad t > 0, \quad h = 0, \quad (1.7)$$

$$\chi \approx C^- |t|^{-\gamma'}, \quad t < 0, \quad h = 0. \quad (1.8)$$

Dla układów z wektorowym parametrem porządku ($n \geq 2$), poniżej T_c , podatność jest nieskończona (przy znikającym polu magnetycznym). Jest to przykład słynnego twierdzenia Goldstone’a [8], które mówi, że w układzie ze spontanicznie złamaną ciągłą symetrią pojawia się $n - 1$ poprzecznych modów. Częstości tych modów dążą do zera przy wektorze falowym dążącym do zera. Właśnie te „bezmasowe” mody Goldstone’a odpowiedzialne są za rozbieżność podatności wzdłuż całej krzywej współlistnienia faz ($t < 0, h = 0$) [9].

3. Parametr porządku (namagnesowanie):

$$M \approx B(-t)^\beta, \quad t < 0, \quad h = 0. \quad (1.9)$$

Innym ciekawym wykładnikiem krytycznym jest ten związany ze zbliżaniem się do punktu krytycznego przy $T = T_c$ dla $h \rightarrow 0$. Wtedy parametr porządku opisany jest prawem potęgowym:

$$M \approx B^c h^{1/\delta}, \quad t = 0. \quad (1.10)$$

4. Dwupunktowa funkcja korelacji parametru porządku:

$$C(x) = \langle S(\mathbf{x})S(\mathbf{0}) \rangle - \langle S(\mathbf{0}) \rangle^2, \quad (1.11)$$

gdzie $\langle \dots \rangle$ oznacza średnią a $S(\mathbf{x})$ to lokalna wartość parametru porządku (namagnesowania) w punkcie $\mathbf{x}$. W punkcie krytycznym, $T = T_c$, charakteryzuje się ona zależnością potęgową (dla dużych $\mathbf{x}$):

$$C(x) \propto \mathbf{x}^{-d+2-\eta}, \quad t = 0, \quad h = 0, \quad (1.12)$$

gdzie d to wymiar przestrzenny układu, a η wykładnik krytyczny, który mierzy odstępstwo od zachowania klasycznego (Ornsteina-Zernike), dla którego $\eta = 0$.

W otoczeniu punktu krytycznego (ale nie bezpośrednio w nim), dla $t \neq 0$, funkcja korelacji zanika wykładniczo:

$$C(x) \propto \exp(-x/\xi), \quad (1.13)$$

gdzie ξ oznacza charakterystyczną długość układu zwaną długością korelacji. Innym sposobem definiowania długości korelacji jest wzór:

$$\xi = \left[-\frac{1}{2} C^{-1}(0) \left(\frac{\partial^2 C(k)}{\partial k^2} \right)_{k=0} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1.14)$$

gdzie $C(k)$ jest transformatą Fouriera funkcji $C(x)$. Dla $t \rightarrow 0$ ($h = 0$) długość korelacji fluktuacji dąży do nieskończoności:

$$\xi \approx \xi_0^+ t^{-\nu}, \quad t > 0, \quad h = 0, \quad (1.15)$$

$$\xi \approx \xi_0^- (-t)^{-\nu'}, \quad t < 0, \quad h = 0. \quad (1.16)$$

1.2 Hipoteza skalowania

Już we wczesnym etapie rozwoju teorii przejść fazowych i zjawisk krytycznych uświadomiono sobie, że wykładniki krytyczne nie są od siebie niezależne i spełniają szereg „praw skalowania” [10] czyli relacji między różnymi, eksperymentalnie zmierzonymi, wykładnikami krytycznymi. Wszystkie te związki mogą być wyprowadzone na podstawie tzw. hipotez skalowania, które zakładają, że odpowiedni potencjał termodynamiczny (a właściwie jego osobliwa część), funkcja korelacji itp. są uogólnionymi funkcjami jednorodnymi swoich argumentów [10, 11, 12]. Np. dla układu magnetycznego energia swobodna $F_{\text{sing}}(T, h)$ powinna spełniać relację

$$F_{\text{sing}}(\lambda^{x_t} t, \lambda^{x_H} h) = \lambda F_{\text{sing}}(t, h), \quad (1.17)$$

gdzie λ jest dowolną liczbą zaś x_t i x_H to charakterystyczne wykładniki danego przejścia fazowego. Wstawiając $\lambda = t^{-1/x_t}$ możemy wyrazić $F_{\text{sing}}(t, h) = t^{1/x_t} \phi(h/t^{x_H/x_t})$ jako funkcję tylko jednej zmiennej, gdzie ϕ jest tzw. funkcją skalującą. Różniczkując wyrażenie (1.17) względem pola magnetycznego albo temperatury a następnie porównując z definicjami wykładników krytycznych możemy wyrazić α, β, γ i δ przy pomocy dwóch wykładników x_t i x_H . Analogiczna hipoteza zastosowana do dwupunktowej funkcji korelacji [12] pozwala wyrazić podobnie pozostałe dwa wykładniki η i ν . Konsekwencją hipotez skalowania jest też to, że wykładniki w fazie wysoko- i nisko-temperaturowej są sobie równe tzn. $\alpha = \alpha'$, $\gamma = \gamma'$ i $\nu = \nu'$. Poza tym, przez eliminację x_t i x_H możemy otrzymać obserwowane w doświadczeniu prawa skalowania [10]:

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 2, \quad \text{prawo Rushbrooke'a}, \quad (1.18)$$

$$\alpha + \beta(\delta + 1) = 2, \quad \text{prawo Griffithsa}, \quad (1.19)$$

$$\gamma = (2 - \eta)\nu, \quad \text{prawo Fishera}, \quad (1.20)$$

$$\alpha = 2 - d\nu, \quad \text{prawo Josephsona}. \quad (1.21)$$

Prawo Josephsona jest tu jedynym prawem skalowania, które zawiera wymiar przestrzenny układu d i okazuje się być prawdziwe tylko dla $d < d_c$, gdzie d_c jest tzw. górnym wymiarem krytycznym ($d_c = 4$ dla modeli z n -wektorowym parametrem

porządku), powyżej którego wykładniki krytyczne przyjmują wartości z teorii pola średniego (mean-field theory):

$$\alpha = 0, \quad \gamma = 1, \quad \nu = \frac{1}{2}, \quad \eta = 0, \quad \beta = \frac{1}{2}, \quad \delta = 3. \quad (1.22)$$

Dla $d = d_c$ asymptotyczne wyrażenia potęgowe modyfikowane są przez ułamkowe potęgi logarytmów [13, 14]. Oprócz górnego wymiaru krytycznego ważny jest również tzw. dolny wymiar krytyczny, w którym fluktuacje stają się tak gwałtowne, że niemożliwe jest przejście fazowe w niezerowej temperaturze. Inne, mniej popularne wykładniki krytyczne jak i relacje skalowania, jakie one spełniają, znaleźć można w monografii Pelisseto i Vicariego [15]. Skalowanie uogólnić można również na zjawiska dynamiczne, jak zobaczymy w rozdziale drugim.

Hipotezy skalowania potwierdzone zostały w licznych eksperymentach natomiast od strony teoretycznej skalowanie wyjaśniła teoria grupy renormalizacji [2], która oprócz tego dostarczyła jeszcze narzędzi do obliczenia wykładników krytycznych i funkcji skalujących. Sama możliwość wystąpienia nieklasycznych wykładników krytycznych (np. $\eta \neq 0$) jest bez wątpienia ważnym osiągnięciem tej teorii [16]. Co więcej, teoria ta pozwala przewidzieć poprawki do asymptotycznych ($t \rightarrow 0$) praw potęgowych jak i ocenić ich wielkość [17].

1.3 Hipoteza uniwersalności

Centralnym problemem teorii przejść fazowych jest obliczenie wykładników krytycznych i funkcji skalujących. Hipoteza uniwersalności głosi, że wartości tych wykładników nie zależą od zmiennych termodynamicznych (np. od ciśnienia) i od takich charakterystyk układu jak siła oddziaływań między cząstkami, ogólnie rozumiana struktura atomowa (np. typ sieci krystalograficznej kryształu) i inne mikroskopowe informacje o układzie. I tak np. jednoosiowy ferromagnetyk posiada taki sam zestaw (statycznych) wykładników krytycznych jak przejście ciec-z-gaz, a planarny ferromagnetyk takie wykładniki jak dla przejścia w stan nadciekły dla helu. Blisko punktu krytycznego większość ze szczegółowej informacji o oddziaływaniach w układzie staje się nieistotna, a układ przeważnie może być opisany przez dużo prostszy model, który jednak posiada ważne symetrie określające typ zachowania krytycznego (wartości wykładników krytycznych), zwany również klasą uniwersalności. Właśnie to, że każ-

dy układ doznający ciągłego przejścia fazowego należy do jednej takiej klasy a same klasy uniwersalności tworzą stosunkowo nieliczny zbiór, stanowi chyba najbardziej zdumiewającą cechę przemian fazowych. Teoria grupy renormalizacji przewiduje, że klasy uniwersalności wyznaczone są przez wymiar przestrzenny układu d , wymiar parametru porządku n lub ogólniej jego symetrię, zasięg oddziaływań (skończony lub nieskończony). Również obecność niektórych typów domieszek może mieć wpływ na wykładniki krytyczne. Dla danej klasy, uniwersalne (czyli takie same dla niepodobnych do siebie układów fizycznych) są również funkcje skalujące (z dokładnością do czynnika normującego) oraz pewne związki między amplitudami krytycznymi jak np. A^+/A^- albo ξ_0^+/ξ_0^- . Same amplitudy krytyczne są wielkościami nieuniwersalnymi i zależą od konkretnego materiału. W tabeli 1.1 przedstawiono teoretyczne wartości podstawowych wykładników krytycznych oraz wybranych związków między amplitudami krytycznymi dla trójwymiarowych układów ($d = 3$) z n -wektorowym parametrem porządku i krótkozasięgowym oddziaływaniem między spinami.

Jak widać z tabeli (1.1) zmiana wykładników krytycznych przy przejściu od jednej klasy do drugiej, przy ustalonym wymiarze przestrzennym, nie jest wielka. Większą zmienność wykazują stosunki amplitud, które czasami mogą lepiej nadawać się do identyfikacji klas uniwersalności niż wykładniki krytyczne.

W niektórych szczególnych modelach jak np. w modelu ośmiowierzchołkowym [20, 21] wykładnik ν zależy w sposób ciągły od stałej oddziaływania i zachodzi tylko „słaba uniwersalność”, która głosi, że uniwersalne są w takim modelu jedynie stosunki wykładników:

$$\frac{\gamma}{\nu}, \quad \frac{\beta}{\nu}, \quad \frac{2-\alpha}{\nu}.$$

Tabela 1.1. Teoretyczne oszacowania wykładników krytycznych i uniwersalnych związków między amplitudami krytycznymi dla trójwymiarowych klas uniwersalności Isinga ($n = 1$), XY ($n = 2$) oraz Heisenberga ($n = 3$). Przy pomocy gwiazdki (*) oznaczono oszacowania które otrzymano przy pomocy praw skalowania $\alpha = 2 - 3\nu$, $\beta = \nu(1 + \eta)/2$ i $\delta = (\beta + \gamma)/\gamma$.

n	1	2	3
α	0,110(1)	$-0,0146(8)^*$	$-0.133(6)^*$
β	0,3265(3)	$0,348\,5(2)^*$	$0,3689(3)^*$
γ	1,2372(5)	1,3177(5)	1,3960(9)
δ	4,789(2)	$4,780\,(7)^*$	$4,783(3)^*$
η	0,0364(5)	0,0380(4)	0,0375(5)
ν	0,6301(4)	0,67155(27)	0,7112(5)
A^+/A^-	0,532(3)	1,062(4)	1,56(4)
ξ_0^+/ξ_0^-	1,956(7)	0,33	0,38
$\alpha A^+ C^+ / B^2$	0,0567(3)	0,127(6)	0,185(10)
Literatura	[15]	[18]	[19]

Rozdział 2

DYNAMIKA PRZEJŚĆ FAZOWYCH

We wczesnych latach badań przemian fazowych wysiłki teoretyczne dotyczyły własności statycznych takich jak ciepło właściwe, namagnesowanie, podatność itp. Później coraz większa liczba danych eksperymentalnych, dotyczących krytycznego zachowania się wielkości dynamicznych, zaczęła stymulować wysiłki badaczy w dziedzinie dynamiki krytycznej. Warto przypomnieć główne idee, które przyczyniły się do powstania współczesnej teorii dynamicznych zjawisk krytycznych.

2.1 Krytyczne spowolnienie

Aby opisać krytyczne anomalie występujące w dynamicznych charakterystykach układu jakimi są np. funkcje reakcji liniowej, potrzebne są odpowiednie równania ruchu opisujące np. dynamikę pola parametru porządku. W termodynamice procesów nieodwracalnych najprostszym równaniem jest równanie opisujące szybkość zmiany jakiejś wielkości relaksującej do stanu równowagi:

$$\dot{\zeta} = -L \frac{d\Phi}{d\zeta} , \quad (2.1)$$

gdzie kropka nad ζ oznacza pochodną czasową, a L jest tzw. współczynnikiem kinetycznym Onsagera. Funkcja $\Phi[\zeta]$ jest przyrostem odpowiedniego potencjału termodynamicznego wskutek odchylenia ζ od wartości równowagowej ($\zeta_{\text{eq}} = 0$). Prawdo-

podobieństwo wystąpienia fluktuacji ζ

$$p_{\text{eq}} \propto \exp \{ -\Phi [\zeta] / k_{\text{B}} T \} \quad (2.2)$$

jest proporcjonalne do przyrostu tego potencjału [22]. Jeśli założymy, że rozkład prawdopodobieństwa jest gaussowski to:

$$\Phi [\zeta] = \frac{\zeta^2}{2\chi}, \quad (2.3)$$

gdzie

$$\chi = \frac{\langle \zeta^2 \rangle}{k_{\text{B}} T} \quad (2.4)$$

jest podatnością. Rozwiązanie równania (2.1) ma następującą postać:

$$\zeta(t) = \zeta(0) e^{-t/\tau}, \quad (2.5)$$

gdzie $\tau = \chi/L$ jest tzw. czasem relaksacji wielkości ζ . W rozdziale tym symbolem t oznaczamy czas nie zaś temperaturę zredukowaną. Nie powinno to powodować nieporozumień, bo odległość od punktu krytycznego oznaczać tutaj będziemy przez $(T - T_c)$.

Jak widzieliśmy w poprzednim rozdziale, wzrost fluktuacji w miarę zbliżania się do punktu krytycznego powoduje, że podatność związana z parametrem porządku rozbiega się jak $(T - T_c)^{-\gamma}$ (jeżeli oczywiście $h = 0$). Konwencjonalna teoria dynamiki krytycznej zwana też teorią Van Hove'a [24] zakłada, że współczynniki kinetyczne pozostają skończone w punkcie krytycznym. Ponieważ czas relaksacji określony jest w ogólności przez współczynnik kinetyczny i podatność, to oczywistym jest wniosek, że czas relaksacji parametru porządku staje się nieskończony w punkcie krytycznym. Mówimy, że przy zbliżaniu się do T_c potrzeba coraz dłuższego czasu aby układ po wytrąceniu ze stanu równowagi do niego wrócił. Zjawisko to nazywa się krytycznym spowolnieniem. Chociaż teoria Van Hove'a okazuje się niepoprawna w większości przypadków i współczynniki kinetyczne są rozbieżne albo dążą do zera w T_c , to jednak nigdy współczynnik kinetyczny nie rozbiega się tak silnie jak podatność, tak że zjawisko krytycznego spowolnienia zachodzi we wszystkich znanych przypadkach.

2.2 Dynamiczne skalowanie

W dynamice zwykło się definiować jeszcze jeden wykładnik krytyczny tzw. dynamiczny wykładnik krytyczny z . Definiuje się go poprzez tzw. częstość charakte-

rystyczną $\omega_c(k)$ dla danego modu scharakteryzowanego wektorem falowym $\mathbf{k}$ (dla składowej fourierowskiej $S_{\mathbf{k}}$). Częstość charakterystyczną definiuje się przy pomocy transformaty Fouriera $C_S(k, \omega)$ odpowiedniej dynamicznej funkcji korelacji:

$$C_S(k, \omega) = \int d^d x \int dt e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} [\langle S(\mathbf{x}, t) S(\mathbf{0}, 0) \rangle - \langle S(\mathbf{x}, t) \rangle \langle S(\mathbf{0}, 0) \rangle] , \quad (2.6)$$

jako jej szerokość połówkową

$$\int_{-\omega_c(k)}^{\omega_c(k)} \frac{d\omega}{2\pi} C_S(k, \omega) = \frac{1}{2} C_S(k) . \quad (2.7)$$

Lub też za pomocą wzoru [3]:

$$\omega_c(k) = \frac{2C_S(k)}{C_S(k, 0)} = \frac{L_S(k)}{\chi_S(k)} . \quad (2.8)$$

Tutaj $C(k)$ oznacza transformatę Fouriera statycznej funkcji korelacji parametru porządku, $\chi_S(k) = C_S(k)/k_B T$ to podatność, zaś $L_S(k)$ to wypadkowy współczynnik kinetyczny zdefiniowany wzorem:

$$\frac{1}{L_S(k)} = \frac{i\partial \chi_S^{-1}(k, \omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega=0} , \quad (2.9)$$

gdzie $\chi_S(k, \omega)$ to funkcja reakcji liniowej (podatność dynamiczna) na infinitezymalne, zależne od czasu i położenia (albo od częstości i wektora falowego), pole $h(k, \omega)$. Wprowadzając transformatę Fouriera pola $S(\mathbf{x}, t)$,

$$S(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} S(k, \omega) ,$$

dynamiczną podatność $\chi_S(k, \omega)$ zdefiniować możemy relacją:

$$\delta \langle S(k, \omega) \rangle_h = \chi_S(k, \omega) h(k, \omega) . \quad (2.10)$$

Podatność $\chi_S(k, \omega)$ związana jest z funkcją korelacji $C_S(k, \omega)$ za pomocą twierdzenia fluktuacyjno-dysypacyjnego dla układów klasycznych:

$$C_S(k, \omega) = \frac{2k_B T}{\omega} \text{Im} \chi_S(k, \omega) . \quad (2.11)$$

W przypadku, gdy funkcja korelacji ma widmo Lorenzowskie wokół $\omega = 0$, wtedy definicje (2.7) i (2.8) się pokrywają. Natomiast, gdy $C(k, \omega)$ ma ostry pik dla

skończonej częstości, odzwierciedlający mod propagujący, definicja (2.8), która wyraża częstość charakterystyczną jako odwrotność czasu relaksacji, oczywiście nie ma zastosowania.

Dynamiczną hipotezę skalowania formułuje się jako uogólnienie statycznej hipotezy skalowania dla funkcji korelacji. Zakładając jednorodność dynamicznej reakcji liniowej parametru porządku:

$$\chi_S(k, \omega; T - T_c) = b^{2-\eta} \chi_S(bk, b^z \omega; b^{1/\nu}(T - T_c)) ,$$

gdzie b jest dowolną liczbą, otrzymujemy

$$\chi_S(k, \omega; T - T_c) = \xi^{\gamma/\nu} Y(k\xi, \omega\xi^z) , \quad (2.12)$$

gdzie Y jest funkcją skalującą. W hipotezie skalowania zakłada się, że wektor falowy k i częstość ω są dużo mniejsze niż odwrotności mikroskopowej długości (np. stałej sieci) i mikroskopowego czasu relaksacji. Z definicji częstości charakterystycznej parametru porządku (zwanej również częstością krytyczną) otrzymujemy zaś:

$$\omega_c(k) = k^z f(k\xi) , \quad (2.13)$$

gdzie f to pewna funkcja skalująca, a ξ to oczywiście długość korelacji. Dynamiczną hipotezę skalowania sformułowali niezależnie Hohenberg i Halperin [25] oraz Ferrell i in. [26].

Dla prostego modelu dynamiki relaksacyjnej, opisanego w poprzednim paragrafie,

$$\omega_c(k \rightarrow 0) \rightarrow L/\chi \propto |T - T_c|^{-\gamma} \propto \xi^{-\gamma/\nu} , \quad (2.14)$$

ponieważ tutaj L nie zależy od wektora falowego przy $k \rightarrow 0$. Aby $\omega_c(k \rightarrow 0)$ nie zależało od k funkcja skalująca musi mieć następującą postać:

$$f(x) \propto x^{-z} , \quad (2.15)$$

co daje zależność $\omega_c \propto \xi^{-z}$. Porównując to z wyrażeniem (2.14) otrzymujemy w teorii Van Hove'a $z = \gamma/\nu = 2 - \eta$, gdzie wykorzystaliśmy również prawo skalowania Fishera (1.20).

2.3 Nieliniowe sprzężenia między modami (mode-coupling) i równania ruchu

Gdybyśmy chcieli uwzględnić oprócz powolnego ruchu wielkości ζ jeszcze szybki ruch związany z pozostałymi stopniami swobody, tzn. uwzględnić stochastyczne oddziaływania z termostatem, to należy dodać do prawej strony równania (2.1) szum gaussowski symulujący wpływ pobudzenia termicznego:

$$\dot{\zeta} = -L \frac{d\Phi}{d\zeta} + \eta , \quad (2.16)$$

gdzie funkcja korelacji szumu spełnia równanie Einsteina:

$$\langle \eta(t) \eta(t') \rangle = 2k_B T L \delta(t - t') , \quad (2.17)$$

a $\delta(t)$ to funkcja Diraca. Poza tym zakładamy, że

$$\langle \eta(t) \rangle = 0 .$$

Zarówno ζ jak i η należy traktować w tym opisie jako procesy stochastyczne. Samo równanie (2.16) wraz z założeniem (2.3) nosi nazwę (liniowego) równania Langevina [23]. Przechodząc teraz do opisu ruchu parametru porządku o n -składowych, posiadających symetrię $O(n)$, i uogólniając równanie (2.16) na procesy niejednorodne oraz uwzględniając również (statyczne) nieliniowe sprzężenia obecne w energii swobodnej w postaci wyrazu proporcjonalnego do S^4 , dostajemy tzw. zależny od czasu model Ginzburga-Landaua [27]:

$$\dot{S}_i(\mathbf{x}) = -\Gamma_i \frac{\delta H}{\delta S_i(\mathbf{x})} + \eta_i(\mathbf{x}) , \quad (2.18)$$

gdzie odpowiedni potencjał (podzielony przez $k_B T$) – tzw. hamiltonian Ginzburga-Landaua

$$H = \frac{1}{2} \int d^d x \{ r_0 S^2 + (\nabla S)^2 + \frac{u}{2} S^4 \} , \quad (2.19)$$

uwzględnia również nieliniowe sprzężenia między spinami. W zewnętrznym polu magnetycznym $\mathbf{h}$, należy dodać do niego jeszcze wyraz $-\int d^d x \mathbf{h} \cdot \mathbf{S}(\mathbf{x})$. W równaniu (2.19) zastosowano skrótowne oznaczenia:

$$S^2 = \sum_{i=1}^n S_i^2(\mathbf{x}) ,$$

$$(\nabla S)^2 = \sum_{i=1}^n (\nabla S_i(\mathbf{x}))^2,$$

$$S^4 = (S^2)^2 .$$

Poza tym, $\frac{\delta H}{\delta S_i(\mathbf{x})}$ oznacza pochodną funkcjonalną [7, 28, 29] funkcjonału H po polu S_i . Szumy spełniają relacje

$$\langle \eta_i(\mathbf{x}, t) \eta_j(\mathbf{x}', t') \rangle = 2\Gamma_i \delta_{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t') . \quad (2.20)$$

Zwykle zakładamy, że współczynniki kinetyczne są takie same dla każdej składowej parametru porządku: $\Gamma_i = \Gamma$.

Równanie (2.18) nie zawiera jeszcze pewnych nieliniowych oddziaływań między-modowych (gdy $n \geq 2$), które w decydujący sposób odpowiedzialne są za znikanie bądź rozbieganie się współczynników kinetycznych przy $T \rightarrow T_c$. Na przykład dla izotropowego ferromagnetyka równanie (2.18) powinno być zmodyfikowane o wyraz opisujący precesję spinów wokół lokalnego pola magnetycznego. Równanie ruchu dla takiego ferromagnetyka przyjmuje postać:

$$\dot{\mathbf{S}} = \lambda \mathbf{S} \times \frac{\delta H}{\delta \mathbf{S}} + D \nabla^2 \frac{\delta H}{\delta \mathbf{S}} + \eta , \quad (2.21)$$

gdzie współczynnik kinetyczny Onsagera Γ został zastąpiony przez $-D \nabla^2$ co gwarantuje, że całkowity spin $\mathbf{S}_{\mathbf{k}=0}(t) = \int d^d x \mathbf{S}(\mathbf{x}, t)$ jest zachowany, czyli nie zmienia się w czasie, analogicznie jak w modelach mikroskopowych i hydrodynamice. Najłatwiej to zauważyć przechodząc do składowych Fouriera

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k} < \Lambda} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \mathbf{S}_{\mathbf{k}}(t) , \quad (2.22)$$

wtedy $D \nabla^2 \rightarrow -D k^2$ i współczynnik tłumienia dąży do zera przy $k \rightarrow 0$. W równaniu (2.22) Λ jest tzw. wektorem odcinającym (cutoff vector), który zwykle wybieramy tak by Λ^{-1} było dużo większe niż stała sieciowa, ale jednocześnie dużo mniejsze niż długość korelacji fluktuacji spinowych. Modele które opisują fluktuacje różnych wielkości w tej skali nazywamy modelami mezoskopowymi.

Pierwszy wyraz w równaniu (2.21), opisujący precesję wokół lokalnego pola $\mathbf{h}_{\text{lok}} = -\frac{\delta H}{\delta \mathbf{S}}$ (pole zewnętrzne plus pole generowane przez same spiny), nazywany jest w literaturze wyrazem sprzężenia międzymodowego (mode-coupling) albo wyrazem

strumieniowym. Jest to wyraz niedysypatywny tzn. nie prowadzi do zmniejszania się całkowitej energii w tym sensie, że przy braku tłumienia i siły stochastycznej

$$\frac{dH}{dt} = \int d^d x \frac{\delta H}{\delta \mathbf{S}(\mathbf{x}, t)} \cdot \frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \int d^d x \frac{\delta H}{\delta \mathbf{S}(\mathbf{x}, t)} \cdot \left[\lambda \mathbf{S}(\mathbf{x}, t) \times \frac{\delta H}{\delta \mathbf{S}(\mathbf{x}, t)} \right] = 0. \quad (2.23)$$

Badając dynamikę krytyczną nie jesteśmy zainteresowani pełnym, a więc niezwykle skomplikowanym, mikroskopowym opisem ewolucji czasowej układu. Zwykle wystarczają nam równania ruchu tylko dla tzw. powolnych zmiennych (slow variables), jakimi są długofalowe fluktuacje ($k < \Lambda$) parametru porządku oraz wielkości zachowawczych i mody Goldstona w układzie. Szybkie zmienne eliminujemy zwykle przez procedurę rzutowania na podprzestrzeń powolnych zmiennych [30, 31]. Opis tego formalizmu czytelnik może znaleźć w pracach Moriego i in. [32, 33]. Po wybraniu odpowiednich powolnych zmiennych $\{\phi_\alpha(t)\}$, a więc takich które dostarczają pełnego opisu układu, ogólne równania ruchu rozpatrywane w dynamice krytycznej mają postać nieliniowych równań Langevina [32, 33]:

$$\frac{d}{dt} \phi_\alpha(t) = V_\alpha(\{\phi_\alpha(t)\}) - \sum_\beta \Gamma_{\alpha\beta} \frac{\delta H(\{\phi_\alpha(t)\})}{\delta \phi_\beta^*(t)} + \eta_\alpha(t), \quad (2.24)$$

gdzie

$$H(\{\phi_\alpha(t)\}) = -k_B T \ln(P_{\text{eq}}(\{\phi_\alpha(t)\})) , \quad (2.25)$$

a $P_{\text{eq}}(\{\phi_\alpha(t)\})$ jest równowagową gęstością prawdopodobieństwa. Pierwszy wyraz w równaniach (2.24) to wyraz strumieniowy:

$$V_\alpha(\{\phi_\alpha(t)\}) = -\lambda \sum_\beta \left[\frac{\delta}{\delta \phi_\beta} Q_{\alpha\beta}(\{\phi_\alpha\}) - Q_{\alpha\beta}(\{\phi_\alpha\}) \frac{\delta H(\{\phi_\alpha\})}{\delta \phi_\beta^*} \right], \quad (2.26)$$

gdzie λ to pewna stała, a $Q_{\alpha\beta} = -Q_{\beta\alpha}$ to wielkości skonstruowane z nawiasów Poissona lub komutatorów wolnych zmiennych $\{\phi_\alpha\}$. Zależą one od konkretnego układu. Drugi wyraz w równaniach (2.24) opisuje tłumienie, a ostatni to stochastyczna siła, która reprezentuje efekt szybkich zmiennych, nie włączonych w zbiór $\{\phi_\alpha(t)\}$. Białe szумы gaussowskie mają zerowe średnie, a ich wariancje związane są ze współczynnikami tłumienia za pomocą relacji:

$$\langle \eta_\alpha(t) \eta_\beta(t') \rangle = 2\Gamma_{\alpha\beta} \delta(t - t').$$

Można pokazać, że równania ruchu (2.24) generują te same statyczne (jednoczasowe) funkcje korelacji co równowagowy rozkład prawdopodobieństwa e^{-H} [34, 35]. Tak więc opisane tu mezoskopowe równania ruchu określają własności dynamiczne wielkości, których własności statyczne wyznaczone są przez funkcjonal Ginzburga-Landaua.

Rozkład równowagowy, wyznaczony przez funkcjonal H , nie wyznacza nawiasów Poissona, czyli wyrazów strumieniowych w dynamice. Bezpośrednią konsekwencją tego faktu jest to, że z każdą statyczną (równowagową) klasą uniwersalności związanych jest kilka dynamicznych klas uniwersalności zależnych od ilości powolnych zmiennych i struktury nawiasów Poissona.

2.4 Dynamiczne klasy uniwersalności

W paragrafie tym rozważymy kilka najważniejszych modeli używanych w badaniach dynamiki krytycznej magnetyków. Na początek zdefiniujemy modele z dynamiką relaksacyjną.

2.4.1 Model A

W modelu tym nie ma praw zachowania dla żadnej zmiennej. Jediną wolną zmienną jest więc parametr porządku o n -składowych, opisany znanymi równaniami [36, 37]:

$$\dot{S}_i(\mathbf{x}) = -\Gamma \frac{\delta H}{\delta S_i(\mathbf{x})} + \eta_i(\mathbf{x}) , \quad (2.27)$$

gdzie H to funkcjonal Ginzburga-Landaua w postaci (2.19). Tak jak w każdym modelu dynamicznym własności równowagowe, a więc i statyczne wykładniki krytyczne, wyznaczone są przez wymiar przestrzenny d i liczbę składowych parametru porządku n . Wykładnik dynamiczny z różni się nieznacznie od tego z teorii Van Hove'a, $z_{\text{kl}} = 2 - \eta$, ponieważ współczynnik kinetyczny $\Gamma \rightarrow 0$ w pobliżu T_c . Teoria grupy renormalizacji [38, 39] daje dla tego wykładnika następującą wartość:

$$z = 2 + c\eta , \quad (2.28)$$

gdzie η to wykładnik funkcji korelacji (1.12), a c to w ogólności pewna funkcja d i n . Tzw. metoda rozwinięcia względem $\epsilon = 4 - d$ [2] przewiduje, że $c = 0,7261(1 -$

$1,687\epsilon) + O(\epsilon^2)$ dla małych ϵ [38, 39], zaś rozwinięcie względem $1/n$ daje $c = 1/2$ dla $d = 3$ i $n \rightarrow \infty$ [38].

2.4.2 Model B

Jest to prosta modyfikacja modelu A, w której parametr porządku jest wielkością zachowawczą tzn. podlegającą prawu zachowania. W równaniu (2.27) zastępujemy Γ przez $-\lambda \nabla^2$ oraz modyfikujemy odpowiednio źródło szumu. Dla tego modelu znajdujemy

$$\omega_c(k) = \lambda k^2 / \chi_S ,$$

ponieważ współczynnik transportu λ nie doznaje renormalizacji wskutek nieliniowych oddziaływań w hamiltonianie [3]. Otrzymujemy więc

$$z = z_{kl} = 4 - \eta ,$$

tak jak w teorii Van Hove'a dla tego modelu. Częstość $\omega_c(k)$ maleje przy $T \rightarrow T_c$ przy ustalonym k wskutek krytycznego spowolnienia.

2.4.3 Model C

Niezachowawczy parametr porządku może być sprzężony z zachowawczą (niekrytyczną) wielkością, taką jak energia lub namagnesowanie - w anizotropowym antyferromagnetyku. Statyczny funkcjonal Ginzburga-Landaua zależy wtedy od dwóch wielkości: parametru porządku $\mathbf{S}$ i nowej wielkości zachowawczej, którą oznaczmy symbolem m . Hamiltonian takiego układu ma postać:

$$H = \frac{1}{2} \int d^d x \{ r_0 S^2 + (\nabla S)^2 + \frac{u}{2} S^4 + \chi_m^{-1} m^2 + f m S^2 \} , \quad (2.29)$$

gdzie f to nowa stała sprzężenia, a χ_m to podatność wielkości m bez uwzględnienia oddziaływania z układem spinowym ($f = 0$). Ponieważ m jest wielkością niekrytyczną, więc C_m nie zbliża się do zera przy $T \rightarrow T_c$, a więc w statyce można się pozbyć zależności od m przez proste całkowanie w sumie stanów [36]. Procedura ta prowadzi do efektywnego hamiltonianu zależnego tylko od parametru porządku ze zrenormalizowaną stałą sprzężenia u . Statyczne wykładniki krytyczne będą więc takie same jak dla hamiltonianu (2.19).

Równania opisujące dynamikę mają postać:

$$\dot{S}_i(\mathbf{x}) = -\Gamma \frac{\delta H}{\delta S_i(\mathbf{x})} + \eta_i(\mathbf{x}) , \quad (2.30)$$

$$\dot{m}(\mathbf{x}) = \lambda_m \nabla^2 \frac{\delta H}{\delta m(\mathbf{x})} + \xi_m(\mathbf{x}) , \quad (2.31)$$

gdzie dodatkowy szum spełnia relację

$$\langle \xi_m(\mathbf{x}, t) \xi_m(\mathbf{x}', t') \rangle = -2\lambda_m \nabla^2 \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t') . \quad (2.32)$$

Sprzężenie z zachowawczą wielkością prowadzi do zmiany dynamicznego wykładnika krytycznego, w porównaniu z modelem A, na

$$z = 2 + \frac{\alpha}{\nu} , \quad (2.33)$$

dla układów typu Isinga ($n = 1$), gdzie wykładnik ciepła właściwego jest większy od zera. Gdy $n > 1$ i $\alpha < 0$, sprzężenie z niekrytyczną zachowawczą wielkością jest nieistotne i model C jest równoważny modelowi A.

2.4.4 Model D

W modelu tym zachowawczy parametr porządku sprzężony jest z zachowawczą niekrytyczną wielkością. Dynamika modelu opisana jest równaniami (2.30) i (2.31), gdzie $\Gamma = -\lambda_S \nabla^2$ i odpowiednio zmodyfikowano równanie dla szumu: $\eta_i(\mathbf{x})$. W każdym przypadku, niezależnie od wartości n , model ten sprowadza się do modelu B, dla którego $z = z_{kl} = 4 - \eta$.

Były to modele opisujące czysto dysypatywną dynamikę. Przejdźmy teraz do opisu modeli z niezerowymi nawiasami Poissona, które związane są z istnieniem w układzie modów propagujących.

2.4.5 Modele E i F

Rozważmy magnetyk planarny opisany następującymi równaniami [40] (model F):

$$\dot{\psi} = -2\Gamma \frac{\delta H}{\delta \psi^*} - ig\psi \frac{\delta H}{\delta m} + \theta , \quad (2.34)$$

$$\dot{m} = \lambda_m \nabla^2 \frac{\delta H}{\delta m} + 2g \text{Im}(\psi^* \frac{\delta H}{\delta \psi^*}) + \xi_m , \quad (2.35)$$

gdzie ψ jest zespolonym parametrem porządku reprezentującym $S_x - iS_y$, a m z-tową składową namagnesowania (oś z wybrana została w kierunku prostopadłym do łatwej płaszczyzny). Funkcjonał H jest postaci:

$$H = \frac{1}{2} \int d^d x \{ r_0 |\psi|^2 + |\nabla \psi|^2 + \frac{u}{2} |\psi|^4 + \chi_m^{-1} m^2 + f m |\psi|^2 - h m \} .$$

W ferromagnetykach o łatwej płaszczyźnie dwu-wymiarowy parametr porządku nie jest wielkością zachowawczą. Zachowana jest natomiast z-towa składowa namagnesowania, która jest jednocześnie generatorem obrotów parametru porządku w płaszczyźnie x - y . Niezerowy jest więc nawias Poissona

$$\{\psi, M\} = i g \psi , \quad (2.36)$$

gdzie g to stała sprzężenia międzymodowego a $M = \int d^d x m(\mathbf{x})$. Statyczne własności tego modelu są takie same jak w modelu C, ale zachowanie dynamiczne jest inne dzięki obecności niedysypatywnego sprzężenia oraz zespolonej wartości współczynnika kinetycznego Γ . Halperin i Hohenberg pokazali [41], że poniżej T_c w układzie istnieje fala spinowa o częstości $c_{\text{fs}} k$. Model F ulega znacznemu uproszczeniu, gdy założymy, że w układzie nie ma zewnętrznego pola magnetycznego, a więc znika średnia wartość całkowitego namagnesowania $\langle M \rangle$ w kierunku prostopadłym. Mamy wtedy tzw. symetryczny model planarny oznaczany literą E, który otrzymujemy z modelu F (antysymetryczny model planarny) przez przyjęcie: $f = 0$ i rzeczywistego Γ . Wtedy równania są niezmiennicze względem transformacji $m \rightarrow -m$ i $\psi \rightarrow \psi^*$, poza tym $\langle M \rangle = 0$.

Istnienie modu propagującego poniżej T_c pozwala określić wykładnik dynamiczny wyłącznie za pomocą wykładników statycznych i wymiaru przestrzeni. Dla modelu antysymetrycznego (F), który opisuje również przemianę fazową w ciekłym helu, otrzymujemy

$$z = \frac{d}{2} + \frac{\tilde{\alpha}}{2\nu} , \quad (2.37)$$

gdzie $\tilde{\alpha} \equiv \max(\alpha, 0)$, a α jest wykładnikiem ciepła właściwego.

Dla modelu symetrycznego (E)

$$z = \frac{d}{2} , \quad (2.38)$$

czyli $z = 3/2$ dla $d = 3$. W obydwu modelach współczynnik kinetyczny Γ rozbiega się przy $T \rightarrow T_c^+$, ale nie tak szybko jak podatność parametru porządku, tak że zachodzi krytyczne spowolnienie.

Można pokazać, że dołączenie do równań (2.34) i (2.35) jeszcze zachowawczego pola energii nie zmienia wykładników krytycznych (zmieniają się jednak uniwersalne stosunki amplitud krytycznych [42]).

2.4.6 Model G

Izotropowy antyferromagnetyk jest również układem ze sprzężeniem międzymodowym. Prosty model opisujący ten układ zawiera dwa pola. Pierwsze to niezachowawczy parametr porządku, który jest trójwymiarowym wektorem naprzemiennego namagnesowania. Drugie pole zachowawcze to wektor lokalnego namagnesowania. Równania ruchu można napisać następująco:

$$\dot{\mathbf{N}} = -\Gamma \frac{\delta H}{\delta \mathbf{N}} + g \mathbf{N} \times \frac{\delta H}{\delta \mathbf{m}} + \theta , \quad (2.39)$$

$$\dot{\mathbf{m}} = \lambda \nabla^2 \frac{\delta H}{\delta \mathbf{m}} + g \mathbf{N} \times \frac{\delta H}{\delta \mathbf{N}} + g \mathbf{m} \times \frac{\delta H}{\delta \mathbf{m}} + \eta , \quad (2.40)$$

$$H = \frac{1}{2} \int d^d x \{ r_0 N^2 + (\nabla N)^2 + \frac{u}{2} N^4 + \chi_m^{-1} m^2 \} , \quad (2.41)$$

gdzie θ i η to białe szumy. Niedysypatywne wyrazy zawierające stałą sprzężenia g odzwierciedlają nawiasy Poissona:

$$\{N_i, M_j\} = g \varepsilon_{ijk} N_k , \quad (2.42)$$

$$\{M_i, M_j\} = g \varepsilon_{ijk} M_k , \quad (2.43)$$

gdzie $\mathbf{M} = \int d^d x \mathbf{m}(\mathbf{x})$, a ε_{ijk} to tensor antysymetryczny. Tutaj również w fazie niskotemperaturowej mamy propagujący mod fali spinowej, a w fazie wysokotemperaturowej współczynnik kinetyczny $\Gamma \rightarrow \infty$, gdy $T \rightarrow T_c$. W modelu G dynamiczny wykładnik krytyczny jest taki sam jak w modelu E

$$z = \frac{d}{2} , \quad (2.44)$$

inne są jednak pewne uniwersalne stosunki amplitud [42].

2.4.7 Model J

Dynamika izotropowego ferromagnetyka wyznaczona jest przez precesję spinów i prawo zachowania całkowitego spinu. Dynamika takiego układu oparta jest na równaniach ruchu:

$$\dot{\mathbf{S}} = \lambda \mathbf{S} \times \frac{\delta H}{\delta \mathbf{S}} + D \nabla^2 \frac{\delta H}{\delta \mathbf{S}} + \eta ,$$

gdzie hamiltonian dany jest wyrażeniem (2.19). Tutaj również poniżej T_c mamy falę spinową o częstości $c_{\text{fs}}^{\text{FM}} k^2$, a współczynnik transportu D rozbiega się powyżej T_c jak

$$D \propto \xi_+^{(6-d-\eta)/2}, \quad (2.45)$$

pokazując równocześnie, że tzw. górny (dynamiczny) wymiar krytyczny w tym modelu $d_c^{\text{dyn}} = 6$ [43]. d_c^{dyn} jest to wymiar przestrzeni poniżej którego teoria Van Hove'a przestaje być słuszna, a dynamiczne fluktuacje krytyczne stają się istotne, powodując rozbieganie się lub znikanie współczynników kinetycznych przy $T \rightarrow T_c$. Tak więc w modelu J dynamiczny wymiar krytyczny różni się od statycznego wymiaru krytycznego d_c^{stat} , który jak przewiduje grupa renormalizacji, wynosi cztery dla modelu, którego statyka może być opisana funkcjonalem Ginzburga-Landaua [2]. Możemy powiedzieć, że w miarę obniżania d fluktuacje dynamiczne stają się istotne wcześniej niż fluktuacje termodynamiczne. Dynamiczny wykładnik krytyczny wyznaczony jest całkowicie przez wymiar przestrzenny układu i wykładniki statyczne:

$$z = \frac{1}{2} (d + 2 - \eta). \quad (2.46)$$

W trzech wymiarach $z \simeq 5/2$. Wiedząc, że zgodnie z przewidywaniami grupy renormalizacji $\eta = 0$ dla $d \geq 4$, widzimy, że z osiąga swoją klasyczną wartość $z_{\text{kl}} = 4 - \eta$ dla $d = 6$, w przeciwieństwie np. do antyferromagnetyka, dla którego klasyczna wartość $z_{\text{kl}} = 2 - \eta$ osiągana jest dla $d = 4$.

2.4.8 Podsumowanie dynamicznych klas uniwersalności w magnetykach

W tabeli (2.1) zebrano podstawowe informacje o dynamicznych klasach uniwersalności mających zastosowanie w magnetykach. Jak pokazują rachunki, dodanie dowolnej liczby pól niezachowawczych do modeli wyszczególnionych w tabeli (2.1) nie ma wpływu na dynamikę krytyczną takiego układu, o ile ogólna symetria jak i struktura nawiasów Poissona, dla parametru porządku i wielkości zachowawczych nie ulegną zmianie.

O tym, jaki model ma zastosowanie w rzeczywistym układzie fizycznym, decyduje wiele czynników. W realnych magnetykach oprócz magnetycznych stopni swobody

Tabela 2.1. Podsumowanie dynamicznych klas uniwersalności w magnetykach.

Model	Układ fizyczny	Wymiar param.	Pola niezach.	Pola zachowawcze	Nieznik. nawiasy Poissona	z
A	anizotropowe magnetyki, jednoosiowe antyferrom.	n	S	brak	brak	$2 + c\eta$
B	jednoosiowe ferromagnet.	n	brak	S	brak	$4 - \eta$
C	anizotropowe magnetyki, jednoosiowe antyferrom.	1	S	m	brak	$2 + \frac{\alpha}{\nu}$
D	jednoosiowe ferromagnet.	n	brak	S, m	brak	$4 - \eta$
E	magnetyki o łatwej płaszczyźnie $h_z = 0$	2	ψ	m	$\{\psi, m\}$	$\frac{d}{2}$
F	magnetyki o łatwej płaszczyźnie $h_z \neq 0$	2	ψ	m	$\{\psi, m\}$	$\frac{d}{2} + \frac{\tilde{\alpha}}{2\nu}$
G	izotropowe antyferromag.	3	N	m	$\{\mathbf{N}, \mathbf{m}\}$	$\frac{d}{2}$
J	izotropowe ferromagnet.	3	brak	S	$\{\mathbf{S}, \mathbf{S}\}$	$\frac{d+2-\eta}{2}$

występują fonony, które również mają wpływ na dynamikę spinów poprzez sprzężenie spin-sieć. W wielu przypadkach przewodność cieplna układu fononowego jest znacznie większa niż układu spinowego i wtedy modele z niezachowawczą energią mogą lepiej nadawać się do opisu układu niż modele zawierające zachowawcze pole energii [36]. Ponadto w realnych układach magnetycznych zawsze występuje anizotropia. Wtedy do funkcjonału (2.19) należy dodać jeden lub kilka wyrazów anizotropowych i badać efekty przechodzenia (crossoveru) od zachowania izotropowego (opisanego izotropowym punktem stałym grupy renormalizacji) do innych typów zachowania krytycznego, reprezentowanych przez modele A i C. Przy takim przechodzeniu, od jednej klasy uniwersalności do drugiej, obserwujemy tzw. efektywne (tj. zależne od temperatury) wykładniki krytyczne [44]. Będzie o tym mowa jeszcze w rozdziale szóstym tej pracy.

2.5 Dynamiczna grupa renormalizacji

Uniwersalność i idee skalowania przyczyniły się do powstania grupy renormalizacji na początku lat siedemdziesiątych [2]. Grupa renormalizacji jest ogólną teorią, która pozwala rozwiązywać problemy, w których ważne są fluktuacje (a właściwie korelacje tych fluktuacji) dla całego spektrum skal przestrzennych i czasowych. Z tego względu odniosła duży sukces w badaniach zarówno statyki jak i dynamiki zjawisk krytycznych oraz w badaniu dużej liczby innych problemów, jak np. efekt Kondo, polimery, lokalizacja itp. W bardzo intuicyjnym podejściu polega ona na zmniejszeniu liczby stopni swobody układu, a następnie przeskalowaniu długości. Dla modeli bazujących na funkcyjale energii Ginzburga-Landaua odbywa się to następująco.

1) Najpierw eliminujemy wszystkie mody $S_{\mathbf{k}}(\omega)$ o wektorach falowych i częstościach leżących w obszarze:

$$\Lambda/b < |\mathbf{k}| \leq \Lambda \quad , \quad (2.47)$$

$$-\infty < \omega < \infty \quad .$$

Eliminacji dokonujemy albo iterując równania ruchu, a potem uśredniając po odpowiednich szumach, albo przy wykorzystaniu tzw. funkcjonalnej reprezentacji równań ruchu, którą dokładniej opiszemy w rozdziale piątym. W podejściu funkcjonalnym widać wielkie podobieństwo do statycznej grupy renormalizacji, gdzie eliminacja odbywa się przez całkowanie w sumie stanów po zmiennych z obszaru (2.47), z wykorzystaniem rachunku perturbacyjnego.

2) Następnie dokonujemy zmiany skali wektorów falowych, częstości oraz pól:

$$k \rightarrow k' = bk \quad ,$$

$$\omega \rightarrow \omega' = b^z \omega \quad ,$$

$$\Lambda \rightarrow \Lambda' = b\Lambda \quad ,$$

$$S_{\mathbf{k}}(\omega) \rightarrow S'_{\mathbf{k}}(\omega) = b^a S_{\mathbf{k}}(\omega) \quad ,$$

gdzie b jest dowolną liczbą większą niż jeden, Λ to wektor odcinający, a z i a to wykładniki, które należy określić.

W wyniku kroków 1 i 2 otrzymujemy równania rekurencyjne dla parametrów hamiltonianu Ginzburga-Landaua albo, w przypadku dynamicznym, parametrów

odpowiedniego funkcjonału dynamicznego. Punkty stałe transformacji grupy renormalizacji (tak na prawdę jest to półgrupa, bo nie istnieje element odwrotny) odpowiadają określonym klasom uniwersalności w tym sensie, że wartości własne zlinearyzowanej transformacji grupy renormalizacji wyznaczają wykładniki krytyczne.

Energia swobodna obliczona dla hamiltonianu przed i po transformacji grupy renormalizacji (kroki 1 i 2) jest taka sama. Implikuje to prostą relację dla singularnej części energii swobodnej [45]:

$$F_{\text{sing}}(T - T_c, h, \{h_\alpha\}) = b^{-d} F_{\text{sing}}(b^{1/\nu}(T - T_c), b^\lambda h, \{b^{\lambda_\alpha} h_\alpha\}) , \quad (2.48)$$

która po wyeliminowaniu czynnika skalującego, przez podstawienie $b = (T - T_c)^{-\nu}$, daje

$$F_{\text{sing}}(T - T_c, h, \{h_\alpha\}) = |T - T_c|^{d\nu} X_\pm(h |T - T_c|^{-\Delta}, \{h_\alpha |T - T_c|^{-\Delta_\alpha}\}) \quad , \quad (2.49)$$

gdzie $\Delta = \lambda\nu = \gamma + \beta$ i $\Delta_\alpha = \lambda_\alpha\nu$, a funkcje skalujące $X_\pm$ odnoszą się do $\pm t > 0$, odpowiednio. Zbiór $\{h_\alpha\}$ to zbiór tzw. nieliniowych pól skalowania - analitycznych funkcji $(T - T_c)$, h i innych parametrów występujących w hamiltonianie - których tzw. wymiary (wykładniki) grupy renormalizacji wynoszą odpowiednio $\{\lambda_\alpha\}$. Gdy $\lambda_\alpha < 0$, wtedy $h_\alpha |T - T_c|^{-\Delta_\alpha}$ dąży do zera, przy $|T - T_c| \rightarrow 0$, i pole h_α nie wpływa na osobliwość energii swobodnej w wiodącym rzędzie. Z tego właśnie powodu takie pole nazywamy nieistotnym (irrelevant), w odróżnieniu od pól istotnych (relevant), dla których $\lambda_\alpha > 0$ (takimi polami są np. temperatura zredukowana i pole magnetyczne). Jeżeli jesteśmy zainteresowani tylko wiodącymi osobliwościami, możemy przyjąć wszystkie nieistotne pola za równe zero już na początku naszych rozważań, ułatwiając sobie w ten sposób analizę modelu¹. Fakt ten jest też ściśle związany z uniwersalnością: gdy dwa hamiltoniany różnią się tylko nieistotnymi polami, to mają one te same wykładniki krytyczne charakteryzujące wiodące osobliwości wielkości fizycznych, a tym samym będą należeć do tej samej klasy uniwersalności.

Chociaż nieistotne pola nie wpływają na wiodące (asymptotyczne) osobliwości przy $|T - T_c| \rightarrow 0$, to dają one jednak poprawki do tych wiodących osobliwości,

¹ Czasami funkcji skalujących, dla interesujących wielkości fizycznych, nie można rozwinąć w szereg względem nieistotnych zmiennych. Mamy wtedy do czynienia z tzw. „groźnymi” nieistotnymi zmiennymi (dangerous irrelevant variables) [27, 51], których nie można pominąć. Występowanie takiej zmiennej prowadzi np. do załamania relacji (1.21) dla $d > d_c$.

które zwykło nazywać się poprawkami do skalowania. Weźmy na przykład podatność, którą otrzymamy przez dwukrotne zróżniczkowanie po polu energii swobodnej (2.49). Spełnia ona relację skalowania:

$$\chi_S = |T - T_c|^{-\gamma} X_2^\pm(\{h_\alpha |T - T_c|^{-\Delta_\alpha}\}) , \quad (2.50)$$

gdzie $X_2^\pm$ jest nową funkcją skalującą. Widzimy, że $h_\alpha |T - T_c|^{-\Delta_\alpha} \rightarrow 0$, przy $|T - T_c| \rightarrow 0$, dla wszystkich nieistotnych pól h_α (zakładamy, że tylko takie tutaj występują), możemy więc rozwinąć $X_2^\pm$ w szereg potęgowy:

$$\chi_S = C^\pm |T - T_c|^{-\gamma} + \sum_{\alpha} K_{\alpha}^\pm h_{\alpha} |T - T_c|^{-\gamma - \Delta_{\alpha}} + \dots , \quad (2.51)$$

gdzie $C^\pm = X_2^\pm(\{0\})$ i $K_{\alpha}^\pm = (\partial_{\alpha} X_2^\pm)(\{0\})$. Ponieważ $\Delta_{\alpha} < 0$, wyrazy w sumie są mniej osobliwe niż pierwszy wyraz w równaniu (2.51). Istnienie takich poprawek do skalowania utrudnia znacznie otrzymanie wykładników krytycznych z danych eksperymentalnych. Oprócz nieanalitycznych poprawek, związanych z nieistotnymi polami skalowania, występują jeszcze analityczne poprawki do skalowania, w postaci szeregu względem $|T - T_c|$ i h . Związane są one z regularną częścią energii swobodnej i tym, że pola skalowania są analitycznymi funkcjami temperatury zredukowanej i pola magnetycznego.

Dzięki metodzie grupy renormalizacji możemy powiedzieć też jakie oddziaływania są istotne (relevant), bo prowadzą do nowej klasy uniwersalności, a jakie nie są [17]. Na przykład, oddziaływania dipolowe obecne w magnetykach mogą zmienić klasę uniwersalności ferromagnetyków, ale nie antyferromagnetyków [46]. Innym przykładem jest wpływ zamrożonych domieszek, czyli nieporządku na punkty krytyczne [47, 48, 49]. Dokładny opis teorii grupy renormalizacji znajdzie czytelnik w pracach przeglądowych [2, 17, 16] oraz w książce Binney'a i in. [7].

Rozdział 3

ADIABATYCZNA I IZOTERMICZNA PRĘDKOŚĆ DŹWIĘKU

3.1 Model

Termodynamika odgrywa fundamentalną rolę w teorii propagacji dźwięku [50]. Dlatego, zanim rozwiniemy ogólną teorię dynamiki dźwięku w następnych rozdziałach, zbadajmy związki jakie zachodzą między wielkościami termodynamicznymi, jakimi są np. adiabatyczne i izotermiczne moduły sprężystości, a pojawiającymi się w naszym modelu funkcjami korelacji.

Wszystkie wielkości termodynamiczne można otrzymać z odpowiedniego potencjału termodynamicznego

$$F(T, P, h) = F^0(T, P, h) - \frac{k_B T}{V} \ln Z, \quad (3.1)$$

gdzie T oznacza temperaturę, P ciśnienie, a h - zewnętrzne pole magnetyczne, zaś

$$Z = \int \mathfrak{D}[S_\alpha, e_{\alpha\beta}, q] \exp(-H) \quad (3.2)$$

jest tzw. sumą statystyczną, która w naszym przypadku wyraża się całką funkcjonalną po polach $S_\alpha(\mathbf{x})$, $e_{\alpha\beta}(\mathbf{x})$ i $q(\mathbf{x})$. Pola te stanowią tzw. zupełny zbiór powolnych zmiennych, występujący w hydrodynamice [51, 41]. Mamy tu oprócz parametru po-

rzędu - którym w przypadku magnetycznych przejść fazowych jest wektor namagnesowania $S_\alpha(\mathbf{x})$, zwany też potocznie (i niezbyt ściśle) spinem, tensor odkształceń: $e_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\nabla_\alpha u_\beta + \nabla_\beta u_\alpha)$, związany z niejednorodnym polem przemieszczenia $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ [51], oraz fluktuacje entropii na jednostkę masy $q(\mathbf{x})$. Zakładamy, że wszystkie te wielkości zawierają tylko długofalowe składowe fourierowskie o wektorze falowym mniejszym od pewnej liczby Λ (dla prostoty przyjmujemy $\Lambda = 1$).

Funkcjonał H wyznacza rozkład prawdopodobieństwa fluktuacji równowagowych: $p \propto \exp(-H)$. Dla układu magneto-elastycznego typu Isinga można go zapisać następująco:

$$H = H_S + H_{el} + H_q + H_{int} , \quad (3.3)$$

gdzie

$$H_S = \frac{1}{2} \int d^d x \{ r_0 S^2 + (\nabla S)^2 + \frac{\tilde{u}_o}{2} S^4 \}$$

jest funkcyjonałem typu Ginzburga-Landaua i opisuje oddziaływanie fluktuacji spinowych, zaś

$$H_{el} = \frac{1}{2} \int d^d x \{ C_{12}^0 (\sum_\alpha e_{\alpha\alpha})^2 + 4C_{44}^0 \sum_{\alpha,\beta} e_{\alpha\beta}^2 + 2(P - P_0) e_{\alpha\alpha} \}$$

przedstawia energię elastyczną w przybliżeniu harmonicznym. $C_{\alpha\beta}^0$ to moduły sprężystości wyrażone w jednostkach $k_B T$. Zakładamy tutaj izotropowość kryształu, a więc tylko dwie niezależne stałe elastyczne. P_0 jest ciśnieniem pewnego referencyjnego stanu równowagi, względem którego określa się deformacje. Składnik $H_q = \frac{1}{2C_V^0} \int d^d x q^2$ stanowi najniższy wyraz rozwinięcia funkcyjonału H względem pola entropii, C_V^0 jest ciepłem właściwym nieoddziałującego układu przy stałej objętości. Ostatni wyraz

$$H_{int} = \int d^d x \left\{ g_0 \sum_\alpha e_{\alpha\alpha} S^2 + f_0 q S^2 + w_0 q \sum_\alpha e_{\alpha\alpha} \right\}$$

opisuje oddziaływanie między podukładami. Pierwszy składnik przedstawia tutaj sprężenie typu magnetostrykcji objętościowej [4], ze stałą sprężenia g_0 . Drugi wyraz (ze stałą sprężenia f_0) jest odpowiedzialny za rozbieżność ciepła właściwego w naszym modelu. Ostatni składnik to sprężenie entropowo-elastyczne.

Analizę naszego modelu zaczniemy od rozbicia danej elastycznej konfiguracji na część jednorodną, gdzie względne wydłużenia są stałe w przestrzeni, oraz część „fononową”, będącą periodyczną funkcją położenia. Możemy napisać [52]:

$$e_{\alpha\beta}(x) = e_{\alpha\beta}^0 + \frac{1}{\sqrt{\rho_0 V}} \sum_{\mathbf{k} \neq 0, \lambda} k_\beta e_\alpha(\mathbf{k}, \lambda) Q_{\mathbf{k}, \lambda} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) , \quad (3.4)$$

gdzie $Q_{\mathbf{k}, \lambda}$ jest współrzędną normalną modu dźwiękowego [53] o polaryzacji λ , wektorze falowym $\mathbf{k}$ i wektorze polaryzacji $\mathbf{e}(\mathbf{k}, \lambda)$. $e_{\alpha\beta}^0$ to jednorodne deformacje. Dla prostoty, zakładamy dalej, że gęstość masy ρ_0 jest równa jeden. W nowych zmiennych część elastyczna hamiltonianu przyjmuje postać:

$$H_{el} = H_{el}(e_{\alpha\beta}^0) + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k} \neq 0, \lambda} k^2 c_0^2(\hat{\mathbf{k}}, \lambda) |Q_{\mathbf{k}, \lambda}|^2 , \quad (3.5)$$

gdzie $c_0(\hat{\mathbf{k}}, \lambda)$ jest prędkością dźwięku (dla układu nieoddziałującego) o polaryzacji λ i wektorze $\hat{\mathbf{k}}$. Analogicznie dla hamiltonianu opisującego oddziaływanie otrzymujemy:

$$H_{int} = H_{int}(e_{\alpha\beta}^0) + \sum_{\mathbf{k}} \left\{ f_0 q_{\mathbf{k}} S_{-\mathbf{k}}^2 + \sum_{\lambda} [\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}, \lambda)] Q_{\mathbf{k}, \lambda} (g_0 S_{-\mathbf{k}}^2 + w_0 q_{-\mathbf{k}}) \right\} , \quad (3.6)$$

gdzie $S_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ jest składową fourierowską kwadratu spinu. Przy założeniu izotropowości elastycznej tylko podłużne drgania dźwiękowe sprzężone są z parametrem porządku i fluktuacjami entropii.

Poprzeczne mody dźwiękowe możemy wtedy z łatwością wycałkować w sumie statystycznej (3.2), jako że całka po tych zmiennych sprowadza się do prostej całki gaussowskiej. Pomijając więc będziemy w dalszych rozważaniach indeks λ , rozumiejąc $Q_{\mathbf{k}}$ tylko jako współrzędne normalne drgań podłużnych. Następnym krokiem jest wycałkowanie jednorodnych deformacji, w wyniku którego dostajemy nowy hamiltonian $H(S_{\mathbf{k}}, Q_{\mathbf{k}}, q_{\mathbf{k}})$:

$$\exp[-H(S_{\mathbf{k}}, Q_{\mathbf{k}}, q_{\mathbf{k}})] = \int \mathfrak{D}[e_{\alpha\beta}^0, Q_{\mathbf{k}, \mathbf{T}}] \exp[-H(S_{\mathbf{k}}, Q_{\mathbf{k}, \lambda}, q_{\mathbf{k}}, e_{\alpha\beta}^0) , \quad (3.7)$$

gdzie index „ $\mathbf{T}$ ” w różniczce funkcjonalnej oznacza, że całkujemy tylko po modach poprzecznych. Nowy hamiltonian różni się od wyjściowego dodatkowym (nieanali-

tycznym względem wektora falowego) składnikiem

$$\begin{aligned} \Delta H = & -\frac{(P - P_0)}{B_0} S_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}^2 - \frac{g_0^2}{2B_0} S_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}^2 S_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}^2 - \frac{w_0^2}{2B_0} q_{\mathbf{k}=\mathbf{0}} q_{\mathbf{k}=\mathbf{0}} \\ & - \frac{(P - P_0)w_0}{B_0} q_{\mathbf{k}=\mathbf{0}} - \frac{g_0 w_0}{B_0} q_{\mathbf{k}=\mathbf{0}} S_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}^2 . \end{aligned} \quad (3.8)$$

Warto w tym miejscu zauważyć, że gdybyśmy chcieli teraz wyeliminować również zmienne $Q_{\mathbf{k}}$ to w ΔH pojawiłyby się dodatkowo analogiczne wyrazy z $\mathbf{k} \neq \mathbf{0}$, przy czym moduł sprężystości objętościowej $B_0 = C_{11}^0 - \frac{4}{3}C_{44}^0$ należałoby zastąpić modulem sprężystości C_{11}^0 . Ujawnia się więc tutaj pewna nieanalityczność w hamiltonianie (nieanalityczna postać $u(\mathbf{k})$ dla $\mathbf{k} = \mathbf{0}$). Była ona szczegółowo badana w latach siedemdziesiątych i osiemdziesiątych [44, 54, 55]. W wyniku tej analizy stwierdzono, że układ ostatecznie doznaje nieciągłego przejścia fazowego, mimo że układ sztywny tzn. bez uwzględnienia oddziaływań elastycznych wykazuje ciągłe przejście fazowe. Jednakże, stałe sprzężenia magneto-elastycznego (g_0) i entropowo-elastycznego (w_0) są zwykle bardzo małe w magnetykach, a więc przewidywana teoretycznie niestabilność układu ujawnia się dopiero bardzo blisko temperatury przemiany fazowej, tak że w dostępnym eksperymentalnie zakresie temperatur możemy traktować to przejście jako ciągłe, co doskonale zgadza się z obserwacjami doświadczalnymi. Skoro ΔH jest bardzo małe to rozsądne będzie pominięcie tego składnika w dalszych rozważaniach. Można pokazać, że nie zmienia to wyników naszej analizy w eksperymentalnie dostępnym zakresie temperatur [55]. Zatem, w dalszej analizie wykorzystywać będziemy następujący hamiltonian:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ (r_0 + k^2) |S_{\mathbf{k}}|^2 + k^2 c_{0L}^2 |Q_{\mathbf{k},\lambda}|^2 + \frac{1}{C_V^0} |q_{\mathbf{k}}|^2 \right\} + H_{int} \quad , \quad (3.9)$$

wyrażony przy pomocy składowych fourierowskich pól, gdzie $c_{0L} = \sqrt{C_{11}^0}$ to prędkość dźwięku modów podłużnych, a

$$\begin{aligned} H_{int} = & w_0 \sum_{\mathbf{k}} k Q_{\mathbf{k}} q_{-\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} (f_0 q_{\mathbf{k}} + g_0 k Q_{\mathbf{k}}) S_{\mathbf{k}_1} S_{-\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \\ & + \frac{\tilde{u}_0}{2V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} S_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}_2} S_{-\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \quad , \end{aligned} \quad (3.10)$$

to nowy hamiltonian oddziaływania. Począwszy od tego miejsca pomijać będziemy indeks „ L ” przy prędkości dźwięku, ponieważ dalsza analiza dotyczy tylko drgań podłużnych, jako że mody poprzeczne nie są sprzężone z fluktuacjami spinowymi w naszym modelu, a więc nie wykazują anomalnego zachowania w pobliżu temperatury przemiany fazowej [56].

3.2 Izotermiczna prędkość dźwięku

Przejdźmy teraz do obliczenia izotermicznej prędkości dźwięku c_{iz} . Wyznaczyć ją można ze średniej równowagowej dla podłużnych modów dźwiękowych:

$$\langle Q_{\mathbf{k}} Q_{-\mathbf{k}} \rangle = \frac{1}{c_{iz}^2 k^2} , \quad (3.11)$$

gdzie zakładamy $k \neq 0$. Średnią tą najłatwiej obliczyć dokonując najpierw separacji zmiennych w hamiltonianie:

$$\begin{aligned} q_{\mathbf{k}} &= q'_{\mathbf{k}} - w_0 k C_V^0 Q_{\mathbf{k}} - f_0 C_V^0 (S^2)_{\mathbf{k}} , \\ Q_{\mathbf{k}} &= Q'_{\mathbf{k}} - (g_0 - w_0 f_0 C_V^0) \bar{c}_0^{-2} (S^2)_{\mathbf{k}} , \end{aligned} \quad (3.12)$$

gdzie $\bar{c}_0^2 = c_0^2(1 - r^2)$ i $r^2 = w_0^2 C_V^0 c_0^{-2}$. W nowych zmiennych H przyjmuje postać

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ k^2 \bar{c}_0^2 |Q'_{\mathbf{k},\lambda}|^2 + \frac{1}{C_V^0} |q'_{\mathbf{k}}|^2 \right\} + H_{\text{ef}}^T(S) , \quad (3.13)$$

a efektywny hamiltonian spinowy ma postać Ginzburga-Landaua:

$$H_{\text{ef}}^T(S) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\mathbf{k}} (r_0 + k^2) |S_{\mathbf{k}}|^2 + \frac{u_0^T}{V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} S_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}_2} S_{-\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \right\} , \quad (3.14)$$

gdzie $u_T = \tilde{u}_0 - v_T^{\text{ph}} - v_T^{\text{q}}$, $v_T^{\text{ph}} = \bar{g}^2 \bar{c}_0^{-2}$, $\bar{g}_0 = (g_0 - w_0 f_0 C_V^0)$ oraz $v_T^{\text{q}} = f_0^2 C_V^0$. Zaniebano tutaj nieanalityczność, o której była mowa w ustępie po wzorze (3.8). Możemy teraz napisać

$$\langle Q_{\mathbf{k}} Q_{-\mathbf{k}} \rangle = \langle Q'_{\mathbf{k}} Q'_{-\mathbf{k}} \rangle + v_T^{\text{ph}} \bar{c}_0^{-2} \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^T} . \quad (3.15)$$

Indeks H_{ef}^T - przy drugiej średniej w tym wyrażeniu - oznacza, że średnia ta może być obliczona przy pomocy hamiltonianu, który nie zawiera już zmiennych elastycznych

i entropowych. Co więcej, hamiltonian ten ma dobrze znaną nam postać Ginzburga-Landaua, a więc możemy wykorzystać uzyskaną przy pomocy teorii skalowania i grupy renormalizacji wiedzę dotyczącą funkcji korelacji $\langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^T}$. Pierwsza średnia w równaniu (3.15) jest zwykłą całką gaussowską $\langle Q'_{\mathbf{k}} Q'_{-\mathbf{k}} \rangle = \bar{c}_0^{-2} k^{-2}$. Ostatecznie, ze wzorów (3.11) i (3.15) otrzymujemy proste wyrażenie na izotermiczną prędkość dźwięku

$$c_{\text{iz}}^2 = \frac{c_0^2(1 - r^2)}{1 + v_{\text{T}}^{\text{ph}} \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^T}}. \quad (3.16)$$

Możemy teraz określić zachowanie krytyczne tej statycznej wielkości. Podkreślamy słowo „statycznej” ponieważ na tym etapie rozważań, badając statykę modelu, nie ma fal propagujących, a tylko prawdopodobieństwa statycznych (równowagowych) fluktuacji elastycznych i ich funkcje korelacji. Te funkcje korelacji związane są z odpowiednimi modułami sprężystości (izotermicznymi lub adiabatycznymi), a prędkość podłużnych fal dźwiękowych została tutaj wprowadzona na mocy znanego związku [57]: $c^2 = C_{11}/\rho_0$. W wyrażeniu (3.16) musimy znać tylko zachowanie krytyczne średniej $\langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^T}$. Z teorii grupy renormalizacji [28, 7, 44] wiadomo, że w pobliżu przemiany fazowej funkcja ta skaluje się jak ciepło właściwe:

$$\langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^T(S)} \propto A t^{-\alpha} \Phi(k\xi) - B, \quad (3.17)$$

gdzie t to temperatura zredukowana, A i B – pewne stałe (zwane też amplitudami), Φ to pewna uniwersalna funkcja skalująca (zwykle przyjmujemy $\Phi(0) = 1$), ξ – długość korelacji, a α jest wykładnikiem ciepła właściwego, który w klasie uniwersalności modelu Isinga jest dodatni i równy około 0,11. W typowych eksperymentach ultradźwiękowych długość fali jest dużo większa niż długość korelacji. Możemy więc z bardzo dobrym przybliżeniem przyjąć $k\xi = 0$. Skoro α jest dodatnie to cała funkcja korelacji (3.17) rozbiega się do nieskończoności dla $k = 0$. W takim razie, mianownik we wzorze (3.16) dąży do nieskończoności, a więc izotermiczna prędkość dźwięku musi dążyć do zera w punkcie przemiany fazowej

$$c_{\text{iz}} \propto t^{\alpha/2} \searrow 0. \quad (3.18)$$

Mówimy też czasami, że izotermiczny podłużny dźwięk „mięknie” w punkcie przemiany fazowej w klasie uniwersalności modelu Isinga. W klasie uniwersalności Heisenberga, gdzie wymiar parametru porządku $n = 3$, mamy już $\alpha < 0$ i izotermiczna prędkość dźwięku pozostaje skończona w T_C .

Obserwacja eksperymentalna asymptotycznej zależności $c_{iz} \propto t^{\alpha/2}$ jest niezmiernie trudna z dwóch względów. Po pierwsze, wykładnik krytyczny prędkości dźwięku - $\alpha/2$, jest bardzo mały, rzędu 0,05, i trzeba by podejść bardzo blisko T_C by prędkość dźwięku zmieniała się znacząco. Po drugie, osobliwy składnik w mianowniku we wzorze (3.16) poprzedzony jest pewną stałą sprężenia $v_T^{\text{ph}} = (g_0 - w_0 f_0 C_V^0)^2 \bar{c}_0^{-2}$, która z kolei zależy od stałych sprężenia g_0 i w_0 . Te zaś w magnetykach są niezwykle małe (w przeciwieństwie np. do strukturalnych przejść fazowych [5]). Właśnie ten czynnik ma główny wpływ na obserwowane małe zmiany stałych elastycznych w magnetykach. Skoro v_T^{ph} jest małą wielkością, to rozwijając w szereg wyrażenie (3.16) otrzymujemy

$$c_{iz}^2 \simeq \bar{c}_0^2 - A_T t^{-\alpha}. \quad (3.19)$$

Wyrażenie to, chociaż nie jest słuszne asymptotycznie, jest bardzo dobrym przybliżeniem dla krytycznego zachowania izotermicznej prędkości dźwięku (albo stałej sprężystości C_{11}^T). Wzory (3.18) i (3.19) podane zostały niezależnie przez autora tej pracy [44, 58] oraz Denglera i Schwabla [59].

3.3 Adiatyczna prędkość dźwięku

Innymi, interesującymi wielkościami statycznymi są adiatyczne moduły sprężystości. W naszym przypadku będzie to moduł C_{11}^{ad} lub związana z nim prędkość podłużnego dźwięku c_{ad} . Z teorii fluktuacji [22] wiemy, że adiatyczna ściśliwość dana jest przez funkcję korelacji fluktuacji ciśnienia. Pole ciśnienia definiowane jest jako wielkość ortogonalna do fluktuacji entropii w tym sensie, że równowagowa funkcja korelacji iloczynu tych wielkości jest równa zeru ($\langle P_{\mathbf{k}} q_{-\mathbf{k}} \rangle = 0$). Postać hamiltonian naszego układu (3.9) przekonuje nas, że fluktuacje entropii $q_{\mathbf{k}}$ i podłużne fluktuacje elastyczne opisane zmienną $Q_{\mathbf{k}}$ nie są ortogonalne, ponieważ istnieją sprężenia między tymi wielkościami w hamiltonianie H_{int} opisującym oddziaływanie fluktuacji. Musimy więc dokonać ortogonalizacji Schmidta przyjmując za pierwszą zmienną - fluktuację entropii $q_{\mathbf{k}}$, a ortogonalną do niej fluktuację „ciśnienia” wybierając w następującej postaci

$$\mathcal{P}_{\mathbf{k}} = Q_{\mathbf{k}} - \langle Q_{\mathbf{k}} q_{-\mathbf{k}} \rangle \frac{q_{\mathbf{k}}}{\langle q_{\mathbf{k}} q_{-\mathbf{k}} \rangle}. \quad (3.20)$$

Ścisłej mówiąc, $\mathcal{P}_{\mathbf{k}}$ jest tylko proporcjonalne do fluktuacji ciśnienia. Poza tym, mamy

$$\langle \mathcal{P}_{\mathbf{k}} \mathcal{P}_{-\mathbf{k}} \rangle = \frac{1}{c_{\text{ad}}^2 k^2} = \langle Q_{\mathbf{k}} Q_{-\mathbf{k}} \rangle - \frac{\langle Q_{\mathbf{k}} q_{-\mathbf{k}} \rangle^2}{\langle q_{\mathbf{k}} q_{-\mathbf{k}} \rangle}. \quad (3.21)$$

Aby obliczyć funkcje korelacji występujące w równaniu (3.21) wygodnie jest rozdzielić zmienne $q_{\mathbf{k}}$, $Q_{\mathbf{k}}$ i $S_{\mathbf{k}}$. Najpierw dokonujemy transformacji

$$Q_{\mathbf{k}} = Q'_{\mathbf{k}} - w_0 k^{-1} c_0^{-2} q_{\mathbf{k}},$$

która rozdziela $q_{\mathbf{k}}$ i $Q_{\mathbf{k}}$ w części gaussowskiej hamiltonianu, a następnie poprzez zamianę zmiennych:

$$\begin{aligned} Q_{\mathbf{k}} &= Q''_{\mathbf{k}} - g_0 k^{-1} c_0^{-2} (S^2)_{\mathbf{k}}, \\ q_{\mathbf{k}} &= q' - (f_0 - w_0 g_0 c_0^{-2}) \bar{C}_V^0 (S^2)_{\mathbf{k}}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

separujemy w hamiltonianie q' , $Q''_{\mathbf{k}}$ od $S_{\mathbf{k}}$:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ k^2 c_0^2 |Q''_{\mathbf{k},\lambda}|^2 + \frac{1}{\bar{C}_V^0} |q'_{\mathbf{k}}|^2 \right\} + H_{\text{ef}}^{\text{ad}}(S),$$

gdzie $\bar{C}_V^0 = C_V^0 (1 - r^2)^{-1}$, a efektywny „adiabatyczny” hamiltonian spinowy ma postać

$$H_{\text{ef}}^{\text{ad}}(S) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\mathbf{k}} (r_0 + k^2) |S_{\mathbf{k}}|^2 + \frac{u_0^{\text{ad}}}{V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} S_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}_2} S_{-\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \right\}, \quad (3.23)$$

przy czym $u_0^{\text{ad}} = \tilde{u}_0 - v_{\text{ad}}^{\text{ph}} - v_{\text{ad}}^{\text{q}}$ i $v_{\text{ad}}^{\text{ph}} = g_0^2 c_0^{-2}$ oraz $v_{\text{ad}}^{\text{q}} = \bar{f}_0^2 \bar{C}_V^0$, gdzie $\bar{f}_0 = (f_0 - w_0 g_0 c_0^{-2})$. Teraz łatwo można otrzymać funkcje korelacji występujące we wzorze (3.21):

$$\langle q_{\mathbf{k}} q_{-\mathbf{k}} \rangle = \bar{C}_V^0 \left(1 + v_{\text{ad}}^{\text{q}} \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^{\text{ad}}} \right),$$

$$\langle Q_{\mathbf{k}} q_{-\mathbf{k}} \rangle = -k^{-1} w_0 c_0^{-2} \bar{C}_V^0 + k^{-1} \bar{g}_0 \bar{f}_0 \bar{C}_V^0 \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^{\text{ad}}},$$

$$\langle Q_{\mathbf{k}} Q_{-\mathbf{k}} \rangle = \bar{C}_V^0 k^{-2} + k^{-2} \bar{g}_0^2 \bar{C}_V^0 \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^{\text{ad}}}.$$

Wstawiając te wyrażenia do równania (3.21) otrzymujemy interesującą nas wielkość, jaką jest kwadrat adiatycznej prędkości dźwięku:

$$c_{\text{ad}}^2 = c_0^2 \frac{1 + v_{\text{ad}}^{\text{q}} \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^{\text{ad}}}}{1 + v_{\text{ad}}^{\text{q}} \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^{\text{ad}}}}, \quad (3.24)$$

gdzie $v_+^{\text{ad}} = v_{\text{ad}}^{\text{q}} + v_{\text{ad}}^{\text{ph}}$. Zanim zaczniemy analizować to wyrażenie warto w tym miejscu zauważyć, że efektywny hamiltonian spinowy $H_{\text{ef}}^{\text{ad}}$ różni się od hamiltonianu „izotermicznego” H_{ef}^{T} , z poprzedniego podrozdziału, tylko wartością stałej sprzężenia czterospinowego u_0 , która dla hamiltonianu „adiabatycznego” wynosi $u_0^{\text{ad}} = \tilde{u}_0 - v_{\text{ad}}^{\text{ph}} - v_{\text{ad}}^{\text{q}}$, a dla hamiltonianu „izotermicznego” $u_0^{\text{T}} = \tilde{u}_0 - v_{\text{T}}^{\text{ph}} - v_{\text{T}}^{\text{q}}$. Nieskomplikowany, aczkolwiek trochę czasochłonny rachunek pokazuje, że zachodzi następująca równość

$$v_{\text{ad}}^{\text{ph}} + v_{\text{ad}}^{\text{q}} = v_{\text{T}}^{\text{ph}} + v_{\text{T}}^{\text{q}} = \frac{f^2 - 2rf g + g^2}{1 - r^2} \equiv v_+ , \quad (3.25)$$

gdzie wprowadzono przeskalowane stałe oddziaływania $f = f_0 \sqrt{C_V^0}$, $g = g_0 c_0^{-1}$ i $r = w_0 \sqrt{C_V^0} c_0^{-1}$. A więc, $u_0^{\text{T}} = u_0^{\text{ad}} \equiv u_0$ i efektywne hamiltoniany spinowe $H_{\text{ef}}^{\text{ad}}$ i H_{ef}^{T} są identyczne, jak można było się spodziewać. Wynika z tego, że funkcja korelacji $\langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^{\text{ad}}}$ jest identyczna z omawianą wcześniej funkcją $\langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle_{H_{\text{ef}}^{\text{T}}}$ i wykazuje osobliwość typu ciepła właściwego opisaną równaniem (3.17). Wyrażenie (3.24) można zapisać w jeszcze wygodniejszej postaci:

$$c_{\text{ad}}^2 = c_0^2 \left(1 - \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+}\right) + c_0^2 \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+} \frac{1}{1 + v_+ \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle} , \quad (3.26)$$

gdzie pominięto już indeks hamiltonianu spinowego. Widać, że mamy tutaj stały składnik i poprawkę, która zanika do zera w T_C :

$$c_{\text{ad}}^2 = c_0^2 \left(1 - \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+}\right) + A_{\text{ad}} t^\alpha . \quad (3.27)$$

Amplituda krytyczna osobliwego wyrazu $A_{\text{ad}} = c_0^2 \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+^2} A^{-1}$, gdzie A jest amplitudą krytyczną ze wzoru (3.17), jest dla magnetyków bardzo mała, ponieważ $v_{\text{ad}}^{\text{ph}} \ll v_{\text{ad}}^{\text{q}} \simeq v_+$, co tłumaczy obserwowane, w pobliżu magnetycznej przemiany fazowej, względne zmiany prędkości podłużnego dźwięku rzędu jednego procenta [4]. Przypomnijmy, że izotermiczną prędkość dźwięku można było przedstawić jako

$$c_{\text{iz}}^2 \simeq c_0^2 (1 - r^2) - A_{\text{T}} t^{-\alpha} ,$$

z amplitudą krytyczną izotermicznej prędkości dźwięku:

$$A_{\text{T}} = c_0^2 (1 - r^2) v_{\text{T}}^{\text{ph}} A = (g_0 - w_0 f_0 C_V^0)^2 A .$$

Na koniec warto dodać, że wyniki przedstawione w tym podrozdziale stanowią oryginalny wkład autora tej rozprawy i opublikowane zostały we wcześniejszej pracy [60]. Przedtem sądzono, opierając się na pracy Drossel i Schwabla [61], że adiabatyčna prędkość dźwięku w magnetykach nie różni się znacząco od prędkości izotermicznej, danej wzorem (3.16). Jedynie v_T^{ph} w tym wzorze należałoby zastąpić przez $v_{\text{ad}}^{\text{ph}}$. Przyczyną uzyskania przez tych autorów innego rezultatu niż ten, jaki otrzymaliśmy w równaniu (3.26), jest odmienny wybór zmiennej ciśnienia. Drossel i Schwabl za ciśnienie przyjęli pewną zmienną, która jest ortogonalna do entropii, ale tylko w przybliżeniu gaussowskim hamiltonianu. Można łatwo pokazać, że takie ciśnienie i entropia sprzężone są pośrednio poprzez układ spinowy (oddziaływania opisane stałymi sprzężenia g_0 i f_0), co prowadzi do nieznikania funkcji korelacji ciśnienie-entropia. Skoro tak wybrana zmienna zawiera w sobie składową „entropową” to nie powinno dziwić, że jej funkcja korelacji wygląda podobnie jak ta dla izotermicznego dźwięku.

Z drugiej strony wzór (3.26) doskonale zgadza się z wynikami Pankerta i Dohma [62] dla adiabatyčnej prędkości dźwięku w pobliżu przejścia do stanu nadciekłego w ^4He . Podobne wyrażenie otrzymali również Folk i Moser [63] dla mieszanin krytycznych.

Wzór (3.26) zgodny jest również ze znaną termodynamiczną relacją:

$$\frac{\varkappa_T}{\varkappa_{\text{ad}}} = \frac{C_p}{C_V}, \quad (3.28)$$

słuszną dla cieczy, w której C_p i C_V to ciepła właściwe odpowiednio przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości, zaś $\varkappa_T = -\frac{1}{v}(\frac{\partial v}{\partial p})_T$ i $\varkappa_{\text{ad}} = -\frac{1}{v}(\frac{\partial v}{\partial p})_s$ to izotermiczna i adiabatyčna ściśliwość. Dla cieczy mamy ponadto następujący związek między ściśliwością a prędkością dźwięku: $\rho c^2 = \varkappa^{-1}$. Stąd prosty wniosek, że

$$\frac{c_{\text{ad}}^2}{c_{\text{iz}}^2} = \frac{C_p}{C_V}.$$

Wzór ten można uogólnić na przypadek izotropowych ciał stałych. Dla niezerowego wektora falowego ma on zupełnie analogiczną postać

$$\frac{C_{11}^{\text{ad}}}{C_{11}^{\text{T}}} = \frac{c_{\text{ad}}^2}{c_{\text{iz}}^2} = \frac{C_p}{C_V}, \quad (3.29)$$

gdzie c_{iz} i c_{ad} to prędkości podłużnego dźwięku (dla poprzecznego dźwięku zachodzi trywialna relacja $C_{44}^{\text{T}} = C_{44}^{\text{ad}}$, a więc i odpowiednie prędkości poprzecznego dźwięku

są sobie równe w naszym modelu). Ponieważ wiemy, że w magnetykach typu Isinga ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu jest rozbieżne (wykładnik $\alpha > 0$), zaś ciepło właściwe przy stałej objętości jest skończone [64, 55], więc aby lewa strona równania (3.29) była rozbieżna tak jak jej prawa część, c_{ad}^2 musi być skończone w T_C (przy $c_{\text{iz}}^2 \propto t^\alpha$). To jeszcze jeden dowód na to, że wyrażenie na adiabatyczną prędkość dźwięku uzyskane przez Drossel i Schwabla [61] nie jest prawidłowe.

Rozdział 4

FENOMENOLOGICZNA TEORIA POCHŁANIANIA I DYSPERSJI DŹWIEKU

Równanie ruchu opisujące elastyczne własności ośrodka izotropowego i niedysypatywnego ma prostą postać [65]:

$$\rho_0 \ddot{\mathbf{u}} = (C_{11} - C_{44}) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + C_{44} \Delta \mathbf{u} , \quad (4.1)$$

gdzie $\mathbf{u}$ jest wektorem lokalnego przemieszczenia, ρ_0 gęstością układu, a C_{11} i C_{44} znanymi już stałymi elastycznymi. Δ oznacza laplasjan. Po rozłożeniu $\mathbf{u}$ na część podłużną $\mathbf{u}_L$, dla której $\nabla \times \mathbf{u}_L = 0$, i część poprzeczną $\mathbf{u}_T$, dla której znika dywergencja ($\nabla \cdot \mathbf{u}_T = 0$), równanie (4.1) rozpada się na dwa równania falowe:

$$\rho_0 \ddot{\mathbf{u}}_L = C_{11} \Delta \mathbf{u}_L , \quad \rho_0 \ddot{\mathbf{u}}_T = C_{44} \Delta \mathbf{u}_T . \quad (4.2)$$

Rozwiązaniem każdego z tych równań jest fala płaska postaci $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$, gdzie wektor falowy $\mathbf{k}$ i częstość kołowa ω związane są równaniem dyspersji:

$$\rho_0 \omega^2 = C_{\text{ef}} k^2 , \quad (4.3)$$

gdzie C_{ef} jest efektywną stałą elastyczną dla danego modu akustycznego. Prędkość fazowa $c = \omega/k$ dla modu podłużnego wynosi $\sqrt{C_{11}/\rho_0}$, a dla dwóch modów poprzecznych $\sqrt{C_{44}/\rho_0}$. W ogólnym przypadku anizotropowego kryształu prędkość

dźwięku danego modu akustycznego dana jest podobnym wzorem: $c = \sqrt{C_{\text{ef}}/\rho_0}$, przy czym efektywny moduł elastyczny jest liniową kombinacją stałych C_{ij} .

Przejście fali ultradźwiękowej powoduje naruszenie istniejącej równowagi w ośrodku wskutek zmiany temperatury (albo ciśnienia) w fali ściśnięć i rozrzedzeń. Niech stopień równowagi molekularnej opisany będzie parametrem η zwanym też zmienną reakcji [66], który może np. odpowiadać stopniowi zaawansowania reakcji chemicznej, albo temperaturze pewnych wewnętrznych stopni swobody. Dla gazów tymi wewnętrznymi stopniami swobody mogą być rotacyjne lub wibracyjne mody drgań wieloatomowych molekuł gazu. Parametr ten nie nadąża za zmianami temperatury i ciśnienia, a równanie opisujące szybkość zmiany tej wielkości ma charakter relaksacyjny:

$$\dot{\eta} = -\frac{\eta - \bar{\eta}}{\tau}, \quad (4.4)$$

gdzie kropka oznacza pochodną czasową, a τ jest pewnym czasem relaksacji opisującym szybkość zbliżania się do wartości $\bar{\eta}(p, T)$, wyznaczonej np. przez chwilowe ciśnienie i temperaturę w fali ultradźwiękowej. Opóźnienie między wzbudzeniem danego modu a oscylacjami temperatury i ciśnienia w fali dźwiękowej prowadzi do histerezy dynamicznej i bezpośrednio z nią związanej dysypacji energii fali ultradźwiękowej oraz dyspersji.

Równanie (4.4) jest najprostszym równaniem w termodynamice procesów nieodwracalnych. Historycznie patrząc, metoda termodynamiki nierównowagowej w teorii ultradźwięków zastosowana została po raz pierwszy przez Herzfelda i Rice'a [67] w 1928 roku. Zapostulowali oni istnienie dwóch temperatur w ośrodku, przez który przechodzi fala dźwiękowa. Jedna z nich tzw. temperatura zewnętrzna określa rozkład energii translacyjnych stopni swobody cząsteczek ośrodka, a druga tzw. temperatura wewnętrzna związana jest z rozkładem energii w wewnętrznych stopniach swobody (np. rotacyjne i wibracyjne mody drgań molekuł w gazie). Herzfeld i Rice założyli następnie, że prędkość z jaką zmienia się temperatura wewnętrzna jest proporcjonalna do różnicy między tymi dwoma temperaturami, a współczynnik proporcjonalności to odwrotność pewnego czasu relaksacji, charakteryzującego szybkość dochodzenia do równowagi w wewnętrznych stopniach swobody. Autorzy ci pierwsi zauważyli, że każdy proces, w którym energia przekazywana jest z pewnym opóźnieniem z translacyjnego modu ruchu (jakim jest fala dźwiękowa) do innych tzw. wewnętrznych modów, powoduje dysypację energii akustycznej tzn. pochłanianie fali

dźwiękowej. W każdym przypadku prowadzi to do zespolonej, zależnej od częstości stałej elastycznej (a więc i prędkości dźwięku) w równaniu dyspersji: $\rho_0\omega^2 = \hat{C}_{\text{ef}}k^2$, gdzie w przypadku pojedynczego procesu relaksacji

$$\hat{C}_{\text{ef}} = C_{\text{ef}}^\infty - \frac{\Delta'}{1 - i\omega\tau} . \quad (4.5)$$

Stała C_{ef}^∞ odpowiada granicy wysokich częstotliwości, przy których zmienna reakcji nie nadąża za zmianami naprężenia. τ jest czasem relaksacji, a Δ' - parametrem opisującym siłę sprzężenia, nazywanym też siłą relaksacji albo też wagą procesu relaksacyjnego. W eksperymentach ultradźwiękowych częstość ω jest rzeczywista, a wektor propagacji $k = k_r + i\alpha$ przyjmuje wartość zespoloną, gdzie α jest współczynnikiem pochłaniania dźwięku. Widzimy więc, że pojedynczy proces relaksacyjny prowadzi do zależnej od częstości prędkości dźwięku

$$c^2(\omega) = \frac{\omega^2}{k_r^2} = c_\infty^2 - \frac{\Delta}{1 + \omega^2\tau^2} = c^2(0) + \frac{\Delta\omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (4.6)$$

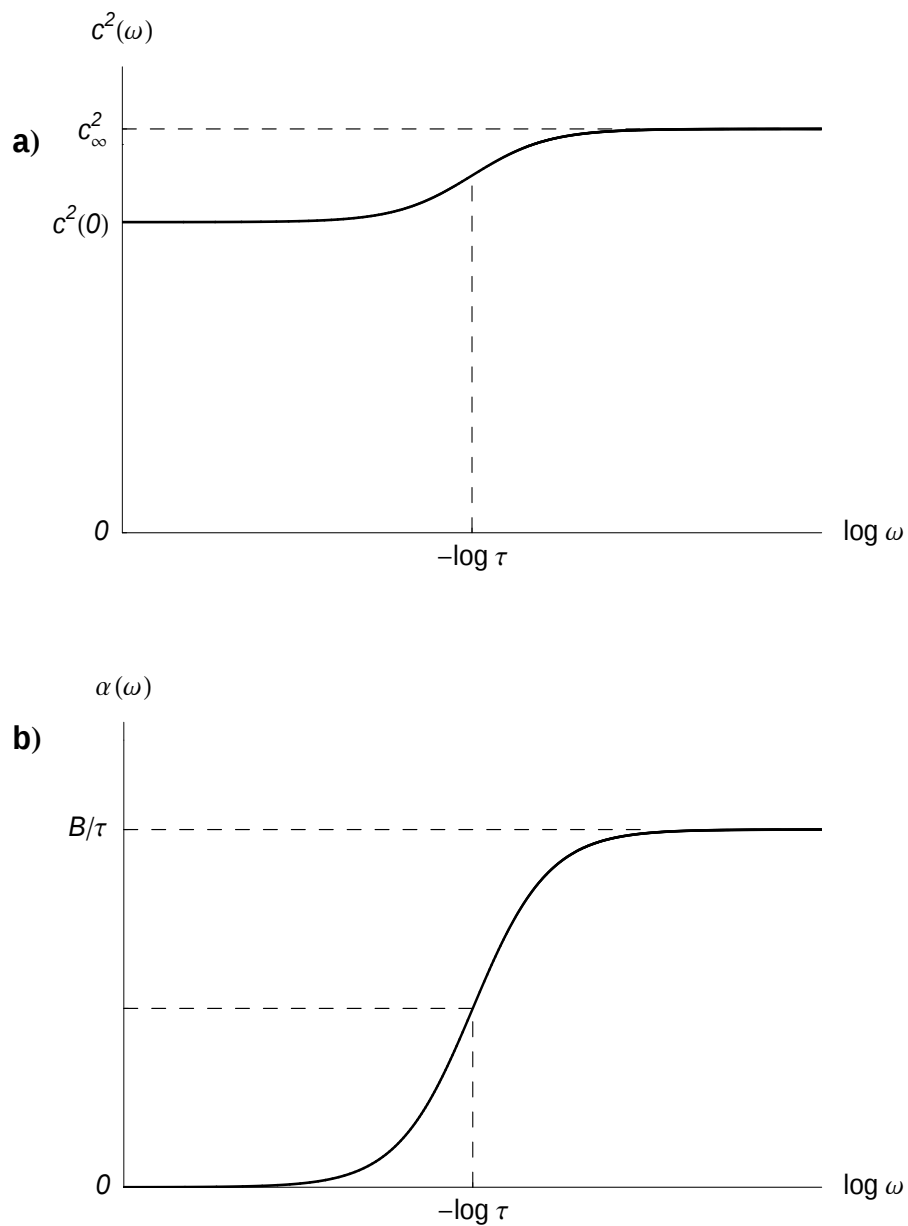
i pochłaniania dźwięku

$$\alpha(\omega) = \frac{\Delta}{2c_\infty^3} \frac{\omega^2\tau}{1 + \omega^2\tau^2} = B \frac{\omega^2\tau}{1 + \omega^2\tau^2} , \quad (4.7)$$

gdzie $c_\infty = \sqrt{C_{\text{ef}}^\infty/\rho_0}$ jest prędkością dźwięku w granicy $\omega \rightarrow \infty$, $\Delta = \Delta'/\rho_0$ i $B = \Delta/2c_\infty^3$. Założono tutaj, że zależność prędkości dźwięku od ω jest słaba. Funkcje $c^2(\omega)$ i $\alpha(\omega)$ pokazano na rysunku (4.1) przyjmując logarytmiczną skalę częstości. Zauważmy, że prędkość dźwięku wzrasta od wartości $c(0)$, dla $\omega\tau = 0$, do wartości c_∞ , dla $\omega\tau \rightarrow \infty$. Zero-częstotliwościowa prędkość $c(0)$ odpowiada takiej propagacji fali dźwiękowej, w której ciśnienie i temperatura zmieniają się na tyle wolno, że układ pozostaje cały czas w stanie równowagi termodynamicznej (zmienna reakcji ma tą samą fazę co przyłożone ciśnienie). Współczynnik pochłaniania dźwięku $\alpha(\omega)$ rośnie wraz z ω od zera, dla niskich częstości, do wartości „nasycenia” równej B/τ , dla bardzo wysokich częstości. Dalej już niewiele się zmienia. W obszarze niskich częstości $\omega\tau \ll 1$ współczynnik pochłaniania jest proporcjonalny do kwadratu częstości i czasu relaksacji: $\alpha(\omega) = B \omega^2\tau$. Najszybszy wzrost obserwujemy w okolicy $\omega \sim \tau^{-1}$.

Dla wielu procesów relaksacyjnych, o czasach relaksacji τ_j i wagach Δ_j , wyrażenia (4.6) i (4.7) przechodzą w:

$$c^2(\omega) = c_\infty^2 - \sum_j \frac{\Delta_j}{1 + \omega^2\tau_j^2} \quad (4.8)$$

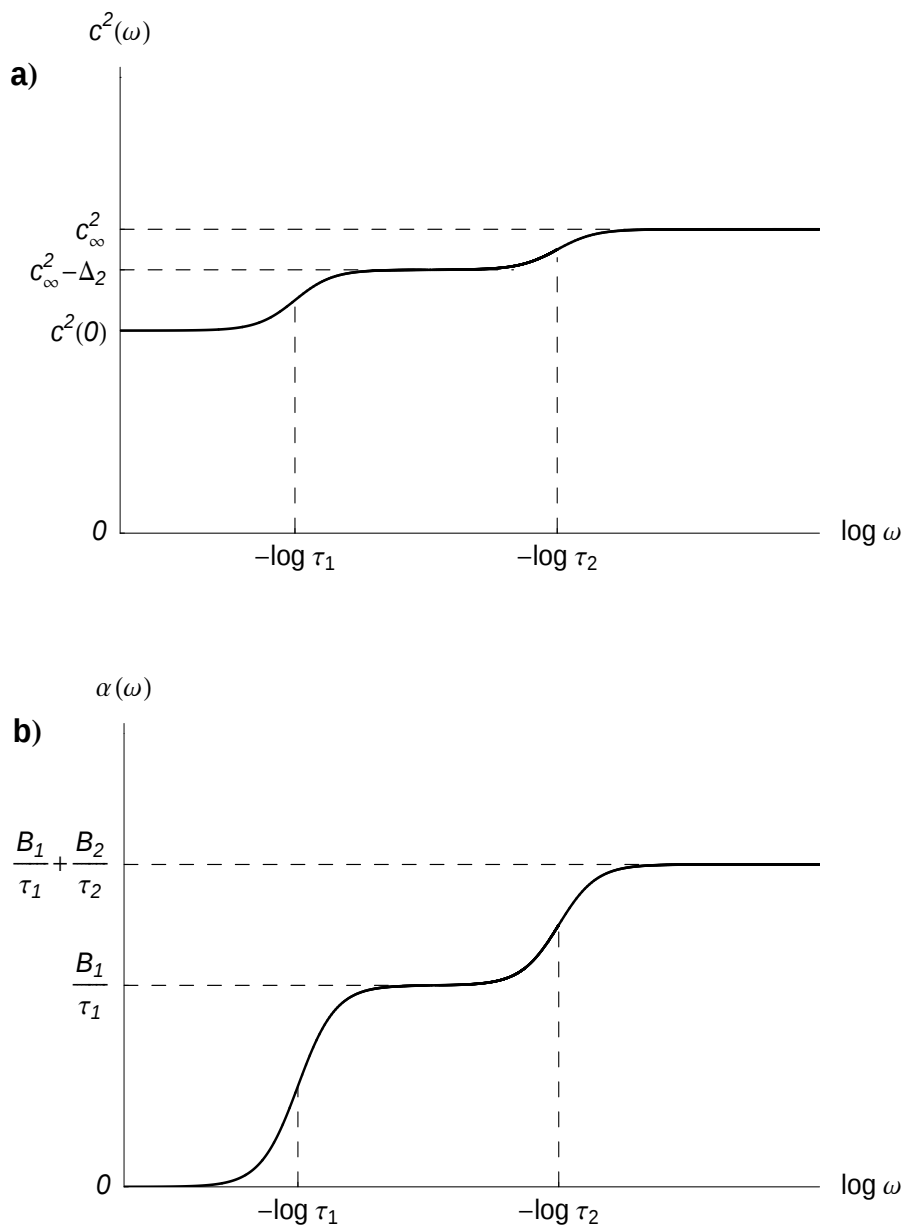


Rys. 4.1. Prędkość i współczynnik pochłaniania dźwięku dla pojedynczego procesu relaksacji. $c^2(0) = c_\infty^2 - \Delta$, $\alpha(\infty) = B/\tau$.

oraz

$$\alpha(\omega) = \omega^2 \sum_j \frac{B_j \tau_j}{1 + \omega^2 \tau_j^2} . \quad (4.9)$$

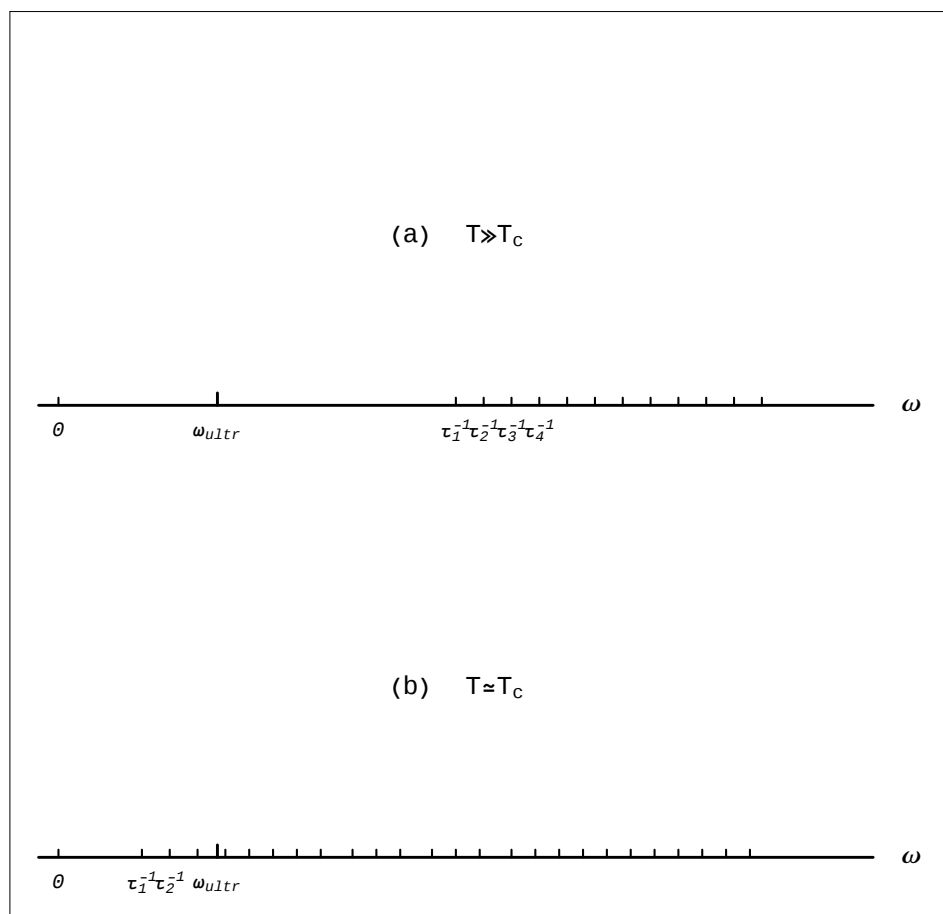
Na rysunku (4.2) przedstawiono zależności $c^2(\omega)$ i $\alpha(\omega)$ dla dwóch procesów relaksacyjnych o czasach relaksacji τ_1 i τ_2 . W teorii klasycznej procesy relaksacyjne nie oddziałują ze sobą. Gdy czasy relaksacji są dobrze od siebie oddzielone, widzimy



Rys. 4.2. Prędkość i współczynnik pochłaniania dźwięku dla dwóch procesów relaksacji o czasach relaksacji τ_1 i τ_2 .

na obydwu wykresach coś na kształt schodów (o lekko zaokrąglonych stopniach). Wysokość j -tego „stopnia” tych „schodów” to Δ_j , dla $c^2(\omega)$, i $\Delta_j/2c_\infty^3\tau_j$, dla $\alpha(\omega)$.

W przypadku magnetycznych przejść fazowych mamy jakby „continuum” tych czasów relaksacji. Pochodzą one od wewnętrznych stopni swobody jakimi są pewne konfiguracje magnetyczne, a dokładnie składowe fourierowskie lokalnego parametru porządku (np. dla ferromagnetyka parametrem porządku jest lokalne namagnesowanie). Ich czasy relaksacji normalnie, tzn. z dala od punktu krytycznego, są bar-



Rys. 4.3. Wpływ krytycznego spowolnienia na zmianę odwrotności czasów relaksacji parametru porządku.

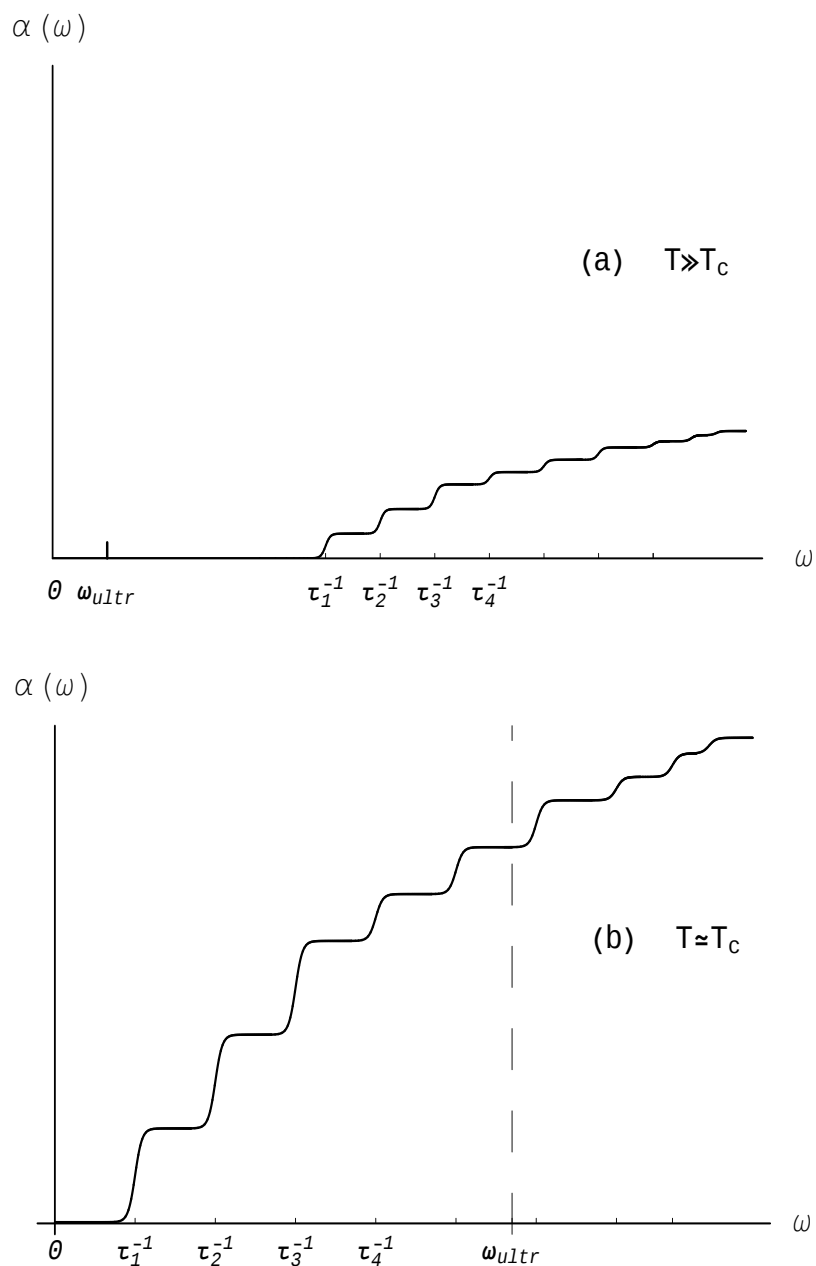
dzo krótkie rzędu 10^{-12} s, czyli ich odwrotności są dużo większe niż częstotliwości ultradźwięków używanych w ciele stałym. Przypomnijmy, że w ciele stałym typowe częstotliwości fal ultradźwiękowych zawierają się w przedziale 1-1000 MHz. Dzięki krytycznemu spowolnieniu w pobliżu punktu krytycznego te czasy relaksacji stają

się bardzo długie i niektóre z nich zaczynają być porównywalne z okresem drgań fali ultradźwiękowej. Najdłuższy z nich rozbiega się nawet do nieskończoności w punkcie krytycznym. Przedstawiono to obrazowo na rysunku (4.3). Co więcej również wagi Δ_j (tak naprawdę zmienna j numerująca procesy relaksacyjne jest tu kwazi-ciągła, jako że jest to wektor falowy) procesów relaksacyjnych są również osobliwe w pobliżu T_C . Można się o tym przekonać rozpatrując np. wkład do elastycznej funkcji reakcji liniowej w przybliżeniu gaussowskich (nieoddziałujących) fluktuacji parametru porządku [68].

Przybliżenie to daje następujące wyrażenie dla zespolonej prędkości dźwięku

$$\hat{c}^2(\omega) = c_\infty^2 - g^2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(\xi^{-2} + p^2)^2 [1 - i\omega\tau(p)]}, \quad (4.10)$$

gdzie $\tau(p) = [2\Gamma(\xi^{-2} + p^2)]^{-1}$ jest czasem relaksacji iloczynu dwóch fluktuacji spinowych: $S_{\mathbf{p}}S_{-\mathbf{p}}$, a całkowanie przebiega po wektorach falowych wewnątrz kuli $|\mathbf{p}| \leq \Lambda$. g^2 i Γ to pewne stałe, a Λ jest tzw. wektorem odcinającym (cutoff wave-vector), zaś $\xi^{-2} \propto T - T_C$ w przybliżeniu gaussowskich fluktuacji. Z równania (4.10) widać, że sumowaniu po j w równaniach (4.8) i (4.9) odpowiada całkowanie po wektorze falowym $\mathbf{p}$, wagom procesów relaksacyjnych Δ_j odpowiada $(\xi^{-2} + p^2)^{-2}$, co jest niczym innym jak odpowiednim wkładem do ciepła właściwego (w przybliżeniu gaussowskim) [27]. Oczywiście jest też odwzorowanie $\tau_j \longleftrightarrow \tau(p)$, a więc równanie (4.10) odpowiada, zapisanym w postaci ciągłej (i zespolonej), równaniom (4.8) i (4.9). Z wyrażenia na $\tau(p)$ wnioskujemy, że przy $T \rightarrow T_C$ ($\xi \rightarrow \infty$) czasy relaksacji dla najmniejszych wektorów falowych rozbiegać się będą z grubsza jak ξ^2 , czyli dość silnie. I to jest właśnie głównym źródłem bardzo znacznego wzrostu współczynnika pochłaniania w tzw. obszarze hydrodynamicznym, tzn. w obszarze, gdzie $\omega\tau(p) \ll 1$ dla każdego wektora falowego $\mathbf{p}$. Wtedy oczywiście $\alpha(\omega) \propto \int_{\mathbf{p}} \Delta(p)\tau(p)$ i pochłanianie dźwięku nieograniczenie rośnie wraz ze zbliżaniem się do punktu krytycznego. Dopiero wtedy, gdy najwolniejsze mody przejdą w stan „nasycenia”, zaczyna się stopniowe zaokrąglanie (nasycanie) krzywej współczynnika pochłaniania dźwięku. Odpowiada to na rysunku (4.4) przejściu na lewą stronę, względem częstości fali ultradźwiękowej ω_{ultr} , „stopni” odpowiadających czasom relaksacji, dla których $\omega_{ultr}\tau(p) > 1$. Nie wszystkie jednak „stopnie” mogą znaleźć się po lewej stronie ω_{ultr} , ponieważ czasy relaksacji $\tau(p)$ zależą nie tylko od temperatury (poprzez ξ^2), ale również od kwadratu wektora falowego, który nie zmienia się przy

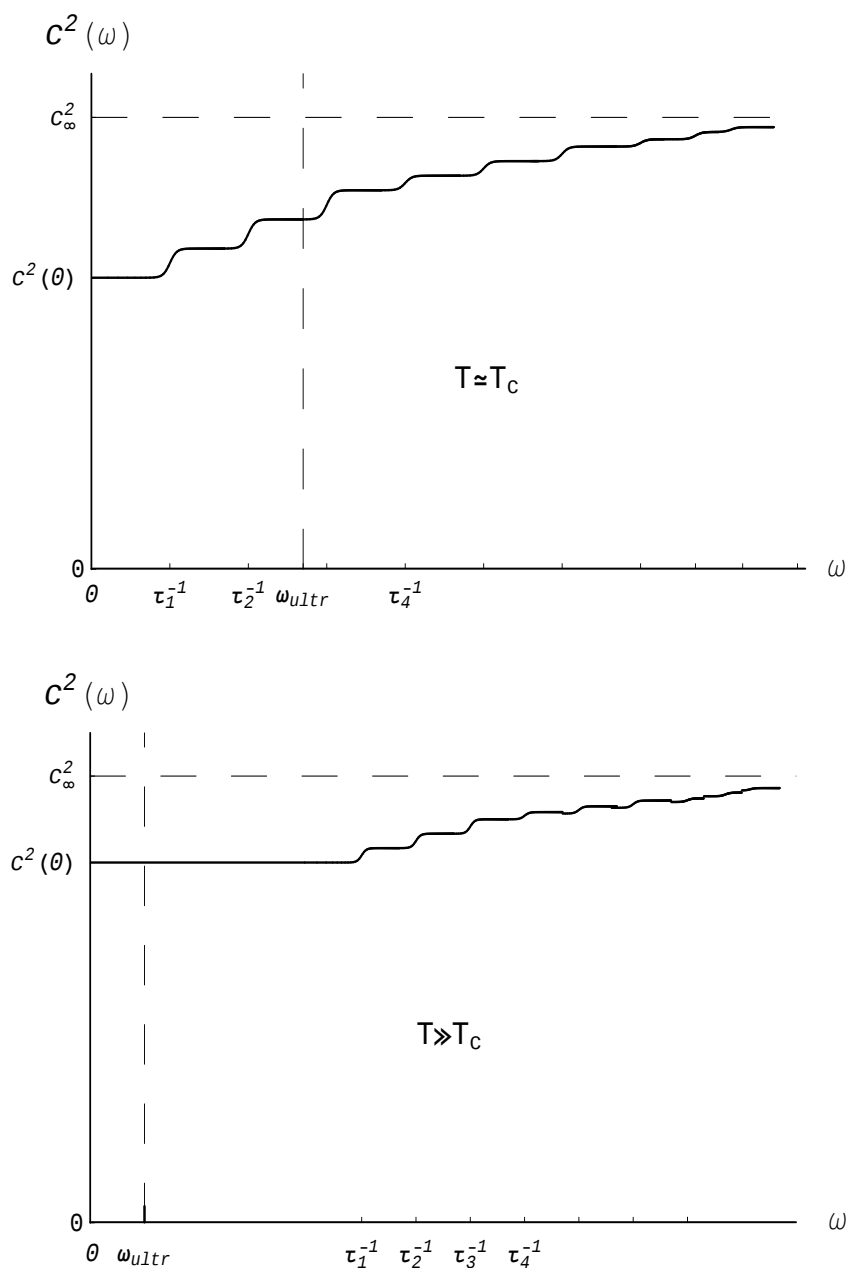


Rys. 4.4. Poglądowy wykres przedstawiający zmianę współczynnika pochłaniania dźwięku przy zbliżaniu się do temperatury przemiany fazowej.

$T \rightarrow T_C$. Dla $p^2 > \xi^{-2}$ czas relaksacji $\tau(p)$ jest mało czuły (podobnie jak waga $\Delta(p)$) na zbliżanie się do punktu krytycznego. Przejście najwolniejszych (a zarazem

dających największy wkład do $\alpha(\omega, T)$) modów w stan nasycenia i coraz mniejsza „czułość” pozostałych modów powoduje ostateczne ustabilizowanie się współczynnika pochłaniania dźwięku.

Dla prędkości dźwięku w obszarze hydrodynamicznym: $c^2(\omega) = c_\infty^2 - \int_{\mathbf{p}} \Delta(p)$. Obserwujemy więc tutaj słabszą osobliwość ze względu na to, że jak pokazują proste rachunki, całka $\int_{\mathbf{p}} \Delta(p)$ jest znacznie mniej osobliwa niż odpowiednia całka $\int_{\mathbf{p}} \Delta(p)\tau(p)$ dla współczynnika pochłaniania. Jak już tutaj wspomniano jest to słaba osobliwość typu osobliwości ciepła właściwego. W miarę zbliżania się do T_C część modów przechodzi w stan „nasycenia”. Ilustruje to rysunek (4.5). Na pierwszy rzut oka wydawać by się mogło, że w miarę zbliżania się do T_C prędkość dźwięku powinna rosnąć (dla ustalonej częstotliwości) bo do $c^2(0)$ dodajemy coraz więcej „stopni” od modów w stanie nasycenia ($\omega_{ultr}\tau(p) > 1$). Tak nie jest, ponieważ wzór (4.6) mówi nam tylko jak zmienia się $c^2(\omega)$ względem c_∞^2 lub $c^2(0)$. Nie daje natomiast żadnych wskazówek odnośnie zależności temperaturowej tych parametrów. Aby tę zależność poznać musimy się odwołać do innych źródeł. I tak, wiemy, że zero-częstotliwościowa prędkość dźwięku odpowiada wielkości równowagowej, którą dyskutowano w rozdziale trzecim. Widzieliśmy tam, że jest to wielkość osobliwa. $c^2(0)$ maleje w miarę zbliżania się do T_C , nie jest to zatem dobry „poziom odniesienia” dla mierzenia zmian $c^2(\omega, T)$ w pobliżu punktu krytycznego. Takim dobrym poziomem okazuje się c_∞^2 . Jest to wielkość odpowiadająca granicy nieskończonej częstotliwości i jak podpowiada nam teoria skalowania oraz eksperyment jest to wielkość mierzona z dala od punktu krytycznego, dla którego $\xi^{-1} = k = \omega = 0$, a więc nie powinny ujawniać się w jej zachowaniu temperaturowym silne fluktuacje krytyczne związane z definicji z małymi wektorami falowymi i niskimi częstotliwościami. Z tego względu c_∞^2 nie zależy silnie od temperatury i z dobrym przybliżeniem można przyjąć, że w pobliżu punktu krytycznego jest to stała wielkość. Gdy już rozstrzygniemy, że to c_∞^2 , a nie $c^2(0)$, jest stałą, prawie niezależną od temperatury wielkością, to widzimy też, że prędkość dźwięku może tylko maleć wraz z $T \rightarrow T_C$. Oczywiście tutaj znów, tak jak dla współczynnika pochłaniania dźwięku, ten spadek spowolniony zostaje ostatecznie, przy zbliżaniu się do T_C , przez przejście najwolniejszych modów w stan nasycenia i małą „czułość” modów o dużych wektorach falowych. Im większe ω_{ultr} , tym więcej modów będzie w stanie nasycenia, czyli prędkość dźwięku rośnie wraz z ω , i odwrotnie: minimum w zależności temperaturowej $c^2(T)$ będzie tym większe im



Rys. 4.5. Zmiana prędkości dźwięku przy zbliżaniu się do temperatury przemiany fazowej.

niższa będzie częstotliwość fali ultradźwiękowej.

Przedstawiona tutaj teoria fenomenologiczna ma tylko charakter poglądowy. Żeby ją uściślić musielibyśmy znać dokładną zależność $\tau(p, T)$ oraz $\Delta(p, T)$. Ukrytym,

a jednocześnie bardzo ważnym założeniem, leżącym u podstaw tej teorii, jest hipoteza o nieoddziałujących procesach relaksacyjnych (nieoddziałujących modach). Skądinąd wiadomo [2, 3], że to właśnie oddziaływania międzymodowe odpowiedzialne są za nietrywialne osobliwości wielu wielkości fizycznych i zaniedbanie tych oddziaływań prowadzi przeważnie do błędnych wyników. Potrzebujemy więc bardziej wyrafinowanej teorii zjawisk dynamicznych, aby podać dokładną postać analityczną współczynnika pochłaniania i dyspersji dźwięku. Teorię tą przedstawimy w następnym rozdziale.

Rozdział 5

KRYTYCZNA PROPAGACJA DŹWIĘKU

Opisany w poprzednim rozdziale fenomenologiczny mechanizm pochłaniania i dyspersji dźwięku może mieć co najwyżej pogładowy charakter, gdyż po pierwsze, nie znamy dokładnie „spektrum” czasów relaksacji, a po drugie, mody (procesy relaksacyjne) w pobliżu punktu krytycznego silnie ze sobą oddziałują, nie mogą więc być traktowane jako niezależne. By przedstawić szczegółową teorię propagacji ultradźwięku w pobliżu przemiany fazowej, potrzebne są nam równania ruchu. W badaniach dynamiki krytycznej przyjęło się podejście fenomenologiczno-hydrodynamiczne opierające zbiorem nieliniowych równań Langevina opisujących tzw. istotne (powolne) zmienne. Oczywiście, wybór „istotnych” zmiennych zależy przede wszystkim od typu układu jaki chcemy poddać analizie statystycznej (np. czy jest to ferromagnetyk czy antyferromagnetyk, układ izotropowy czy anizotropowy itp.) oraz od wielkości fizycznych, które chcemy określić. Zależy on ponadto od zakresu częstotliwości (skali czasowej w jakiej rozpatrujemy układ). W praktyce dla każdej dynamicznej klasy uniwersalności potrzebny jest inny układ równań. Na szczęście niektóre aspekty krytycznego pochłaniania dźwięku, opisane w tej pracy, można niemal automatycznie uogólnić na wszystkie dynamiczne klasy uniwersalności magnetyków. W rozdziale tym omówimy szczegółowo równania ruchu odnoszące się do dwóch klas uniwersalności, prototypami których są modele A i C wprowadzone w rozdziale drugim.

5.1 Model anizotropowego magnetyka uwzględniający relaksację spin-sieć

Jak już wspomniano we Wstępie, w izolatorach magnetycznych obserwujemy słabą rozbieżność współczynnika pochłaniania dźwięku. Wykładnik charakteryzujący początkowy wzrost $\alpha(\omega, T)$ (w obszarze hydrodynamicznym) jest przeważnie bardzo mały - rzędu 0,2. Skłoniło to Kawasakiego [69] do postawienia hipotezy, że pochłanianie dźwięku w tych materiałach powstaje wskutek liniowego sprzężenia podłużnego modu akustycznego z gęstością energii. To, plus założenie, że fluktuacje energii magnetycznej (spinowej) zanikają wskutek relaksacji spin-sieć, pozwoliło Kawasakiemu wyrazić współczynnik pochłaniania dźwięku jako wielkość proporcjonalną do kwadratu ciepła właściwego: $\alpha(\omega, T) \propto \omega^2 C^2 \propto \omega^2 t^{-2\alpha}$.

Z drugiej strony, w drugiej grupie magnetyków - w magnetycznych przewodnikach - takich jak. np. ziemie rzadkie, obserwowano dużo silniejszy wzrost $\alpha(\omega, T)$ przy $T \rightarrow T_c$, z charakterystycznym wykładnikiem krytycznym $\rho_s > 1$ [70, 71, 72]. Dość szybko ustalono [73], że za taką silną osobliwość współczynnika pochłaniania dźwięku w metalach odpowiada sprzężenie podłużnego modu dźwiękowego z dwoma fluktuacjami parametru porządku. Mikroskopowo obydwie te oddziaływania powstają wskutek zależności całki wymiany od odległości między spinami. Wtedy, gdy liczą się tylko oddziaływania między najbliższymi sąsiadami (jak np. w niektórych izolatorach), można hamiltonian oddziaływania z dobrym przybliżeniem zapisać jako iloczyn gęstości energii spinowej (energii wymiany) i izotropowego odkształcenia $e_{\alpha\alpha}(\mathbf{x})$, zaś dla układów, w których liczą się również dalsi sąsiedzi, tylko część tego oddziaływania proporcjonalna jest do energii spinowej. Pozostałą część, po zaniedbaniu nieistotnych wyrazów, aproksymować można oddziaływaniem typu $g_0 \sum_{\alpha} \int e_{\alpha\alpha} S^2$. Warto tutaj zaznaczyć, że nie rozważamy w tej pracy magneto-elastycznych sprzężeń łamiących symetrię typu: $\sum_{\alpha\beta} \int e_{\alpha\beta} S_{\alpha} S_{\beta}$, dla $\alpha \neq \beta$ [58, 74, 75]. Po pierwsze, pojawiają się one w układach, dla których $n > 1$, a po drugie, mimo że sprzężenia te mogą mieć dominujący wpływ na współczynnik pochłaniania i prędkość dźwięku w strukturalnych przemianach fazowych, to w zdecydowanej większości magnetyków są one zaniedbywalnie małe.

Po odkryciu dynamicznej grupy renormalizacji wiadomo było, że pierwsza z tych

teorii - teoria fenomenologiczna Kawasakiego - nie może być prawdziwa w obszarze asymptotycznym (bardzo blisko T_c), ponieważ analiza modeli [36, 37], w których parametr porządku związany jest liniowo z gęstością energii, pokazała, że wykładnik charakteryzujący krytyczne spowolnienie czasu relaksacji energii - $z^{(E)}$ - jest taki sam, w obszarze asymptotycznym, jak wykładnik krytyczny z - charakteryzujący zanik fluktuacji parametru porządku. Nie powinno być więc różnicy między metalem a izolatorem w obszarze asymptotycznym, gdzie zachowanie układu zdominowane jest przez silne fluktuacje parametru porządku.

W celu wyjaśnienia tych kontrowersji i zbudowania ogólnej teorii krytycznej propagacji dźwięku w magnetykach zaproponowano następujący model, uwzględniający obydwie typy sprzężeń [76]. Hamiltonian zawierający wszystkie istotne sprzężenia jest taki sam jak w równaniu (3.3), natomiast dynamika zdefiniowana jest przy pomocy następujących równań Langevina:

$$\dot{S}_{\mathbf{k}} = -\Gamma \frac{\delta H}{\delta S_{-\mathbf{k}}} + \xi_{\mathbf{k}} , \quad (5.1)$$

$$\ddot{Q}_{\mathbf{k}} = -\frac{\delta H}{\delta Q_{-\mathbf{k}}} - \Theta k^2 \dot{Q}_{\mathbf{k}} + \eta_{\mathbf{k}} , \quad (5.2)$$

$$\dot{q}_{\mathbf{k}} = -\gamma \frac{\delta H}{\delta q_{-\mathbf{k}}} + \varphi_{\mathbf{k}} , \quad (5.3)$$

gdzie $S_{\mathbf{k}}$, $Q_{\mathbf{k}}$ i $q_{\mathbf{k}}$ oznaczają, podobnie jak w rozdziale trzecim, składowe fourierowskie: parametru porządku, współrzędnej modu podłużnego i entropii na jednostkę masy. Jednak teraz $q_{\mathbf{k}}$ oznacza fluktuacje entropii w samym tylko układzie spinowym. $\xi_{\mathbf{k}}$, $\eta_{\mathbf{k}}$ i $\varphi_{\mathbf{k}}$ to białe szumy gaussowskie, które symulują wpływ pobudzenia termicznego. Mają one zerowe średnie, a ich wariancje związane są z tzw. „gołymi” (ang. bare) współczynnikami tłumienia Γ , Θk^2 i γ przy pomocy relacji Einsteina:

$$\langle \xi_{\mathbf{k}}(t) \xi_{-\mathbf{k}}(t') \rangle = 2\Gamma \delta(t - t') , \quad (5.4)$$

$$\langle \eta_{\mathbf{k}}(t) \eta_{-\mathbf{k}}(t') \rangle = 2\Theta k^2 \delta(t - t') , \quad (5.5)$$

$$\langle \varphi_{\mathbf{k}}(t) \varphi_{-\mathbf{k}}(t') \rangle = 2\gamma \delta(t - t') , \quad (5.6)$$

gdzie tutaj t , jak łatwo się domyślić, oznacza czas, a nie temperaturę zredukowaną (niestety przyjęło się oznaczać obydwie te wielkości tą samą literą; z kontekstu wynika zwykle jednoznacznie, o którą z nich chodzi). Równanie (5.1) opisuje relaksację parametru porządku, który w tym przypadku jest wielkością niezachowawczą, tzn.

całka po całej przestrzeni z $S(\mathbf{x})$ nie zachowuje się w czasie. Równanie to opisuje klasę uniwersalności znaną jako model A [3]. Należą do niej między innymi anizotropowe magnetyki. Równanie (5.2) opisuje podłużny mod dźwiękowy, a współczynnik tłumienia Θk^2 pochodzi od wszystkich innych (niekrytycznych) procesów z wyjątkiem oddziaływań z długofalowymi fluktuacjami parametru porządku. Można pokazać, że dodanie tego równania nie zmienia czasowego wykładnika krytycznego z (ani wykładników statycznych), nie zmienia więc dynamicznej klasy uniwersalności. Nie zmienia jej również dodanie równania (5.3), które opisuje niezachowawczą wielkość $q(\mathbf{x})$. Szybkość relaksacji spin-sieć przy zaniedbaniu oddziaływań w hamiltonianie równa jest γ / C_V^0 . W równaniu (5.3) zaniedbano przewodnictwo cieplne. Tym zjawiskiem zajmiemy się bardziej szczegółowo w następnym podrozdziale. Równania (5.3) opisuje wyidealizowaną sytuację, w której sieć ma albo nieskończoną pojemność cieplną, albo nieskończoną przewodność cieplną.

Istnieje kilka sposobów skonstruowania rachunku zaburzeń w takim dynamicznym modelu. Jednym z najczęściej spotykanych jest tzw. funkcjonalna reprezentacja równań ruchu, operująca tzw. funkcjonalem Onsagera-Machlupa [77], pozwalającym określić prawdopodobieństwo całej trajektorii $\{S_{\mathbf{k}}, Q_k, q_{\mathbf{k}}\}_{t \in [-t_0, t_0]}$ w pewnym przedziale czasu.

5.1.1 Funkcjonalna reprezentacja równań ruchu

Na chwilę zapomnijmy o polach Q i q jak i indeksach $\mathbf{k}$. Proces stochastyczny, np. $\xi(t)$, charakteryzuje się przez zbiór gęstości prawdopodobieństw

$$\begin{aligned} &P_1(\xi_1, t_1) , \\ &P_2(\xi_1, t_1; \xi_2, t_2) , \\ &\dots\dots\dots \\ &P_n(\xi_1, t_1; \xi_2, t_2, \dots, \xi_n, t_n) , \end{aligned}$$

posiadających sens prawdopodobieństwa znalezienia układu w stanie ξ_1 w chwili t_1 , ξ_2 w czasie t_2 itd. Gęstość prawdopodobieństwa dla całej trajektorii otrzymuje się z tej hierarchii rozkładów w granicy, gdy różnice między kolejnymi czasami dążą do zera. W tej granicy otrzymujemy funkcjonal gęstości prawdopodobieństwa $P_\infty[\xi]$ dla trajektorii $\{\xi(t)\}_{t \in [-t_0, t_0]}$ jako funkcję nieskończenie wielu zmiennych $\xi(t)$, dla

wszystkich czasów w danym przedziale czasowym. Dla szumu gaussowskiego ma on postać

$$\begin{aligned} P_\infty[\xi]\mathcal{D}\xi &= \frac{1}{Z} \exp \left\{ - \int_{-t_0}^{t_0} dt \left[\frac{\xi^2(t)}{4\Gamma} \right] \right\} \mathcal{D}\xi \equiv \\ &\equiv \frac{1}{Z} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \exp \left\{ - \sum_{\sigma} \Delta t \left[\frac{\xi_{\sigma}^2}{4\Gamma} \right] \right\} \prod_{\sigma=0}^N \left(\frac{\Delta t}{4\Gamma} \right)^{\frac{1}{2}} d\xi_{\sigma} , \end{aligned} \quad (5.7)$$

gdzie podzieliliśmy odcinek czasowy $[-t_0, t_0]$ na $N = 2t_0/\Delta t$ mniejszych odcinków, przy czym $\xi_{\sigma} = \xi(-t_0 + \sigma\Delta t)$, a Z jest czynnikiem normującym. Druga część tego wzoru definiuje nam różniczkę funkcjonalną $\mathcal{D}\xi$. $P_\infty[\xi]\mathcal{D}\xi$ możemy interpretować jako prawdopodobieństwo tego, że trajektoria przechodzi przez nieskończony zbiór okienek w czasach $t_{\sigma} = -t_0 + \sigma\Delta t$ o szerokości $d\xi_{\sigma}$.

Ponieważ szukamy średnich czy też funkcji korelacji zależnych od S , a nie od ξ , wygodniej byłoby mieć funkcjonal $P_\infty[S]$, od trajektorii $\{S(t)\}_{t \in [-t_0, t_0]}$, niż $P_\infty[\xi]$. Transformacją, która pozwala nam przejść od jednego funkcjonału do drugiego jest równanie ruchu (5.1). Pisząc je w postaci różnicowej mamy,

$$\frac{1}{\Delta t} (S_{\sigma} - S_{\sigma-1}) + \Gamma \frac{\delta H}{\delta S_{\sigma}} = \xi_{\sigma} , \quad (5.8)$$

a stąd eliminujemy ξ_{σ} , otrzymując:

$$P_\infty[S] = \frac{1}{Z} \exp \left\{ - \int_{-t_0}^{t_0} dt \left[\frac{|\dot{S} + \Gamma \frac{\delta H}{\delta S}|^2}{4\Gamma} \right] \right\} , \quad (5.9)$$

gdzie pominięto Jakobian tej transformacji, równy $\frac{1}{2}\Gamma \frac{\delta^2 H}{\delta S^2}$, ponieważ w rachunku zaburzeń kompensowany jest on przez odpowiednie diagramy (tzw. diagramy akazualne), które zwykle też pomijamy [77, 78, 80]. Wykładnik w tym wyrażeniu nazywany jest funkcjonałem Onsagera-Machlupa. Jego forma kwadratowa jest dość uciążliwa z dwóch powodów. Po pierwsze, występują w nim sprzężenia nieliniowe wysokiego rzędu (szóstego, gdy hamiltonian zawiera oddziaływania typu uS^4). Po drugie, współczynniki tłumienia mogą być czasami zależne do wektora falowego, jak np. dla wielkości zachowawczych, $\Gamma \rightarrow Dk^2$, a więc wykładnik równania (5.9) staje się osobliwy przy $k \rightarrow 0$. Aby usunąć te dolegliwości wykonujemy transformację gaussowską

$$P_\infty[S] = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}[\tilde{S}] \exp \mathcal{J}\{\tilde{S}, S\} , \quad (5.10)$$

gdzie pojawia się nowy funkcjonal, tzw. funkcjonal dynamiczny (czasami zwany funkcjonalem działania)

$$\mathcal{J}\{\tilde{S}, S\} = \int_{-t_0}^{t_0} dt \mathcal{L}(\tilde{S}, S) = \int_{-t_0}^{t_0} dt \left[\tilde{S} \Gamma \tilde{S} - \tilde{S} \left(\dot{S} + \Gamma \frac{\delta H}{\delta S} \right) \right] , \quad (5.11)$$

zaś

$$\mathcal{D}[i\tilde{S}] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \prod_{\sigma=0}^N \left(\frac{\Delta t}{4\Gamma} \right)^{\frac{1}{2}} d(i\tilde{S}_\sigma) .$$

Przez analogię z kwantową teorią pola, funkcję $\mathcal{L}(\tilde{S}, S)$ nazywa się lagrangianem. Wprowadziliśmy tutaj pomocnicze - czysto urojone pole $\tilde{S}$ - zwane też polem reakcji. Jeśli zewnętrzne pole wchodzi do hamiltonianu jako wyraz hS , to w $\mathcal{L}$ pojawia się ono w postaci wyrazu: $\Gamma h \tilde{S}$. Tak więc, funkcja reakcji liniowej, która jest pochodną średniej z S po polu zewnętrznym, wyraża się następująco:

$$\frac{\delta \langle S(t) \rangle}{\delta h(t')} = \Gamma \langle S(t) \tilde{S}(t') \rangle , \quad (5.12)$$

gdzie nawiasy ukośne oznaczają nierównowagowe (wieloczasowe) średnie

$$\langle O(S, \tilde{S}) \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}[i\tilde{S}] \mathcal{D}[S] O[S, \tilde{S}] \exp \mathcal{J}\{\tilde{S}, S\} . \quad (5.13)$$

W formalizmie tym wszystkie funkcje korelacji i funkcje reakcji otrzymuje się, analogicznie jak w statyce, przez całkowanie z ulubionym czynnikiem eksponencjalnym. Technika diagramowa jest prostym uogólnieniem techniki stosowanej w statyce [78, 79]. Mamy tutaj dwa rodzaje propagatorów. W reprezentacji fourierowskiej pól, swobodna funkcja reakcji (propagator reakcji $G_0^S(k, \omega)$) ma postać

$$\Gamma \langle S_{\mathbf{k}, \omega} \tilde{S}_{-\mathbf{k}', \omega'} \rangle_0 = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta(\omega + \omega') \frac{\Gamma}{-i\omega + \Gamma(r_0 + k^2)} = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta(\omega + \omega') G_0^S(k, \omega) , \quad (5.14)$$

zaś swobodna funkcja korelacji (propagator korelacyjny $K_0^S(k, \omega)$) dana jest przez relację:

$$\langle S_{\mathbf{k}, \omega} S_{-\mathbf{k}', \omega'} \rangle_0 = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta(\omega + \omega') \frac{2\Gamma}{\omega^2 + \Gamma^2(r_0 + k^2)^2} = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta(\omega + \omega') K_0^S(k, \omega) . \quad (5.15)$$

Dolny indeks „0” oznacza średniowanie przy lagrangianie, w którym $u_0 = g_0 = f_0 = w_0 = 0$. Górny indeks przy G_0^S i K_0^S wskazuje pole do którego odnosi się dany propagator.

Inną, nie mniej ważną, zaletą tego formalizmu jest możliwość dokonywania transformacji gaussowskich w lagrangianie, „rozsprzęgających” różne mody, oraz bardzo proste uogólnienie grupy renormalizacji na dynamikę [80, 58].

5.1.2 Funkcjonał dynamiczny i transformacje gaussowskie

Wracając do równań ruchu, opisujących anizotropowy magnetyk z niezachowawczą energią, możemy wyrazić równania (5.1-5.3) w reprezentacji funkcjonalnej:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}\{S, \tilde{S}, Q, \tilde{Q}, q, \tilde{q}\} = & \int_{\omega} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \Gamma \tilde{S}_{\mathbf{k},\omega} \tilde{S}_{-\mathbf{k},-\omega} + \Theta k^2 \tilde{Q}_{\mathbf{k},\omega} \tilde{Q}_{-\mathbf{k},-\omega} + \right. \\ & \left. + \gamma \tilde{q}_{\mathbf{k},\omega} \tilde{q}_{-\mathbf{k},-\omega} - \tilde{S}_{\mathbf{k},\omega} \left(i\omega S_{-\mathbf{k},-\omega} + \Gamma \frac{\delta H}{\delta S_{\mathbf{k},\omega}} \right) \right. \\ & \left. - \tilde{Q}_{\mathbf{k},\omega} \left[(-\omega^2 + i\Theta k^2 \omega) Q_{-\mathbf{k},-\omega} + \frac{\delta H}{\delta Q_{\mathbf{k},\omega}} \right] - \tilde{q}_{\mathbf{k},\omega} \left(i\omega q_{-\mathbf{k},-\omega} + \gamma \frac{\delta H}{\delta q_{\mathbf{k},\omega}} \right) \right\} . \end{aligned} \quad (5.16)$$

W badaniach nad propagacją dźwięku interesuje nas przede wszystkim funkcja reakcji liniowej modów dźwiękowych

$$\langle Q_{\mathbf{k},\omega} \tilde{Q}_{-\mathbf{k},\omega'} \rangle = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \delta(\omega + \omega') G^Q(k, \omega) . \quad (5.17)$$

W dalszej części pomijając będziemy indeks „ Q ” przy G^Q jak i G_0^Q . Część urojona $G(k, \omega)$ określa tłumienie dźwięku, a jej część rzeczywista - dyspersję dźwięku. W rachunku zaburzeń $G(k, \omega)$ może być zapisana jako nieskończona suma diagramów Feynmana. Częściowe wysumowanie tego szeregu jest możliwe przy pomocy równania Dysona:

$$G^{-1}(k, \omega) = G_0^{-1}(k, \omega) - \Sigma(k, \omega) , \quad (5.18)$$

gdzie

$$G_0^{-1}(k, \omega) = -\omega^2 - i\Theta k^2 \omega + c_0^2 k^2$$

jest swobodnym (bez uwzględnienia oddziaływań) propagatorem reakcji, c_0 to znana już z rozdziału trzeciego prędkość dźwięku nieoddziałujących podłużnych modów dźwiękowych, a energia własna $\Sigma(k, \omega)$ to suma wszystkich nieprzywiedlnych (tzn. nie dających się rozdzielić na dwie niezwiązane części przy pomocy przecięcia jednej linii) diagramów dających wkład do $G(k, \omega)$. Zanim jednak przystąpimy do znalezienia $\Sigma(k, \omega)$, ułatwimy sobie zadanie przez rozdzielenie zmiennych w funkcyjale dynamicznym $\mathcal{J}$, przez zastosowanie szeregu transformacji gaussowskich:

$$q \rightarrow q - \mathcal{A}Q - \mathcal{B}S^2 - \mathcal{C}\tilde{Q} - \mathcal{D}\tilde{S}^2 , \quad (5.19)$$

$$\tilde{q} \rightarrow \tilde{q} - \mathcal{E}\tilde{Q} - \mathcal{F}\widetilde{S^2} ,$$

$$Q \rightarrow Q - \mathcal{G}S^2 - \mathcal{H}\widetilde{S^2} ,$$

$$\tilde{Q} \rightarrow \tilde{Q} - \mathcal{I}\widetilde{S^2} ,$$

gdzie $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}$ i $\mathcal{I}$ to zależne od częstości i wektora falowego współczynniki, których dokładna postać podana jest w Dodatku. Po takiej transformacji funkcjonal dynamiczny rozpada się na sumę niezależnych składników

$$\mathcal{J}\{S, \tilde{S}, Q, \tilde{Q}, q, \tilde{q}\} = \mathcal{J}_S\{S, \tilde{S}\} + \mathcal{J}_Q\{Q, \tilde{Q}\} + \mathcal{J}_q\{q, \tilde{q}\} ,$$

a co najważniejsze, akustyczną energię własną możemy zapisać w prostej postaci:

$$\Sigma(k, \omega) = w_0^2 k^2 G_0^q(\omega) + \tilde{g}_0^2(\omega) k^2 \frac{\Pi(k, \omega)}{1 + \tilde{g}_0^2(\omega) \overline{G}_0^{-1}(k, \omega) \Pi(k, \omega)} , \quad (5.20)$$

gdzie $\tilde{g}_0(\omega) = (g_0 - w_0 f_0 G_0^q(\omega))$ i $\overline{G}_0^{-1}(k, \omega) = G_0^{-1}(\omega) - w_0^2 k^2 G_0^q(\omega)$, przy czym $G_0^q(\omega) = (C_V^{-1} - i\omega/\gamma)^{-1}$ jest swobodnym propagatorem (reakcji) pola q , zaś

$$\Pi(k, \omega) = 2\Gamma \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \left\langle S_{\mathbf{k}}^2(t) \widetilde{S}_{-\mathbf{k}}^2(0) \right\rangle_{\mathcal{L}_S(S, \tilde{S})} , \quad (5.21)$$

jest reakcją liniową kwadratu spinu. $\widetilde{S}_{\mathbf{k}}^2(t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}_1} \tilde{S}_{\mathbf{k}_1}(t) S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}(t)$ to pole reakcji sprzężone z $S_{\mathbf{k}}^2$. W granicy $\omega = 0$ ta funkcja reakcji liniowej przechodzi w statyczną funkcję korelacji: $\Pi(k, 0) = \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle$, którą dobrze już znamy z rozdziału trzeciego. Dla $k = 0$ jest to w zasadzie ciepło właściwe układu (dominujący w nim wyraz), tak więc $\Pi(k, \omega)$ możemy rozpatrywać jako zależne od częstości i wektora falowego uogólnienie ciepła właściwego [81, 82]. Istotne jest tutaj to, że w równaniu (5.21) wartość oczekiwana jest liczona tylko przy efektywnym lagrangianie spinowym, nie zawierającym ani modów dźwiękowych, ani entropowych. Za to $\mathcal{L}_S(S, \tilde{S})$ zamiast „golej” stałej sprzężenia $\tilde{u}_0$ zawiera zrenormalizowaną, przez oddziaływania z modami dźwiękowymi i entropowymi, stałą

$$u(\omega) = \tilde{u}_0 - f_0^2 G_0^q(\omega) - \tilde{g}_0^2(\omega) k^2 \overline{G}_0(k, \omega) . \quad (5.22)$$

Następnym krokiem w kierunku uproszczenia wyrażenia na energię własną będzie zastąpienie tzw. nieistotnych (irrelevant) z punktu widzenia grupy renormalizacji, a

więc i zachowania krytycznego, parametrów przez zero [2]. Oznacza to zastąpienie $\overline{G}_0(k, \omega)$ w efektywnej stałej oddziaływania lagrangianu spinowego przez $\overline{G}_0(k, 0)$. Jedyne wyjątek, jaki tutaj uczyniliśmy dla nieistotnych parametrów, dotyczy parametru γ^{-1} , który choć nieistotny w granicy ξ^{-1} , $\omega \rightarrow \infty$, może mieć znaczenie (jak przypuszczamy) dla pewnych skończonych częstości lub niezbyt blisko punktu krytycznego. Oznaczmy „uproszczony” lagrangian przez $\mathcal{L}_1$. Nawet przy tak uproszczonym funkcjale działania, średnia $\Pi^{(1)}(k, \omega)$, gdzie górny indeks wskazuje indeks lagrangianu użytego do wyliczenia średniej w równaniu (5.21), jest jeszcze redukowalna. Np. redukowalność ze względu na linie entropowe wynika z obecności entropowych propagatorów w stałej sprzężenia $u(\omega)$ „uproszczonego” lagrangianu. Można jednak stosunkowo prosto wyrazić $\Pi^{(1)}(k, \omega)$ przy pomocy jej nieprzywiedlnej (nie-redukowalnej), względem linii dźwiękowych i entropowych, części $\Pi_{\text{np}}^{(1)}(k, \omega)$:

$$\Pi^{(1)}(k, \omega) = \frac{\Pi_{\text{np}}^{(1)}(k, \omega)}{1 - [\tilde{g}_0^2(\omega)k^2\overline{G}_0(k, 0) - f^2G_0^q(\omega)] \Pi_{\text{np}}^{(1)}(k, \omega)} . \quad (5.23)$$

Ostatnie równanie przepisać można w następujący sposób:

$$\Pi_{\text{np}}^{(1)}(k, \omega) = \frac{\Pi^{(1)}(k, \omega)}{1 + [\tilde{g}_0^2(\omega)k^2\overline{G}_0(k, 0) + f^2G_0^q(\omega)] \Pi^{(1)}(k, \omega)} . \quad (5.24)$$

Funkcja $\Pi_{\text{np}}^{(1)}(k, \omega)$ jest funkcją wierzchołkową, a więc dopiero tutaj możemy zastąpić w lagrangianie nieistotny parametr γ^{-1} przez zero. Prowadzi to do nowego lagrangianu $\mathcal{L}_A$ ze stałą sprzężenia $u_A = \tilde{u} - v_+$, gdzie $v_+ = f_0^2 C_V^0 + \bar{g}_0^2 \bar{c}_0^{-2}$, $\bar{g}_0 = g_0 - w_0 f_0 C_V^0$ i $\bar{c}_0^2 = c_0^2(1 - r^2)$ są znanymi już z rozdziału trzeciego kombinacjami „gołych” parametrów. Równanie (5.24) przechodzi wtedy w następujące:

$$\Pi_{\text{np}}^{(1)}(k, \omega) = \frac{\Pi^{(A)}(k, \omega)}{1 + v_+ \Pi^{(A)}(k, \omega)} . \quad (5.25)$$

Jak łatwo zauważyć $\mathcal{J}_A = \int dt \mathcal{L}_A$ jest funkcjonałem dynamicznym modelu A wprowadzonego przez Halperina, Hohenberga i Ma [36]. Wielkość $\Pi^{(A)}(k, \omega)$ nie zawiera nieistotnych parametrów i może być stosunkowo łatwo obliczona w żądanym rzędzie rachunku zaburzeń [83, 44, 59]. Pozostaje nam tylko podstawić $\Pi_{\text{np}}^{(1)}(k, \omega)$ - z ostatniego równania - do równania (5.23), a potem tak uzyskane $\Pi^{(1)}(k, \omega)$ do równania (5.20), by otrzymać po niezbyt trudnych przekształceniach następujące wyrażenie

na akustyczną energię własną [76]:

$$\Sigma(k, \omega) = \frac{c_0^2 k^2 \left[(v_T^{\text{ph}} - i\tilde{\omega} v_{\text{ad}}^{\text{ph}}) \Pi^{(\text{A})}(k, \omega) - r^2 \right]}{1 + v_T^{\text{ph}} \Pi^{(\text{A})}(k, \omega) - i\tilde{\omega} [1 + v_+ \Pi^{(\text{A})}(k, \omega)]} , \quad (5.26)$$

gdzie współczynniki v_T^{ph} , $v_{\text{ad}}^{\text{ph}}$, v_+ i r^2 zdefiniowane są identycznie jak w rozdziale trzecim, zaś $\tilde{\omega} = \omega C_V^0 / \gamma$ to stosunek częstości dźwięku do prędkości relaksacji spin-sieć.

Warto tutaj zwrócić uwagę, że z przytoczonego tu wyprowadzenia wynika, iż struktura tak otrzymanej energii własnej nie zależy od wymiaru parametru porządku ani od szczegółowej postaci równania ruchu, określającego dynamikę parametru porządku, czyli ma dość uniwersalny charakter. Dynamiczna klasa uniwersalności, czyli to czy mamy np. do czynienia z izotropowym antyferromagnetykiem czy płanym ferromagnetykiem, ma wpływ jedynie na postać funkcji $\Pi^{(\text{A})}(k, \omega)$. Istotne znaczenie ma natomiast to, czy energia jest wielkością zachowawczą, czy nie. I tak, równanie to ma sens jedynie dla niezachowawczej energii. Przypadek zachowawczej energii rozpatrzmy szczegółowo w rozdziale (5.2). Również to, czy znajdujemy się powyżej punktu temperatury przemiany fazowej - czyli w tzw. fazie nieuporządkowanej albo wysokotemperaturowej, czy też poniżej T_c - czyli w fazie uporządkowanej (niskotemperaturowej), ma wpływ jedynie na kształt funkcji Π . W pracy tej ograniczyłem się jedynie do zbadania fazy wysokotemperaturowej magnetyków typu Isinga ($n = 1$) należących do dynamicznej klasy uniwersalności modelu A i modelu C (rozd. 5.2). Jednak uzyskany przez nas wynik można prawie automatycznie zastosować zarówno do fazy niskotemperaturowej, jak i też do innych dynamicznych klas uniwersalności (z niezachowawczą energią), gdy tylko obliczymy funkcję Π .

5.1.3 Współczynnik pochłaniania i dyspersja dźwięku

Otrzymaliśmy bardzo ogólne wyrażenie na akustyczną energię własną. Cała informacja dotycząca krytycznego pochłaniania i dyspersji zawarta jest w $\Sigma(k, \omega)$. Jest to funkcja o wartościach zespolonych i jej część urojona wyznacza współczynnik pochłaniania dźwięku, a część rzeczywista dyspersję, zgodnie z wzorami:

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2c(\omega)} \text{Im} \frac{\Sigma(k, \omega)}{\omega} , \quad (5.27)$$

$$c^2(\omega) - c^2(0) = \text{Re} [\Sigma(k, \omega) - \Sigma(k, 0)] . \quad (5.28)$$

W równaniu (5.27) pominięto niekrytyczny wkład do pochłaniania $\alpha_{nk} = \Theta\omega^2/2c^3$. Nie pokazano też w sposób jawny zależności występujących tam wielkości od temperatury. Właśnie ta osobliwa zależność temperaturowa interesuje nas najbardziej. Energia własna zależy od temperatury poprzez czterospinową funkcję reakcji typu energia-energia $\Pi^{(A)}(k, \omega)$, która w granicy statycznej ($\omega \rightarrow 0$) przechodzi w ciepło właściwe. Teoria skalowania przewiduje dla tej wielkości następujący typ zależności:

$$\Pi^{(A)}(k, \omega; t) = At^{-\alpha}\Phi'(k\xi, \omega\tau_c) + B, \quad (5.29)$$

gdzie A i B to pewne stałe, t - temperatura zredukowana, α i ν to wykładniki ciepła właściwego i długości korelacji, natomiast $\tau_c = \frac{1}{2t}t^{-z\nu}$ jest charakterystycznym czasem relaksacji fluktuacji parametru porządku, który rozbiega się do nieskończoności w punkcie krytycznym, a skala tej rozbieżności wyznaczona jest wartością czasowego wykładnika krytycznego z . Właśnie z wyznacza nam dynamiczną podklasę uniwersalności. W tym przypadku (model A) $z = z_A = 2 + c\eta$, gdzie c jest pewną stałą rzędu jedności, a η wykładnikiem krytycznym funkcji korelacji [3]. Dla częstości ultradźwiękowych długość fali jest dużo większa niż długość korelacji - w eksperymentalnie dostępnym zakresie temperatur zredukowanych, więc $k\xi \ll 1$ i zwykle kładziemy $k\xi = 0$ w funkcji Φ' . Funkcję skalującą $\Phi'(0, \omega\tau_c)$ możemy wyznaczyć, np. metodą zwinięcia wyrażenia logarytmicznego do funkcji potęgowej (the exponentiation procedure) [2] albo metodą całkowania równań rekurencyjnych grupy renormalizacji [44]. W wiodącym rzędzie rachunku zaburzeń względem $\epsilon = 4 - d$ wyraża się ona następująco:

$$\Phi'(y) = [1 + (y/2)^2]^{-\alpha/2z\nu} \left\{ \frac{\nu}{\alpha} + \frac{i}{y} [i(1 - iy/2) \arctan(y/2) - \frac{1}{2} \ln(1 + (y/2)^2)] \right\} K_4, \quad (5.30)$$

gdzie $y = \omega\tau_c$ jest tzw. częstością zredukowaną, a K_4 pewną stałą. Po wstawieniu zależności (5.29) do równania (5.27) i zaniedbaniu nieistotnych wyrazów, dla układów typu Isinga ($\alpha > 0$) otrzymujemy:

$$\frac{\alpha(\omega, t)c_0^3}{\omega^2} = \frac{W_1(\omega)t^{-(\alpha+z\nu)}\text{Im}(\Phi(y)/y) + W_2t^{-2\alpha}|\Phi(y)|^2}{|1 - i\tilde{\omega}[1 + t^{-\alpha}\Phi(y)]|^2}, \quad (5.31)$$

gdzie $W_1(\omega) = \frac{1}{2v_+\Gamma}(\bar{g}_0^2 + \tilde{\omega}^2g_0^2)$, $W_2 = \frac{\bar{g}_0^2C_V^0}{v_+\gamma}$ i $\Phi = Av_+\Phi'$.

Równania (5.27) i (5.28) pokazują wiele typów zachowań w zależności od względnych wartości temperatury zredukowanej, częstości, (gołych) czasów relaksacji fluktuacji spinowych $\tau_c^0 = 1/(2\Gamma)$ i spin-sieć $\tau_{SL}^0 = C_V^0/\gamma$, oraz stałych sprzężenia. W pracy tej pokażę tylko najważniejsze przypadki graniczne.

Reżym nisko-częstotliwościowy

Współczynnik pochłaniania dźwięku Zajmijmy się na początek częstotliwościami ultradźwięków na tyle niskimi, że $\omega\tau_{SL}^0 \ll 1$, tzn. częstość dźwięku jest dużo niższa niż (goła) prędkość relaksacji spin-sieć. Wtedy mianownik w wyrażeniu (5.31) można przyjąć równy jeden, a wyraz proporcjonalny do $\tilde{\omega}^2$ we współczynniku $W_1(\omega)$ też można pominąć, otrzymując ostatecznie:

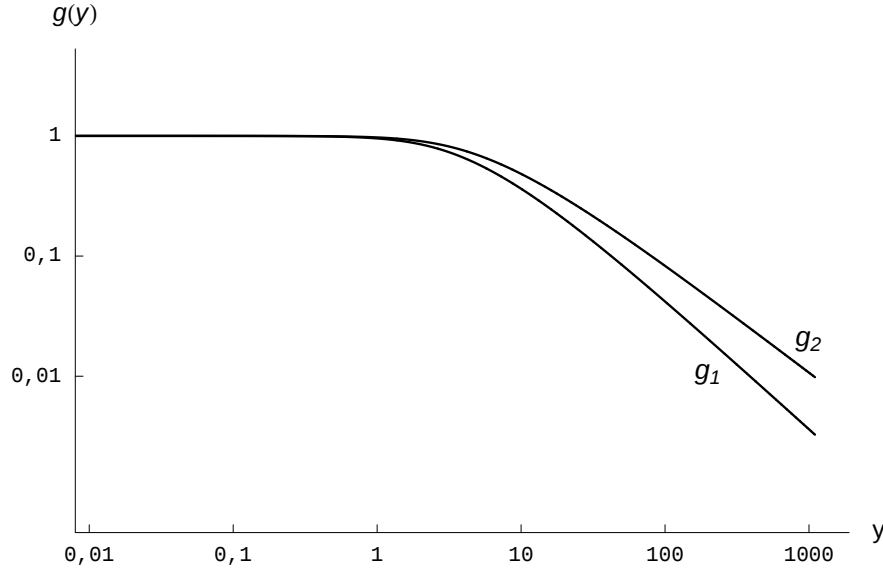
$$\frac{\alpha(\omega, t)c_0^3}{\omega^2} = \frac{\bar{g}_0^2}{v_+} \{ \tau_c^0 t^{-(\alpha+z\nu)} \text{Im}(\Phi(y)/y) + \tau_{SL}^0 t^{-2\alpha} |\Phi(y)|^2 \} . \quad (5.32)$$

Mamy tutaj dwa konkurujące wyrazy o różnych wykładnikach krytycznych, ale też o różnych współczynnikach, którymi są czasy relaksacji τ_c^0 i τ_{SL}^0 . W tym miejscu warto jest podkreślić to, że efektywna stała sprzężenia $\bar{g}_0$ jest tutaj taka sama dla obydwu wyrazów, czyli drugi wyraz obecny jest nawet wtedy, gdy stała sprzężenia „dźwięk-energia” - w_0 jest równa zero. Asymptotycznie, czyli przy dostatecznie małych temperaturach zredukowanych, dominuje oczywiście pierwszy wyraz, o większym wykładniku, i wtedy

$$\alpha(\omega, t) \propto \omega^2 t^{-(z\nu+\alpha)} g_1(y) , \quad (5.33)$$

gdzie wprowadzono funkcję skalującą współczynnika pochłaniania dźwięku $g_1(y) = \text{Im}(\Phi(y)/y)$. Ta silna osobliwość we współczynniku pochłaniania dźwięku o krytycznym wykładniku $\rho_s = z\nu + \alpha$ została przewidziana teoretycznie przez Muratę [72] oraz Iro i Schwabla [83]. Dla modelu typu Isinga $\alpha \simeq 0,110$, $\nu \simeq 0,630$ i $z \simeq 2,013$ [15], więc $\rho_s \simeq 1,38$. Funkcję skalującą $g_1(y)$ (po unormowaniu: $g(0) = 1$) przedstawiono na rysunku (5.1).

Częstość zredukowana y może być zarówno mniejsza jak i większa od jedności. Obszar parametrów, w którym $y \ll 1$ zwykło nazywać się w dynamice zjawisk krytycznych obszarem hydrodynamicznym, a ten, w którym $y \gg 1$, obszarem krytycznym. W obszarze hydrodynamicznym mamy $g_1(y) \simeq g_1(0) = \text{const}$, stąd $\alpha(\omega, t) \propto \omega^2 t^{-\rho_s}$. W obszarze krytycznym $g_1(y \rightarrow \infty) \propto y^{-\rho_s/z\nu}$, więc $\alpha(\omega, t)$



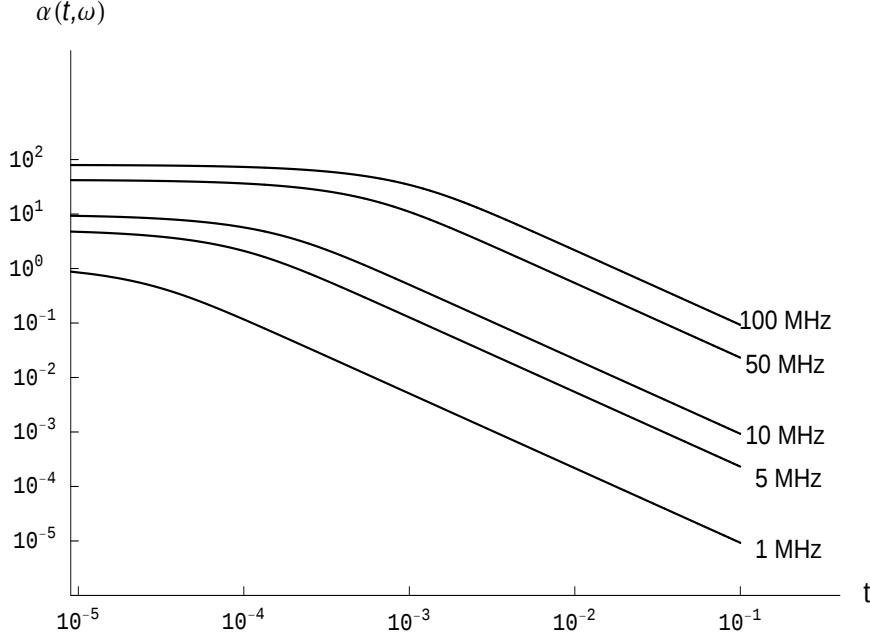
Rys. 5.1. Funkcje skalujące dla współczynnika pochłaniania dźwięku w reżymie nisko (g_1) i wysoko (g_2) częstotliwościowym. Wykorzystano normalizację $g_1(0) = g_2(0) = 1$.

osiąga wartość nasycenia niezależną od temperatury: $\alpha_{\text{nas}}(\omega) \propto \omega^{1-\alpha/z\nu}$. Na rysunku (5.2) przedstawiono zależność współczynnika pochłaniania od temperatury dla kilku częstości. Widać na nim przechodzenie od obszaru silnego potęgowego wzrostu (obszar hydrodynamiczny) dla niezbyt małych temperatur zredukowanych do obszaru nasycenia (obszar krytyczny) dla bardzo małych t .

Gdy $\tau_{SL}^0 \gg \tau_c^0$, wtedy, mimo że pierwszy wyraz w równaniu (5.32) jest bardziej osobliwy, dominować będzie drugi wyraz, o ile temperatura zredukowana będzie dużo większa od pewnej temperatury $t_{\text{cross}} = \left(\frac{vK_4\tau_c^0}{4a=v/v^*a^2\tau_{SL}^0}\right)^{\frac{1}{z\nu-\alpha}}$, gdzie $a = v_+/v_+^*$ i $v_+^*K_4 = \alpha/\nu + O(\epsilon^2)$ jest wartością stałej sprężenia w punkcie stałym. Wtedy współczynnik pochłaniania dźwięku wyraża się następująco:

$$\alpha(\omega, t) \propto \omega^2 t^{-2\alpha}, \quad (5.34)$$

gdzie za $|\Phi(y)|^2$ podstawiliśmy stałą, ponieważ mamy tutaj $y < \omega\tau_c^0 \ll 1$. Krytyczny wykładnik współczynnika pochłaniania dźwięku: $\rho_s = 2\alpha \simeq 0,22$ ($n = 1$) ma małą wartość w porównaniu z tą dla zachowania typu Muraty-Iro-Schwabla. Ten typ osobliwości nazywać będziemy od jego odkrywcy - zachowaniem typu Kawasakiego. Podkreślimy jeszcze raz, że z powyższej analizy wynika, że o tym, jaki typ



Rys. 5.2. Zależność współczynnika pochłaniania od temperatury i częstotliwości w reżymie opisanym równaniem (5.33).

osobliwości spotkamy w reżymie $\omega\tau_{SL}^0 \ll 1$, nie decyduje wcale stosunek stałych sprzężenia: w_0/g_0 , lecz przede wszystkim stosunek czasów relaksacji τ_{SL}^0/τ_c^0 .

Możemy teraz wrócić do tego, o czym wspomniano już we Wstępie, że w izolatorach magnetycznych mierzymy z reguły małe wykładniki ρ_s , a w przewodnikach duże. Wydaje się to być związane z tym, że w metalach generalnie, dzięki sprzężeniu z elektronami przewodnictwa, czasy relaksacji spin-sieć są krótsze niż w izolatorach. I tak, w niektórych izolatorach magnetycznych, takich jak MnF_2 , $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ i RbMnF_3 , czas relaksacji spin-sieć znany jest z pomiarów ultradźwiękowych, np. $\tau_{SL} = 3 \times 10^{-9} \text{ s}$ (dla $t \geq 10^{-3}$) dla MnF_2 [84], podczas gdy τ_c dla tego związku jest rzędu 10^{-11} s . Dla RbMnF_3 zmierzono stosunkowo krótki, jak na izolator, czas relaksacji spin-sieć w pobliżu przemiany fazowej [84] zmieniający się od $2 \times 10^{-10} \text{ s}$ do $4 \times 10^{-10} \text{ s}$ w badanym zakresie temperatur, podczas gdy w tym samym przedziale temperaturowym τ_c , zmierzony w procesie nie-elastycznego rozpraszania neutronów, zmieniał się od $0,08 \times 10^{-10} \text{ s}$ do $3 \times 10^{-10} \text{ s}$ [85]. Dla obydwu tych związków, w badanym zakresie temperatur, zachodziła nierówność $\tau_{SL}^0 \gg \tau_c^0$, pozwalająca na obserwację słabej osobliwości typu Kawasakiego we współczynniku

pochłaniania. Dużo dłuższy czas relaksacji spin-sieć rzędu 10^{-8} s zaobserwowano w granacie itrowo-żelazowym ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) [86]. Wartości eksperymentalne dla MnF_2 i RbMnF_3 zgadzają się z co do rzędu wielkości z oszacowaniami teoretycznymi czasu relaksacji spin-sieć dla antyferromagnetycznych izolatorów dokonanyymi przez Hube-
ra [87] i Itoh'a [88].

O ile w izolatorach magnetycznych dla pomiaru czasu relaksacji spin-sieć dobrą metodą wydają się być badanie współczynnika pochłaniania ultradźwięków, to dla substancji metalicznych, jak. np. ziemie rzadkie, metoda ta jest dużo mniej przydatna, ponieważ duże wartości wykładnika pochłaniania dźwięku mierzone w tych substancjach dają podstawy by przypuszczać, że pochłanianie dźwięku zdominowane jest tutaj przez pierwszy wyraz w równaniu (5.32), który związany jest z τ_c , a nie z τ_{SL} . Niestety, jest tylko kilka metod eksperymentalnych pozwalających badać τ_{SL} w metalach magnetycznych w pobliżu przemiany fazowej. Np. w metodzie elektronowego rezonansu magnetycznego relaksacja spin-sieć daje wkład do szerokości linii. W niektórych metalach udało się zmierzyć ten wkład w pobliżu T_c . Poprzez ekstrapolację danych rezonansu magnetycznego aż do temperatury Curie, Bloembergen [89] oszacował τ_{SL} w niklu na około 4×10^{-11} s. Dopiero niedawno udało się po raz pierwszy określić czas relaksacji spin-sieć w ziemiach rzadkich. Dokonał tego Vaterlaus ze współpracownikami [90] dla gadolinu przy pomocy techniki spinowo-spolaryzowanej fotoemisji. Zastosowano tutaj silne 10 nanosekundowe nagrzewające impulsy laserowe za którymi następowały, z pewnym opóźnieniem, słabe 60 pikosekundowe impulsy sondujące. W wyniku otrzymano $\tau_{SL} = 100 \pm 80$ ps (wynik uśredniony w przedziale temperatur: $45 < T < 225$ K). Ten wynik zgadza się dość dobrze z niedawnym oszacowaniem teoretycznym τ_{SL} dokonany przez Hübnera i Bennemanna [91], którzy uzyskali $\tau_{SL} = 48$ ps dla Gd. Rezultaty te potwierdzają nasze przypuszczenia, że w magnetycznych metalach czasy relaksacji spin-sieć mogą być nawet o kilka rzędów wielkości krótsze niż w izolatorach, a co za tym idzie τ_c^0 może być porównywalnej wielkości co τ_{SL}^0 lub nawet dłuższy, co sprawia, że silna osobliwość typu Muraty-Iro-Schwabla zdominuje krytyczne zachowanie się współczynnika pochłaniania dźwięku w reżymie niskoczęstotliwościowym $\omega\tau_{SL}^0 \ll 1$.

Prędkość dźwięku Równania (5.18) i (5.26) wygodnie jest przedstawić przy pomocy zespolonej prędkości dźwięku $\hat{c}^2(\omega) = \frac{1}{k^2} [G^{-1}(k, \omega) - \omega^2]$, gdzie

$$\hat{c}^2(\omega) = c_0^2 \frac{(1 - r^2) - i\tilde{\omega} [1 + v_{\text{ad}}^{\text{q}} \Pi^{(\text{A})}(k, \omega)]}{1 + v_{\text{T}}^{\text{ph}} \Pi^{(\text{A})}(k, \omega) - i\tilde{\omega} [1 + v_{+} \Pi^{(\text{A})}(k, \omega)]} . \quad (5.35)$$

W granicy $\omega \rightarrow 0$ równanie to przechodzi w relację rzeczywistą:

$$\hat{c}^2(0) = c^2(0) = c_0^2 \frac{(1 - r^2)}{1 + v_{\text{T}}^{\text{ph}} \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle} , \quad (5.36)$$

której forma odpowiada dokładnie wyrażeniu na izotermiczną prędkość dźwięku (3.16), jeśli zauważyć, że efektywny hamiltonian spinowy użyty do obliczenia statycznej średniej $\langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle$ pokrywa się z H_{ef}^{T} . Otrzymaliśmy przy okazji dowód na wewnętrzną spójność dynamicznego formalizmu i transformacji gaussowskich wykorzystanych w tej pracy. Warto jednak zwrócić uwagę, że gdy relaksacja spin-sieć jest szybka, to nawet dla skończonej częstotliwości fali ultradźwiękowej jej prędkość dana jest wyrażeniem „izotermicznym”

$$\hat{c}^2(\omega) = c_0^2 \frac{(1 - r^2)}{1 + v_{\text{T}}^{\text{ph}} \Pi^{(\text{A})}(k, \omega)} = c_0^2 \frac{(1 - r^2)}{1 + \frac{v_{\text{T}}^{\text{ph}}}{v_{+}} t^{-\alpha} \Phi(y)} , \quad (5.37)$$

o strukturze podobnej do równania (5.36). Wyrażenie to zależy jednak od częstości za pośrednictwem y . Oczywiście nasz wyidealizowany model nie uwzględnia skończonej przewodności cieplnej sieci. Prowadzi ona do oscylacji temperatury w sieci, związanych z propagującą się falą ultradźwiękową. Nas tutaj interesuje raczej proces wyrównywania temperatur między układem spinowym a siecią. To jest właśnie zjawisko, które określa zachowanie się współczynnika pochłaniania i prędkości dźwięku. Analiza ogólniejszego modelu, o którym wspomniemy w następnym podrozdziale, pokazuje, że wyrażenie (5.36) jest bardzo dobrym przybliżeniem, gdy częstość fali dźwiękowej jest dużo większa niż prędkość dyfuzji ciepła w sieci, i jednocześnie dużo mniejsza niż szybkość wyrównywania temperatur między podukładami.

Eksperymenty badające zmianę prędkości dźwięku w pobliżu punktu przemiany fazowej [73] pokazują, że w magnetykach zmiany te są bardzo małe i nie przekraczają jednego procenta. Wskazuje to na bardzo małą wartość v_{T}^{ph} jak i $v_{\text{ad}}^{\text{ph}}$. Prawdopodobnie w magnetykach nie jesteśmy w stanie podejść tak blisko T_c , by $\frac{v_{\text{T}}^{\text{ph}}}{v_{+}} t^{-\alpha} \Phi(y)$ było rzędu jedności. Z tego też względu zaniedbaliśmy w poprzednim paragrafie, dotyczącym pochłaniania dźwięku, wyraz $\frac{v_{\text{T}}^{\text{ph}}}{v_{+}} t^{-\alpha} \Phi(y)$ stojący w mianowniku, mimo że asymptotycznie prowadzi on do jakościowo innego typu zachowania krytycznego. Charakteryzuje się on dążeniem prędkości dźwięku do zera („mięknienie” stałej

elastycznej C_{11}) i krytycznym wykładnikiem współczynnika pochłaniania dźwięku $\rho_s = z\nu + \alpha/2$. Ten typ zachowania, w tzw. granicy silnego sprzężenia [5, 44], jest bardzo podobny do zachowania się prędkości i współczynnika pochłaniania dźwięku w pobliżu punktu krytycznego cieczy [44]. I choć nie ujawnia się w magnetykach (ze względu na małe wartości stałych sprzężenia), to prawdopodobnie ma miejsce również w niektórych strukturalnych przemianach fazowych typu porządek-nieporządek (takimi układami są np. halogenki amonowe: NH_4Cl czy NH_4Br), szczególnie w okolicy punktu trójkrytycznego [5], gdzie duży wykładnik ciepła właściwego $\alpha_t = 0,5$ sprzyja ujawnieniu się wyrazu $\frac{v_{\text{T}}^{\text{ph}}}{v_+} t^{-\alpha} \Phi(y)$ w mianowniku równania (5.35).

Jako miarę dyspersji przyjmijmy wielkość $c^2(\omega) - c^2(0)$. Z równania (5.35) wynika, że przy $\tilde{\omega} \simeq 0$

$$c^2(\omega) - c^2(0) \propto t^{-\alpha} f_1(y) , \quad (5.38)$$

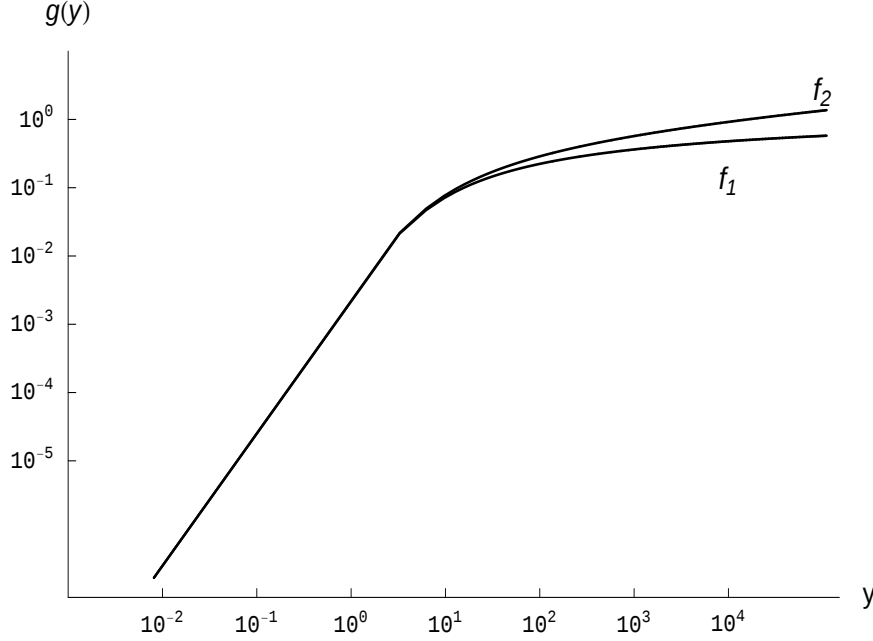
gdzie $f_1(y) = \text{Re } \Phi(0) - \text{Re } \Phi(y)$ jest nową funkcją skalującą. Rozwinęliśmy tutaj mianownik wyrażenia (5.35) względem stałej sprzężenia v_{T}^{ph} . Funkcję $f_1(y)$ przedstawiono na rysunku (5.3). Ważne jest zachowanie tej funkcji w granicy hydrodynamicznej ($y \rightarrow 0$): $f_1(y) \propto y^2$. Wtedy $c^2(\omega) - c^2(0) \propto t^{-(2z\nu+\alpha)} \omega^2$, a więc dyspersja dźwięku charakteryzuje się dużym wykładnikiem krytycznym, który w tym reżymie równy jest $2z\nu + \alpha$, i kwadratową zależnością od częstotliwości fali [44, 83]. W obszarze krytycznym ($y \rightarrow \infty$) $f_1(y)$ zachowuje się jak $1 - y^{-\alpha/z\nu}$, a więc osiąga pewną stałą wartość.

Reżym wysoko-częstotliwościowy ($\omega\tau_{SL}^0 \gg 1$)

Prędkość dźwięku Dla $\omega\tau_{SL}^0 \gg 1$ wyrazy proporcjonalne do $i\tilde{\omega}$ w równaniu (5.35) dominują i wyrażenie na prędkość dźwięku przybiera znaną „adiabatyczną” postać:

$$\hat{c}^2(\omega) = c_0^2 \frac{1 + v_{\text{ad}}^q \Pi^{(\text{A})}(k, \omega)}{1 + v_+ \Pi^{(\text{A})}(k, \omega)} = c_0^2 \left(1 - \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+}\right) + c_0^2 \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+} \frac{1}{1 + t^{-\alpha} \Phi(y)} , \quad (5.39)$$

podobną do równania (3.26) i (3.27). Oczywiście, w granicy $y \rightarrow 0$ otrzymujemy wyrażenie analogiczne do wyrażenia na adiabaticzną prędkość dźwięku z rozdziału trzeciego. Należało się tego spodziewać, ponieważ dla długich czasów relaksacji spinów lokalne oscylacje temperatury spinowej, produkowane przez falę ultradźwiękową,



Rys. 5.3. Wykres funkcji skalujących dyspersji dźwięku dla reżymu nisko (f_1) i wysoko (f_2) częstotliwościowego. Wykorzystano normalizację $f_1(0) = f_2(0)$ i $f_1(\infty) = 1$.

nie znikają wskutek szybkiej relaksacji do sieci. Stąd też inną nazwą jaką moglibyśmy nadać reżymowi wysoko-częstotliwościowemu jest reżym adiabatyczny. W modelu ze skończoną przewodnością cieplną sieci również otrzymujemy wyrażenie (5.39), w granicy wysokich częstości. Wtedy temperatury spinowa i sieciowa oscylują jakby niezależnie od siebie, wzbudzone tylko falą ultradźwiękową.

Dla dyspersji dźwięku otrzymujemy trochę inne wyrażenie niż równanie (5.38):

$$c^2(\omega) - c^2(0) \propto t^\alpha f_2(y) , \quad (5.40)$$

gdzie $f_2(y) = \text{Re } \Phi^{-1}(y) - \text{Re } \Phi^{-1}(0)$ jest funkcją skalującą w tym reżymie uwidoczoną na rysunku (5.3). Jak zwykle istotne jest zachowanie tej funkcji w obszarze hydrodynamicznym, gdzie $f_2(y) \propto y^2$, co daje $c^2(\omega) - c^2(0) \propto t^{-(2z\nu-\alpha)}\omega^2$, oraz w obszarze krytycznym, gdzie $f_2(y) \propto y^{\alpha/z\nu}$. Wykładnik dyspersji obniża się zatem o 2α w stosunku do wartości w reżymie nisko-częstotliwościowym.

Współczynnik pochłaniania dźwięku Powróćmy do wyrażenia (5.31). Dla wysokich częstości fali ultradźwiękowej lub dla długich czasów relaksacji spin-sieć

mianownik w tym równaniu zaczyna być osobliwy, poza tym wyraz proporcjonalny do $\tilde{\omega}^2$ zaczyna dominować w liczniku, tak że można je zapisać następująco:

$$\alpha(\omega, t) = \left(\frac{g_0^2}{c_0^3 v_+} \right) \omega \frac{t^{-\alpha} \text{Im} \Phi(y)}{|1 + t^{-\alpha} \Phi(y)|^2}, \quad (5.41)$$

lub w formie analogicznej do równanie (5.33)

$$\alpha(\omega, t) \propto \omega^2 t^{-(z\nu-\alpha)} g_2(y), \quad (5.42)$$

gdzie $g_2(y) = \frac{\text{Im} \Phi(y)}{y|\Phi(y)|^2} = -\frac{\text{Im} \Phi^{-1}(y)}{y}$. Otrzymaliśmy nowy, nieznany przedtem w magnetykach, typ osobliwości we współczynniku pochłaniania dźwięku. Wykładnik współczynnika pochłaniania dźwięku równy jest w tym reżymie $z\nu - \alpha \simeq 1,16$, czyli jest o około 0,22 niższy niż wykładnik dla zachowania typu MIS (od odkrywców: Murata-Iro-Schwabl). Zwróćmy jeszcze uwagę na trochę inną stałą sprzężenia. Tutaj zamiast $\bar{g}_0^2$ występuje g_0^2 . W obszarze krytycznym zaś $g_2(y) \propto y^{-\rho_s/z\nu}$, więc $\alpha(\omega, t)$ osiąga wartość nasycenia $\alpha_{\text{nas}}(\omega) \propto \omega^{1+\alpha/z\nu}$ trochę inną od tej w reżymie nisko-częstotliwościowym, gdzie $\alpha_{\text{nas}}(\omega) \propto \omega^{1-\alpha/z\nu}$.

Wykładnik krytyczny współczynnika pochłaniania dźwięku dany jest w reżymie wysokoczęstotliwościowym (WCZ) tą samą formułą ($\rho_s = z\nu - \alpha$) jak dla cieczy binarnej [59, 92, 93], gdzie oczywiście wartość dynamicznego wykładnika krytycznego jest inna niż dla rozpatrywanego tu magnetyka typu Isinga ($z \simeq 3,06$ w mieszaninach krytycznych) ze względu na inną dynamiczną pod-klasę uniwersalności. Związane to jest z ogólną strukturą wzoru na $\alpha(\omega, t)$ w reżymie wysokoczęstotliwościowym. Wyrażenie (5.41) bardzo przypomina bowiem wyprowadzony przez Ferrela i Bhattacharjee wzór:

$$\alpha(\omega, t) \propto -\omega \text{Im}[C_p^{\text{FB}}(\omega)]^{-1} \simeq \frac{\omega \text{Im} C_p^{\text{FB}}(\omega)}{(\text{Re} C_p^{\text{FB}}(\omega))^2}, \quad (5.43)$$

gdzie $C_p^{\text{FB}}(\omega)$ jest fenomenologicznie zdefiniowanym, zależnym od częstości ciepłem właściwym (przy stałym ciśnieniu). Skorzystaliśmy tu z założenia, że $\text{Im} C_p^{\text{FB}}(\omega) \ll \text{Re} C_p^{\text{FB}}(\omega)$. Wzór ten stosuje się nie tylko w mieszaninach krytycznych, ale również do przejścia λ w ciekłym helu [94, 95, 81, 82] jak i do pewnego stopnia w ciekłych kryształach [96]. Oczywiście dla zmiany wykładnika krytycznego z $z\nu + \alpha$ na $z\nu - \alpha$ istotne jest to, czy $\text{Re} C_p^{\text{FB}}$ wykazuje rozbieżność w pobliżu T_c . W ciekłym helu wymiar parametru porządku wynosi dwa i $\alpha \simeq 0$. Dla układów typu Heisenberga

($n = 3$) wykładnik ciepła właściwego jest ujemny i nie będziemy obserwować zmiany wykładnika współczynnika pochłaniania dźwięku w granicy $t \rightarrow 0$. Jednakże osobliwy mianownik może mieć znaczący wpływ na zachowanie nieasymptotyczne współczynnika pochłaniania. Ponadto, nawet gdy wykładnik ciepła właściwego jest dodatni, to może się zdarzyć, że nieosobliwa część ciepła właściwego (background specific heat) będzie dużo większa niż jego osobliwa część i asymptotyczny wykładnik „wysoko-częstotliwościowy” $\rho_s = z\nu - \alpha$ nie będzie obserwowany w dostępnym eksperymentalnie zakresie temperatur.

Porównując równania (5.41) i (5.43) otrzymujemy odpowiedniość między nimi jeżeli zinterpretujemy

$$C_V^0[1 + t^{-\alpha}\Phi(y)] = C_V^0[1 + v_+\Pi^{(A)}(\omega)] \quad (5.44)$$

jako zależne od częstotliwości ciepło właściwe Ferrela-Bhattacharjee. Podobnej interpretacji, nadającej statystyczny sens $C_p^{\text{FB}}(\omega)$, dokonali Pankert i Dohm [81, 82] dla ciekłego helu. Taką interpretację uzasadnia również fakt, że przy $\omega, v_T^{\text{ph}} \rightarrow 0$ mamy ścisłą relację: $C_p^{\text{FB}}(0) = C_V^0[1 + v_+ \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle] = C_p$, wiążącą $C_p^{\text{FB}}(0)$ ze statycznym ciepłem właściwym. Warto tu jednak zwrócić uwagę, że ściśle interpretowanie $C_p^{\text{FB}}(\omega)$ jako uogólnionego ciepła właściwego, czyli reakcji liniowej - $G^q(\omega)$ - pola entropii, nie jest właściwe, ponieważ w $G^q(\omega)$ zamiast v_+ powinno występować v_T^q (różnica $\sim v_T^{\text{ph}}$ jest mała, ale jednak skończona). Ponadto $\mathcal{L}_A$ użyty do obliczenia funkcji $\Pi^{(A)}(\omega)$ nie zawiera wszystkich dynamicznych parametrów potrzebnych do opisanie $G^q(\omega)$, np. chociażby w granicy nieoddziałujących podukładów ($v_+ = 0$) nie otrzymujemy $G_0^q(\omega)$. Mimo wszystko ciepło właściwe Ferrela-Bhattacharjee jest dobrym przybliżeniem $G^q(\omega)$ w obszarze krytycznym.

5.2 Model anizotropowego magnetyka z zachowawczą energią. Propagacja dźwięku a przewodnictwo ciepła

5.2.1 Funkcjonał dynamiczny

Zobaczmy jaki wpływ na propagację dźwięku ma przewodnictwo ciepła w układzie. Tutaj znowu opierać się będziemy na odpowiednim układzie nieliniowych równań Langevina dla powolnych zmiennych. By badać hydrodynamikę cieczy wystarczy uwzględnić tylko pięć takich zmiennych zachowawczych: trzy składowe gęstości pędu, gęstość masy i gęstość energii [51]. W kryształach oprócz tych pięciu dochodzą jeszcze trzy dodatkowe zmienne hydrodynamiczne - u_i - związane ze złamaną symetrią translacyjną (broken-symmetry variables) [97], tak że mamy w sumie osiem powolnych zmiennych. Dają one osiem charakterystycznych modów ruchu: trzy pary modów propagujących (mody propagujące zawsze występują w parach), którymi są pary podłużnych i dwóch poprzecznych modów dźwiękowych, mod dyfuzji energii (przewodnictwa cieplnego) oraz ostatni z nich - mod dyfuzji wakansji. Ten ostatni jest zwykle bardzo wolny i z tego powodu jest bardzo często pomijany w analizie. My również nie będziemy go uwzględniać. W magnetykach typu Isinga w pobliżu przemiany fazowej trzeba do tego dodać jeszcze relaksacyjny mod parametru porządku, który chociaż nie jest całką ruchu staje się wolną zmienną wskutek krytycznego spowolnienia. Dominującym sprzężeniem między dźwiękiem a parametrem porządku w magnetykach jest magnetostrykcja objętościowa [4], dlatego tylko mod podłużny jest sprzężony z parametrem porządku i energią (przynajmniej dla wysokosymetrycznych kierunków propagacji). Wystarczy więc rozpatrywać dynamikę układu sprzężonych wzajemnie modów parametru porządku, energii i podłużnego modu dźwiękowego, a mody poprzeczne możemy pominąć. Zwykle aby uprościć równania ruchu zamiast gęstości energii używamy entropii na jednostkę masy [50, 98], która jest kombinacją liniową energii i gęstości. Ostatecznie zajmijmy się następującym układem równań [99]:

$$\dot{S}_{\mathbf{k}} = -\Gamma \frac{\delta H}{\delta S_{-\mathbf{k}}} + \xi_{\mathbf{k}} , \quad (5.45)$$

$$\dot{q}_{\mathbf{k}} = -\kappa k^2 \frac{\delta H}{\delta q_{-\mathbf{k}}} + \varphi_{\mathbf{k}} , \quad (5.46)$$

$$\dot{Q}_{\mathbf{k}} = P_{\mathbf{k}} , \quad (5.47)$$

$$\dot{P}_{\mathbf{k}} = -\frac{\delta H}{\delta Q_{-\mathbf{k}}} - \Theta k^2 \frac{\delta H}{\delta P_{-\mathbf{k}}} + \eta_{\mathbf{k}} , \quad (5.48)$$

gdzie hamiltonian H jest postaci (3.3) plus dodatkowy wyraz „kinetyczny”: $H_P = \frac{1}{2} \int d^d x P^2$, $Q_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k})$ to podłużna składowa fourierowska wektora przemieszczenia - związanego z tensorem odkształceń za pomocą relacji: $e_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\nabla_{\alpha} u_{\beta} + \nabla_{\beta} u_{\alpha})$. $P_{\mathbf{k}}$ to sprzężony z $Q_{\mathbf{k}}$ pęd. Równania (5.47) i (5.48) razem dają równanie ruchu modu dźwiękowego (5.2). Inne jest równanie ruchu dla entropii na jednostkę masy. Zakładamy w tym modelu, że fluktuacje tej wielkości mogą zanikać tylko wskutek dyfuzji ciepła. Odpowiada to sytuacji, w której czas relaksacji spin-sieć jest albo bardzo krótki i cały czas sieć i spiny są w równowadze między sobą (wtedy pod zmienną q należy rozumieć całkowitą entropię połączonego układu spin-sieć), albo innemu przypadkowi granicznemu: czas relaksacji spin-sieć jest nieskończony i zachowana jest energia w układzie spinowym (wtedy q oznacza entropię w układzie spinowym). Stała κ to przewodnictwo cieplne właściwe całego układu spin-sieć ($\tau_{SL} = 0$) bądź tylko układu spinowego ($\tau_{SL} = \infty$). Sytuacja pośrednia, uwzględniająca skończony czas relaksacji spin-sieć jak również procesy przewodnictwa ciepła zarówno w układzie spinowym jak i w sieci, oraz skończone pojemności cieplne tych układów, wymaga wprowadzenia dwóch zmiennych entropowych opisujących osobno sieć i układ spinowy. Taki dość skomplikowany model został również zbadany przez autora niniejszej pracy [100], jednakże wyniki w najważniejszych przypadkach sprowadzają się albo do tych uzyskanych w poprzednim rozdziale, albo do tych, które przedstawimy teraz, dla dużo prostszego modelu. Z tego względu pominiemy tu analizę tego złożonego modelu.

Wracając do równań ruchu zwróćmy uwagę, że jedno z nich - równanie (5.47) - jest równaniem ścisłym i nie zawiera szumu gaussowskiego. Znaczenie Θk^2 i Γ jest takie samo jak dla układu równań (5.1)-(5.3). Układ równań (5.45)-(5.48) jest rozszerzeniem modelu C [3, 36], będącego pierwowzorem dynamicznej klasy uniwersalności opisującej niezachowawczy parametr porządku sprzężony z zachowawczą energią. Można pokazać, że dołączenie równań (5.47) i (5.48) nie zmienia wykładnika z , równego w tym przypadku ($n = 1$): $2 + \alpha/\nu \simeq 2,175$. Tak jak i w poprzednim rozdziale, wygodnie jest zapisać ten układ równań w postaci funkcjonalnej, przy

pomocy następującego funkcjonału działania:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} \left\{ S, \tilde{S}, Q, \tilde{Q}, P, \tilde{P}, q, \tilde{q} \right\} = & \int_{\omega} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \Gamma \tilde{S}_{\mathbf{k},\omega} \tilde{S}_{-\mathbf{k},-\omega} + \kappa k^2 \tilde{q}_{\mathbf{k},\omega} \tilde{q}_{-\mathbf{k},-\omega} + \right. \\ & + \Theta k^2 \tilde{P}_{\mathbf{k},\omega} \tilde{P}_{-\mathbf{k},-\omega} - \tilde{S}_{\mathbf{k},\omega} \left(i\omega S_{-\mathbf{k},-\omega} + \Gamma \frac{\delta H}{\delta S_{\mathbf{k},\omega}} \right) - \tilde{q}_{\mathbf{k},\omega} \left(i\omega q_{-\mathbf{k},-\omega} + \kappa k^2 \frac{\delta H}{\delta q_{\mathbf{k},\omega}} \right) \\ & \left. - \tilde{Q}_{\mathbf{k},\omega} (i\omega Q_{-\mathbf{k},-\omega} - P_{-\mathbf{k},-\omega}) - \tilde{P}_{\mathbf{k},\omega} \left[(i\omega + \Theta k^2) P_{-\mathbf{k},-\omega} + \frac{\delta H}{\delta Q_{\mathbf{k},\omega}} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5.49)$$

gdzie dla ścisłej relacji (5.47) użyto reprezentacji delty Diraca w eksponencjalnej formie:

$$\delta \left(\dot{Q}_{\mathbf{k}} - P_{\mathbf{k}} \right) = \int \mathcal{D}[i\tilde{Q}_{\mathbf{k}}] \exp \left[- \int dt \sum_{\mathbf{k}} \tilde{Q}_{\mathbf{k}} \left(\dot{Q}_{\mathbf{k}} - P_{\mathbf{k}} \right) \right]. \quad (5.50)$$

Zabieg ten pozwala rozszerzyć formalizm funkcjonalny opisany w poprzednim rozdziale również na mieszany zbiór równań ruchu składający się zarówno z równań stochastycznych jak i równań ścisłych [101]. Następnie przechodzimy od zmiennych $(x_i, \tilde{x}_i) \equiv (Q, P, q; \tilde{Q}, \tilde{P}, \tilde{q})$ do pewnych nowych zmiennych $(m_i, \tilde{m}_i)$, przy pomocy transformacji:

$$[R_{ij}^d] = \begin{bmatrix} ikc_0 \cos \varphi_{\text{ad}} & -C_V^{-1/2} \sin \varphi_{\text{T}} & 0 \\ ikc_0 \sin \varphi_{\text{ad}} & C_V^{-1/2} \cos \varphi_{\text{T}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.51)$$

gdzie $i, j = 1, 2, 3$. Tutaj $\sin \varphi_{\text{ad}} = g_0 / \sqrt{c_0^2 v_+}$, $\cos \varphi_{\text{T}} = \sqrt{f_0^2 C_V^0 / v_+}$, zaś v_+ dane jest tą samą kombinacją stałych sprzężenia co w rozdziale trzecim ($v_+ = \frac{g_0^2 c_0^{-2} + f_0^2 C_V^0 - 2w_0 g_0 f_0 c_0^{-2} C_V^0}{1 - w_0^2 c_0^{-2} C_V^0}$). Poza tym, oczywiście, $\sin^2 \varphi_{\text{ad}} + \cos^2 \varphi_{\text{ad}} = 1$. Podobnie dla „kąta obrotu” φ_{T} . Funkcjonał dynamiczny $\mathcal{J} \left\{ S, Q, P, q; \tilde{S}, \tilde{Q}, \tilde{P}, \tilde{q} \right\}$ zostaje przetransformowany do $\mathcal{J} \left\{ S, (m_i); \tilde{S}, (\tilde{m}_i) \right\}$. W nowych zmiennych przedstawia się on następująco:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} \left\{ S, (m_i); \tilde{S}, (\tilde{m}_i) \right\} = & \sum_{\mathbf{k}} \int_{\omega} \left\{ \tilde{S} \tilde{T} \tilde{S} + \tilde{m}_i \lambda_{ij} \tilde{m}_j - \tilde{S} [-i\omega S + \Gamma \frac{\delta H}{\delta S}] + \right. \\ & \left. - \tilde{m}_i [-i\omega m_i + L_{ij} \frac{\delta H}{\delta m_j}] \right\}, \end{aligned} \quad (5.52)$$

gdzie

$$[\lambda_{ij}] = [R_{ij}^d] [\lambda'_{ij}] [R_{ij}^d]^T$$

i

$$[L_{ij}] = [R_{ij}^d] [L'_{ij}] [R_{ij}^d]^T$$

otrzymujemy z wyjściowej macierzy współczynników tłumienia (współczynniki stojące przed iloczynami $\tilde{x}_i \tilde{x}_i$),

$$[\lambda'_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\kappa k^2}{C_V^0} & 0 \\ 0 & 0 & \Theta k^2 \end{bmatrix},$$

oraz z macierzy współczynników przed $-\tilde{x}_i x_i$:

$$[L'_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -c_0 k \\ 0 & \frac{\kappa k^2}{C_V^0} & 0 \\ c_0 k & 0 & \Theta k^2 \end{bmatrix}.$$

Macierz $[\lambda'_{ij}]$ jest macierzą osobiłą (nie istnieje do niej macierz odwrotna), ponieważ w funkcjale dynamicznym uwzględniono jedno równanie ścisłe (5.47). Hamiltonian układu transformuje się do zmiennych $\{S, \{m_i\}\}$, w których to przyjmuje bardzo prostą formę:

$$H(S, \{m_i\}) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} [m_1(\mathbf{k})^2 + m_2(\mathbf{k})^2 + m_3(\mathbf{k})^2 + 2v_+ m_2(\mathbf{k}) S_{-\mathbf{k}}^2] + H_{\text{ef}}(S). \quad (5.53)$$

W nowym hamiltonianie tylko pole m_2 sprzężone jest z parametrem porządku. Efektywny hamiltonian spinowy ma taką samą postać jak w rozdziale trzecim, z efektywną stałą sprzężenia $u_0 = \tilde{u}_0 - v_+$. Podobnie jak w rozdziale trzecim i pierwszej części tego rozdziału zaniedbujemy tu małą nieanalityczność tej stałej sprzężenia (względem wektora falowego), ponieważ w magnetykach prowadzi ona do zaniedbywalnych efektów w eksperymentalnie dostępnym zakresie zredukowanej temperatury. Pola m_1 i m_3 mają postać pól nieoddziałujących. Należy jednak zauważyć, że chociaż „statycznie” nie są one sprzężone z parametrem porządku, to jednak „dynamicznie” są sprzężone z polem m_2 poprzez macierz $[L_{ij}]$, a tym samym sprzężone są z układem spinowym.

5.2.2 Funkcje wierzchołkowe a współczynniki transportu

Związek między dyfuzyjnością cieplną, $D_T = \kappa/C_p$, i współczynnikiem tłumienia dźwięku, $D_s = 2\alpha(\omega)c^3(\omega)/\omega^2$, a funkcjami wierzchołkowymi, pojawiającymi się w naturalny sposób przy zastosowaniu rachunku zaburzeń [101], znaleźć można rozwiązując zlinearyzowane równania ruchu hydrodynamiki, które dla naszego układu mają następującą postać:

$$\dot{S}_{\mathbf{k}} = -\Gamma(k^2 + \xi^{-2})S_{\mathbf{k}}, \quad (5.54)$$

$$\dot{q}_{\mathbf{k}} = -\frac{\kappa k^2}{C_p(t)}q_{\mathbf{k}}, \quad (5.55)$$

$$\ddot{Q}_{\mathbf{k}} = -c_s^2 k^2 Q_{\mathbf{k}} - D_s k^2 \dot{Q}_{\mathbf{k}}, \quad (5.56)$$

gdzie $C_p(t)$ to ciepło właściwe układu pod stałym ciśnieniem, κ - współczynnik przewodnictwa cieplnego, c_s i D_s - prędkość i współczynnik tłumienia dźwięku. Pierwsze z tych równań opisuje relaksację parametru porządku, drugie przewodnictwo cieplne, a trzecie propagację fali dźwiękowej. Zwykle, aby znaleźć mody hydrodynamiczne układu, przyrównujemy do zera [82, 101] wyznacznik utworzony ze współczynników stojących przed polami zapisanymi w reprezentacji Fouriera. Dla równań (5.54) - (5.56) wyznacznik macierzy współczynników ma prostą postać:

$$\Delta_{\text{hydr}} = (-\omega^2 - i\omega D_s k^2 + c_s^2 k^2) (-i\omega + D_T k^2) [-i\omega + \Gamma(k^2 + \xi^{-2})], \quad (5.57)$$

pokazującą istnienie modu relaksacyjnego, modu dyfuzji ciepła i jednego modu dźwiękowego. Łatwo zauważyć, że podobną strukturę posiada wyznacznik ze współczynników funkcjonału działania, stojących przed wyrazami postaci $\tilde{\beta}_i \beta_j$, w najniższym rzędzie rachunku zaburzeń, gdzie $\{\beta_i\} = \{S, q, Q, P\}$. Każdy z wyrazów stojących przed $\tilde{\beta}_i \beta_j$ stanowi najniższe (gaussowskie) przybliżenie $\Gamma_{\beta_j \tilde{\beta}_i}^0(k, \omega)$ dla odpowiedniej funkcji wierzchołkowej: $\Gamma_{\beta_j \tilde{\beta}_i}(k, \omega) = \Gamma_{\beta_j \tilde{\beta}_i}^0(k, \omega) - \Sigma_{\beta_j \tilde{\beta}_i}(k, \omega)$, gdzie $\Sigma_{\beta_j \tilde{\beta}_i}(k, \omega)$ jest sumą nieprzywiedlnych diagramów z dwoma „zewnątrznymi” liniami [28, 7, 34, 101]. Po przyrównaniu do zera stałych oddziaływania g_0 , w_0 , f_0 i u_0

macierz $\left[\Gamma_{\beta_j\tilde{\beta}_i}^0(k, \omega)\right]$ ma następującą strukturę:

$$\left[\Gamma_{\beta_j\tilde{\beta}_i}^0(k, \omega)\right] = \begin{bmatrix} -i\omega + \Gamma(k^2 + r_0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i\omega + D_T^0 k^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i\omega & c_0^2 k^2 \\ 0 & 0 & -1 & -i\omega + \Theta k^2 \end{bmatrix}, \quad (5.58)$$

a jej wyznacznik przyjmuje analogiczną do (5.57) postać

$$\Delta_{\text{teor}}^0 = (-\omega^2 - i\omega\Theta k^2 + c_0^2 k^2) (-i\omega + D_T^0 k^2) [-i\omega + \Gamma(k^2 + r_0)], \quad (5.59)$$

gdzie $D_T^0 = \kappa/C_V^0$. Jest to jednocześnie dowód na to, że przybliżenie gaussowskie w naszym modelu dobrze opisuje hydrodynamikę układu z dala od punktu krytycznego, gdzie fluktuacje nie odgrywają istotnej roli.

Nie będziemy się tu wgłębiać w szczegóły dynamicznego rachunku zaburzeń, odsyłając czytelnika do cytowanej literatury, powiemy tylko krótko, że jak pokazali Folk i Moser [102] po pierwsze, „hydrodynamiczna” struktura macierzy (5.58) jak i jej wyznacznika (5.59) zostaje zachowana w każdym rzędzie rachunku zaburzeń. Jedynie zamiast współczynników D_T^0 , c_0^2 i Θ pojawiają się pewne funkcje zależne od wektora falowego, częstości i temperatury, które obliczamy sumując odpowiednie nieprzywiedlne diagramy Feynmana. Każdą z tych funkcji można zapisać jako iloczyn czynnika „dynamicznego”, dla którego wszystkie wkłady perturbacyjne proporcjonalne są do parametrów tzw. sprzężenia międzymodowego (mode-coupling), oraz czynnika, który w granicy $\omega = 0$ redukuje się do odpowiedniej statycznej funkcji wierzchołkowej. Po drugie, ta struktura wyznacznika jest niezmiennicza względem transformacji zamiany zmiennych (5.51) i po trzecie, by otrzymać współczynniki transportu w naszym modelu należy porównać wyznacznik „hydrodynamiczny” Δ_{hydr} z wyznacznikiem dynamicznych, dwu-cząstkowych funkcji wierzchołkowych: $\Delta_{\text{teor}} = \det \left[\Gamma_{\beta_j\tilde{\beta}_i}(k, \omega)\right]$, który w naszym modelu (nie ma w nim sprzężeń międzymodowych) ma następującą postać:

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{teor}} = & \{i\omega^3 - \omega^2[\Theta k^2 + (\sin^2 \varphi_T + \cos^2 \varphi_T \Gamma_{m_2 m_2}) D_T^0 k^2] \\ & - i\omega[c_0^2 k^2(\cos^2 \varphi_a + \sin^2 \varphi_a \Gamma_{m_2 m_2}) + (\sin^2 \varphi_T + \cos^2 \varphi_T \Gamma_{m_2 m_2}) D_T^0 \Theta k^4] \\ & + c_0^2 D_T^0 k^4 \cos^2(\varphi_a - \varphi_T) \Gamma_{m_2 m_2}\} \Gamma_{\Phi\tilde{\Phi}}(k, \omega), \end{aligned} \quad (5.60)$$

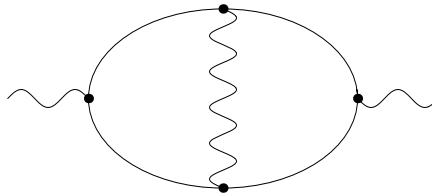
gdzie $\Gamma_{m_2 m_2}(\omega) = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial k^2} \Gamma_{m_2 \tilde{m}_2} |_{k=0}$ jest właśnie tym drugim czynnikiem we funkcji wierzchołkowej $\Gamma_{m_2 \tilde{m}_2}(k, \omega)$, który jest uogólnieniem statycznej funkcji wierzchołkowej - $\Gamma_{m_2 m_2}^{(st)} = \langle m_2 m_2 \rangle^{-1}$ [101, 99]. Ponieważ zmienna m_2 odgrywa w hamiltonianie taką samą rolę jak energia w modelu C [3], więc zarówno $\Gamma_{m_2 m_2}^{(st)}$ jak i jej dynamiczny odpowiednik przejawiają osobliwość typu odwrotności ciepła właściwego, a $\Gamma_{m_2 m_2}$ spełnia relację skalowania

$$\Gamma_{m_2 m_2}(t, \omega) = t^\alpha \Psi(y) , \quad (5.61)$$

gdzie $y = \omega/\omega_c$ to znana już częstość zredukowana. Funkcja skalująca w przybliżeniu jednopętlowym dana jest wyrażeniem:

$$\Psi(y) = \left[1 + \left(\frac{y}{2} \right)^2 \right]^{\frac{\alpha}{2z\nu}} \left\{ 1 + \frac{\alpha}{\nu} \left[\frac{1 - \frac{iy}{2}}{y} \arctan \frac{y}{2} + i \frac{\ln(1 + (\frac{y}{2})^2)}{2y} \right] \right\} , \quad (5.62)$$

czyli z dokładnością do stałej i wyrazów rzędu $O(\epsilon^2)$ wygląda jak odwrotność rozważanej w poprzednim rozdziale formuły na $\Phi'(y)$. Założyliśmy tutaj, że v_+ i u_0 są równe swoim wartościom w punkcie stałym grupy renormalizacji, a więc nie rozważamy tutaj poprawek do skalowania związanych z tymi parametrami [81, 82]. Równanie (5.62) różni się jednak od $\Phi'(y)^{-1}$ tym, że występuje tutaj inna wartość - odpowiednia dla modelu C - dynamicznego wykładnika krytycznego: $z = 2 + \alpha/\nu$. Oczywiście, w przybliżeniu dwupętlowym i wyższych oprócz tej różnicy występują jeszcze dodatkowe przyczynki do Ψ pochodzące np. od diagramu z rysunku (5.4).



Rys. 5.4. Dodatkowy diagram dający wkład do funkcji Ψ , nie występujący w wyrażeniu na Φ' . Linie faliste to propagatory „fononowe”. Zwykle linie to propagatory spinowe.

5.2.3 Prędkość i współczynnik pochłaniania dźwięku oraz dyfuzyjność cieplna

Równanie (5.60) łatwo sfaktoryzować dla $c_0 k \gg D_T^0 k^2$. Otrzymujemy wtedy

$$\Delta_{\text{teor}} = [-\omega^2 - i\omega \mathcal{D}_s^{\text{ad}}(\omega)k^2 + \mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)^2 k^2] [-i\omega + \mathcal{D}_T^{\text{ad}}(\omega)k^2] \Gamma_{\Phi\bar{\Phi}}(k, \omega) , \quad (5.63)$$

gdzie $\mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)$, $\mathcal{D}_s^{\text{ad}}(\omega)$ i $\mathcal{D}_T^{\text{ad}}(\omega)$ to zależne od częstości (i oczywiście od temperatury) współczynniki, które interpretujemy jako zespolone: prędkość i współczynnik tłumienia dźwięku oraz dyfuzyjność cieplna (przewodnictwo temperaturowe). Górny indeks oznacza granicę adiabatyczną, ponieważ dla $\omega \simeq c_0 k \gg D_T^0 k^2$ w ciągu jednego okresu fali ultradźwiękowej nie ma znaczącego przepływu ciepła od miejsc cieplejszych (o większej gęstości) do obszarów chłodniejszych (o mniejszej gęstości). $\mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)$ i $\mathcal{D}_T^{\text{ad}}(\omega)$ dane są stosunkowo prostymi wyrażeniami:

$$\mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)^2 = c_0^2 [\cos^2 \varphi_{\text{ad}} + \sin^2 \varphi_{\text{a}} \Gamma_{m_2 m_2}(\omega)] , \quad (5.64)$$

$$\mathcal{D}_s^{\text{ad}}(\omega) = \Theta + [\mathcal{D}_T^{\text{ad}}(\omega) - \mathcal{D}_T^{\text{iz}}(\omega)] , \quad (5.65)$$

$$\mathcal{D}_T^{\text{ad}}(\omega) = D_T^0 \frac{\cos^2(\varphi_{\text{ad}} - \varphi_T) \Gamma_{m_2 m_2}(\omega)}{\cos^2 \varphi_{\text{ad}} + \sin^2 \varphi_{\text{a}} \Gamma_{m_2 m_2}(\omega)} , \quad (5.66)$$

$$\mathcal{D}_T^{\text{iz}}(\omega) = D_T^0 (\sin^2 \varphi_T + \cos^2 \varphi_T \Gamma_{m_2 m_2}) . \quad (5.67)$$

Prędkość i współczynnik pochłaniania dźwięku związane są z rzeczywistą i urojoną częścią $\mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)$ oraz $\mathcal{D}_s^{\text{ad}}(\omega)$ następującymi relacjami:

$$c(\omega, t)^2 = \text{Re} \mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)^2 + \omega \text{Im} \mathcal{D}_s^{\text{ad}}(\omega) , \quad (5.68)$$

$$\alpha(\omega, t) = \frac{-\omega \text{Im} \mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)^2 + \omega^2 \text{Re} \mathcal{D}_s^{\text{ad}}(\omega)}{2c^3(\omega)} , \quad (5.69)$$

zaś zależna od częstości dyfuzyjność cieplna

$$D_T(\omega, t) = \text{Re} \mathcal{D}_T^{\text{ad}}(\omega) . \quad (5.70)$$

Dla magnetyków stałe oddziaływania są takie, że możemy założyć $\cos^2 \varphi_{\text{ad}} \gg \sin^2 \varphi_{\text{ad}}$. Widzimy więc, że $D_{\text{T}}(\omega)$ w pobliżu punktu krytycznego ($t \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow 0$) ma następującą postać: $D_{\text{T}}(\omega, t) \simeq D_{\text{T}}^0 t^\alpha \Psi(y)$, przy czym dyfuzyjność cieplna maleje wolno do zera jak t^α w obszarze hydrodynamicznym, osiągając skończoną wartość, $D_{\text{T}}(\omega, 0) \propto \omega^{\alpha/z\nu}$, w obszarze krytycznym ($y \gg 1$). Można pokazać [99], że w granicy $\omega \rightarrow 0$ równanie (5.66) przechodzi w znaną relację $D_{\text{T}}(0, t) = \kappa/C_p(t)$, gdzie $C_p(t)$ jest ciepłem właściwym pod stałym ciśnieniem. W naszym modelu nie ma perturbacyjnego wkładu do przewodności cieplnej κ [36, 37].

W literaturze nie znajdujemy zbyt wielu prac dotyczących zachowania się dyfuzyjności cieplnej w pobliżu T_c . Jednakże stosunkowo niedawno przedstawiono wyniki pomiarów tej wielkości w jedno-osowym antyferromagnetyku FeF_2 [103] oraz w Cr_2O_3 [104]. Ten ostatni związek jest również antyferromagnetykiem, lecz wykazuje on tylko niewielką anizotropię. Pomiary dyfuzyjności cieplnej dotyczyły tylko obszaru hydrodynamicznego, a obserwowany „dołek” w dyfuzyjności cieplnej w pobliżu T_c można w przypadku FeF_2 dość dobrze wytłumaczyć osobliwością typu t^α , gdzie zmierzony w ten sposób wykładnik $\alpha = 0,11 \pm 0,02$ bardzo dobrze zgadza się z teoretycznym oszacowaniem tego wykładnika dla układu typu Isinga: $\alpha = 0,110$ [15]. Interpretacja wyników w Cr_2O_3 wydaje się być mniej jednoznaczna [99].

Wróćmy jednak do krytycznej propagacji dźwięku, bo to jest nasz podstawowy przedmiot zainteresowania. Dla $\omega = ck \gg D_{\text{T}}^0 k^2$ w równaniach (5.68) i (5.69) można zaniedbać wyrazy zawierające $\mathcal{D}_{\text{s}}^{\text{ad}}(\omega)$, ponieważ dają one dużo mniejszy wkład do prędkości i pochłaniania dźwięku niż te proporcjonalne do $\mathcal{C}_{\text{s}}^{\text{ad}}(\omega)^2$. Warto jednak zauważyć, że drugi wyraz w równaniu (5.69) w granicy $\omega \rightarrow 0$ daje klasyczny wkład do pochłaniania dźwięku, pochodzący od przewodnictwa cieplnego [65]

$$\alpha(\omega, t)_{\text{klas}} = \frac{\omega^2 \kappa}{2c_0^3} \left[\frac{1}{C_V(t)} - \frac{1}{C_p(t)} \right]. \quad (5.71)$$

Dowodzi to spójności naszej teorii, gdyż dostajemy w niej prawidłowe wyrażenie dla $\alpha(\omega, t)$ również poza obszarem krytycznym. W równaniu (5.71) pominięto niekrytyczny wyraz proporcjonalny do Θ , a odzwierciedlający inne mechanizmy pochłaniania. Patrząc na równanie (5.64) widzimy, że w $c^2(\omega, t)$ mamy stały nieosobliwy wyraz $c_0^2 \cos^2 \varphi_{\text{ad}}$ plus mała singularna poprawka proporcjonalna do $t^\alpha \text{Re} \Psi(y)$. Jest to zachowanie odpowiadające temu z równania (5.39) dla reżymu wysoko-częstotliwościowego ($\omega \tau_{SL}^0 \gg 1$), który określiliśmy również jako

„adiabatyczny”. Również współczynnik pochłaniania i dyspersja dźwięku dane są podobnymi do (5.42) i (5.40) wyrażeniami:

$$\alpha(\omega, t) = \frac{-\omega \sin^2 \varphi_{\text{ad}}}{2c_0} \text{Im} \Gamma_{m_2 m_2}(\omega) \propto \omega^2 t^{-\rho_s} g_3(y) , \quad (5.72)$$

$$c^2(\omega) - c^2(0) \propto t^\alpha f_3(y) , \quad (5.73)$$

gdzie wykładnik krytyczny $\rho_s = z\nu - \alpha = 2\nu \simeq 1,26$, a funkcje skalujące $g_3(y) = \text{Im} \Psi(y)/y$ i $f_3(y) = \text{Re} \Psi(y)$ w przybliżeniu jednopętlowym różnią się tylko innymi wartościami czasowego wykładnika krytycznego ($z \simeq 2,175$ dla modelu C) w (5.30) i (5.62). Ponieważ asymptotycznie dla dużych y mamy: $g_3(y) \propto y^{-\rho_s/z\nu}$ i $f_3(y) \sim 1 - y^{\alpha/z\nu}$, to i nachylenia funkcji $g_3(y)$ oraz $f_3(y)$ będą się trochę różnić od $g_2(y)$ i $f_2(y)$ dla $y \rightarrow \infty$. Należy tutaj wspomnieć, że wartość uzyskanego wykładnika $\rho_s^C = z_C\nu - \alpha$ nie zgadza się z wynikiem uzyskanym przez Drosel i Schwabla [61], którzy uzyskali w podobnym modelu (niezachowawczy parametr porządku i zachowawcza energia) wynik: $\rho_s = z_C\nu + \alpha$. Jak już wspomniano w rozdziale trzecim, Drosel i Schwabl uzyskali też inny, izotermiczny, wzór dla prędkości dźwięku. Było to skutkiem przyjęcia jako ciśnienia - zmiennej nie w pełni ortogonalnej do zmiennej entropowej. Według autora niniejszej rozprawy inny wykładnik krytyczny, znaleziony przez Drosel i Schwabla, wynika z błędów w procedurze eksponencjacji logarytmów. Prawidłowa eksponencjacja logarytmów dla wyrażenia (3.1) z ich pracy [61] daje wynik $\rho_s = z_C\nu - \alpha$.

Równanie (5.60) można również sfaktoryzować dla $c_0 k \ll D_T^0 k^2$. Nierówność ta zachodzi tylko dla bardzo wysokich częstotliwości, dużo wyższych niż częstotliwości ultradźwiękowe, tak że rozpatrywana faktoryzacja ma tylko znaczenie teoretyczne. Dla tak wysokich częstotliwości dźwięk w tym modelu propaguje się w sposób izotermiczny, a Δ_{teor} można zapisać następująco:

$$\Delta_{\text{teor}} = [-\omega^2 - i\omega \mathcal{D}_s^{\text{iz}}(\omega)k^2 + \mathcal{C}_s^{\text{iz}}(\omega)^2 k^2] [-i\omega + \mathcal{D}_T^{\text{iz}}(\omega)k^2] \Gamma_{\Phi\Phi}(k, \omega) , \quad (5.74)$$

gdzie

$$\mathcal{C}_s^{\text{iz}}(\omega)^2 = c_0^2 \frac{\cos^2(\varphi_{\text{ad}} - \varphi_T) \Gamma_{m_2 m_2}(t, \omega)}{\sin^2 \varphi_T + \cos^2 \varphi_T \Gamma_{m_2 m_2}(t, \omega)} , \quad (5.75)$$

$$\mathcal{D}_s^{\text{iz}}(\omega) = \Theta + \frac{\mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)^2 - \mathcal{C}_s^{\text{iz}}(\omega)^2}{\mathcal{D}_T^{\text{iz}}(\omega)\omega^2} \mathcal{C}_s^{\text{iz}}(\omega)^2 , \quad (5.76)$$

jest kwadratem zespolonej izotermicznej prędkości dźwięku i jego zespolonym współczynnikiem tłumienia, zaś $\mathcal{D}_T^{\text{iz}}(\omega)$, dana wyrażeniem (5.67), jest zespoloną dyfuzyjnością cieplną w tym reżymie. Można pokazać, że dla częstości dużo mniejszych niż częstość charakterystyczna parametru porządku $\mathcal{D}_T^{\text{iz}}(\omega) \rightarrow \kappa/C_V(t)$, gdzie $C_V(t) \propto \text{const} + t^\alpha$ jest ciepłem właściwym układu przy stałej objętości - które jest skończone w T_c [64]. Warto jeszcze zauważyć, że w reżymie izotermicznym kwadrat prędkości dźwięku dąży do zera jak t^α , skończona natomiast w T_c jest dyfuzyjność cieplna, czyli mamy odwrotną sytuację niż w reżymie adiabatycznym, gdzie prędkość dźwięku była skończona, a dyfuzyjność cieplna malała do zera. Ma to związek z pewną relacją jaką spełniają $\mathcal{C}_s^2$ i $\mathcal{D}_T$ w obydwu reżymach. Łatwo się bowiem przekonać, że

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_T^{\text{ad}}(\omega) \mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)^2 &= \mathcal{D}_T^{\text{iz}}(\omega) \mathcal{C}_s^{\text{iz}}(\omega)^2 = \\ &= c_0^2 D_T^0 \Gamma_{m_2 m_2}(t, \omega) \cos^2(\varphi_{\text{ad}} - \varphi_T) \propto \tau^\alpha \Psi(y) . \end{aligned} \quad (5.77)$$

Relacja ta [99] jest uogólnieniem na skończone częstości znanej z termodynamiki formuły [22]: $(\partial p / \partial \rho)_q C_V = (\partial p / \partial \rho)_T C_p$, wiążącej izotermiczną i adiabatyczną ściśliwość oraz ciepła właściwe cieczy przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości.

Na koniec spróbujemy znaleźć związek między formułami na adiabatyczną i izotermiczną prędkość dźwięku, w tym modelu, a wyrażeniami (5.37) i (5.39) z poprzedniego rozdziału, gdzie zajmowaliśmy się modelem z niezachowawczą energią. Rachunek zaburzeń dla funkcji $\Gamma_{m_2 m_2}(t, \omega)$ pokazuje, że można ją przedstawić następująco:

$$\Gamma_{m_2 m_2}(t, \omega) = 1 - v_+ \Pi_{\text{np}}^{\text{C}}(k, \omega), \quad (5.78)$$

gdzie $\Pi_{\text{np}}^{\text{C}}$ jest sumą wszystkich nieprzywiedlnych diagramów dla funkcji reakcji liniowej kwadratu spinu $\Pi(k, \omega) = 2\Gamma \int dt e^{i\omega t} \left\langle S_{\mathbf{k}}^2(t) \widetilde{S}_{-\mathbf{k}}^2(0) \right\rangle_{\text{C}}$, gdzie indeks „C” dodano tu dla zaznaczenia, że średnia liczona jest przy funkcjonale dynamicznym $\mathcal{J} \left\{ S, m_1, m_2, m_3; \tilde{S}, \tilde{m}_1, \tilde{m}_2, \tilde{m}_3 \right\}$, w którym dla nieistotnych (irrelevant) parametrów przyjęto wartość zero. Poza tym, w celu uproszczenia rachunku zaburzeń, można częściowo przecałkować po polach $m_1, m_3, \tilde{m}_1$ i $\tilde{m}_3$ w odpowiednich funkcjach korelacji, a następnie przejść do granicy, $c_0 \rightarrow \infty$, z prędkością dźwięku (mod dźwiękowy może być uważany za stosunkowo szybki w stosunku do modów parametru porządku i dyfuzji ciepła nawet w T_c [61]). Prowadzi to do modelowego

„bezfononowego” funkcjonału działania $\mathcal{J}\{S, m_2; \tilde{S}, \tilde{m}_2\}$, zawierającego tylko pola S i m_2 , dla klasy uniwersalności C [36]. Aby uzyskać analogiczne do poprzedniego rozdziału wyrażenia, wygodnie jest wprowadzić pewną sztuczną funkcję zdefiniowaną wzorem:

$$\Xi^C(k, \omega) = \frac{\Pi_{\text{np}}^{(C)}(k, \omega)}{1 - v_+ \Pi_{\text{np}}^{(C)}(k, \omega)} . \quad (5.79)$$

Wtedy możemy napisać

$$\Gamma_{m_2 m_2}(t, \omega) = \frac{1}{1 + v_+ \Xi^{(C)}(k, \omega)} \quad (5.80)$$

i podstawiając to do równań (5.64) i (5.75) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_s^{\text{ad}}(\omega)^2 &= c_0^2 \frac{1 + v_{\text{ad}}^q \Xi^{(C)}(k, \omega)}{1 + v_+ \Xi^{(C)}(k, \omega)} \\ &= c_0^2 \left(1 - \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+}\right) + c_0^2 \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+} \frac{1}{1 + v_+ \Xi^{(C)}(k, \omega)} \end{aligned} \quad (5.81)$$

oraz

$$\mathcal{C}_s^{\text{iz}}(\omega)^2 = c_0^2 \frac{(1 - r^2)}{1 + v_{\text{T}}^{\text{ph}} \Xi^{(C)}(k, \omega)} . \quad (5.82)$$

Są to wyrażenia o tej samej strukturze co wzory (5.37) i (5.39), które opisują zachowanie zespolonej prędkości dźwięku w reżymie nisko- i wysoko-częstotliwościowym modelu A, tylko że zamiast funkcji $\Pi^{(A)}(k, \omega)$ występuje tutaj $\Xi^{(C)}(k, \omega)$. Warto zwrócić uwagę, że $\Xi^{(C)}(k, \omega)$ w modelu C różni się istotnie od reakcji liniowej kwadratu spinu $\Pi^{(C)}(k, \omega)$, ponieważ

$$\Pi^{(C)}(k, \omega) = \frac{\Pi_{\text{np}}^{(C)}(k, \omega)}{1 - v_+ G_0^{m_2}(k, \omega) \Pi_{\text{np}}^{(C)}(k, \omega)} , \quad (5.83)$$

gdzie $G_0^{m_2}(k, \omega) = (1 - i\omega/D_{\text{T}}^0 k^2)^{-1}$ jest swobodnym propagatorem pola m_2 . Dla adiabatycznej propagacji dźwięku mamy $\omega/D_{\text{T}}^0 k^2 \gg 1$, a więc $G_0^{m_2}(k, \omega) \simeq 0$ i $\Pi^{(C)}(k, \omega) \simeq \Pi_{\text{np}}^{(C)}(k, \omega)$. Takiej różnicy nie ma w granicy statycznej $\omega \rightarrow 0$, gdzie $\Pi^{(C)}(k, 0) = \Xi^{(C)}(k, 0) = \langle S_{\mathbf{k}}^2 S_{-\mathbf{k}}^2 \rangle$. Zatem i tutaj otrzymujemy wyrażenia (3.16) i (3.24), uzyskane w rozdziale trzecim.

Patrząc na równanie (5.81) bez trudu znajdziemy związek z fenomenologicznym ciepłem właściwym Ferrela-Bhattacharjee, które jest często stosowane do interpretacji eksperymentów w układach niemagnetycznych, takich jak mieszaniny krytyczne, He^4 i przejście ciec-z-gaz. Wystarczy przyjąć, że

$$C_p^{\text{FB}}(\omega) = C_V^0 [1 + v_+ \Xi^{(C)}(k, \omega)] , \quad (5.84)$$

a uzyskamy zależność zespolonej prędkości dźwięku od odwrotności tej wielkości:

$$C_s^{\text{ad}}(\omega)^2 = c_0^2 \left(1 - \frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_+}\right) + \frac{\text{const}}{C_p^{\text{FB}}(\omega)}. \quad (5.85)$$

Jeszcze raz zwracamy uwagę, że nie można interpretować $C_p^{\text{FB}}(\omega)$ jako reakcji liniowej pola entropii, gdyż ta ostatnia w reżymie adiabatycznym zachowuje się inaczej niż $C_p^{\text{FB}}(\omega)$.

Formuła (5.85) wydaje się mieć powszechne zastosowanie w zupełnie różnych układach należących do różnych klas uniwersalności. Można więc przypuszczać, że ma ona zastosowanie do **adiabatycznej** propagacji dźwięku w układach krytycznych, gdzie parametr porządku sprzężony jest z energią i modem dźwiękowym za pomocą dwóch **różnych** i niezależnych stałych sprzężenia. Wyjątek stanowi tutaj układ gaz-ciecz, gdzie jak zauważyli Pankert i Dohm [82], parametr porządku sam proporcjonalny jest do energii i występuje tam tylko jedna stała sprzężenia - między parametrem porządku a zmiennymi opisującymi dźwięk. Analiza przeprowadzona w poprzednim rozdziale pokazuje, że również w reżymie niskoczęstotliwościowym magnetyków z niezachowawczym parametrem porządku nie ma ona zastosowania.

Rozdział 6

EKSPERYMENT

Warto się zastanowić jak mają się mierzone eksperymentalnie w magnetykach wartości wykładnika attenuacji dźwięku do tych otrzymanych w modelu z zachowawczą energią, $\rho_s^{\text{ad}} \simeq 1, 26$, jak i tych otrzymanych w modelu z niezachowawczą energią. W tym ostatnim modelu spotykamy zarówno reżym nisko-częstotliwościowy, w którym widoczna może być osobliwość typu Kawasakiego ($\rho_s^{\text{Kaw}} \simeq 0, 22$) oraz osobliwość MIS ($\rho_s^{\text{MIS}} \simeq 1, 38$), jak i reżym wysoko-częstotliwościowy (WCZ) z $\rho_s^{\text{wcz}} \simeq 1, 16$.

6.1 Izolatory

I tak, dla zdecydowanej większości izolatorów magnetycznych wykładnik ρ_s przyjmuje małą wartość: od zera dla tlenku europu - EuO, gdzie w ogóle nie obserwujemy anomalnego pochłaniania w fazie wysokotemperaturowej, do wartości 0,75 dla fluorku żelaza (II) FeF₂. Ilustruje to tabela (6.1). Przedstawiono w niej wykładniki krytyczne współczynnika pochłaniania dźwięku w obszarze krytycznym dla kilku magnetyków będących równocześnie izolatorami elektrycznymi. Rzucającym się w oczy wyjątkiem jest tlenek chromu (III) Cr₂O₃, dla którego ρ_s przyjmuje wartość 1,3, czyli bliską wartości obserwowanych w metalach magnetycznych (patrz tabela 6.2). Omówimy ten przypadek trochę później. Na razie zajmiemy się typowymi magnetykami z tej grupy. Małe wartości wykładnika attenuacji dźwięku w izolatorach interpretowane są powszechnie jako dowód na to, że realizuje się w nich reżym Kawasakiego. Ktoś mógłby spytać: jak się ma wykładnik $\rho_s \simeq 0, 77$, obserwowany w anizotropowym antyferromagnetyku FeF₂, do wartości: $\rho_s^{\text{Kaw}} = 2\alpha_1 \simeq 0, 22$, otrzy-

manej z naszych rozważań dla modelu typu Isinga? Albo, co ma wspólnego $\rho_s \simeq 0,32$, dla izotropowego

Tabela 6.1. Wykładniki krytyczne współczynnika pochłaniania dźwięku dla izolatorów magnetycznych.

Substancja	Wykładnik ρ_s	Parametr anizotr.	Zakres częstotliw. (MHz)	Zakres temperatury zreduk.	Literat.
MnF ₂	0,14(1)	$1,4 \cdot 10^{-2}$	10 – 110	$10^{-4} - 10^{-1}$	[105, 106] [107, 73]
RbMnF ₃	0,32(2)	$5 \cdot 10^{-6}$	30 – 150	$10^{-4} - 6 \cdot 10^{-2}$	[108]
EuO	0	$4 \cdot 10^{-4}$	50, 170	$10^{-4} - 10^{-1}$	[109, 73]
Y ₃ Fe ₅ O ₁₂	0,5(1)	10^{-5}	5, 30	$2 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-2}$	[86]
Gd ₃ Fe ₅ O ₁₂	0,42(10)	10^{-5}	5, 30	$2 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-1}$	[86]
FeF ₂	0,77(7)	0,6	10 – 70	$3 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-2}$	[110]
Cr ₂ O ₃	1,3(1)	$3 \cdot 10^{-4}$	100-1500	$3 \cdot 10^{-5} - 10^{-3}$	[111]

antyferromagnetyka Heisenberga - RbMnF₃, z ujemną wartością: $2\alpha_H \simeq -0,27$, którą otrzymujemy przez proste zastąpienie $\alpha_I \rightarrow \alpha_H$ w wyrażeniu na ρ_s^{Kaw} ? Można to tłumaczyć np. niedokładnym wyznaczeniem temperatury krytycznej, co może mieć wpływ na wartości mierzonych wykładników krytycznych [86]. Jednak, zdaniem autora tej pracy, przyczyna tej pozornej niezgodności leży w tym, że eksperymentator mierząc nachylenie krzywej współczynnika pochłaniania dźwięku (przedstawionej w podwójnie logarytmicznej skali) jako funkcji temperatury zredukowanej, mierzy tzw. efektywny wykładnik krytyczny, który dla współczynnika pochłaniania dźwięku

$\alpha(\omega, t)$ można zdefiniować wzorem [112, 44]

$$\rho_s(t) = -\frac{\partial \ln[\alpha(\omega, t)]_{\omega \rightarrow 0}}{\partial \ln t} . \quad (6.1)$$

Widzieliśmy w poprzednim rozdziale, że pochłanianie typu Kawasakiego proporcjonalne jest do kwadratu ciepła właściwego, stąd asymptotyczny wykładnik dla tego reżymu, w układach typu Isinga, to $\rho_s^{\text{Kaw}} = 2\alpha_I$. Trzeba tutaj jednak wyraźnie stwierdzić, że jest to tylko przybliżenie asymptotyczne, ponieważ ciepło właściwe w pobliżu T_c zachowuje się jak

$$C = At^{-\alpha} + B , \quad (6.2)$$

a stały wyraz B można zaniedbać tylko w przypadku $\alpha > 0$, i to nieskończenie blisko T_c . Stała ta jest niezbędna np. w modelu Heisenberga, gdzie $A < 0$. Dopiero te dwa wyrazy zapewniają pik w cieple właściwym [27]. W realnych układach powinniśmy uwzględnić również pierwszą poprawkę do skalowania [113, 104, 103], pisząc

$$C = At^{-\alpha}(1 + Et^{\Delta_1}) + B + Ft , \quad (6.3)$$

gdzie Δ_1 jest wykładnikiem pierwszej poprawki do skalowania, który np. w przypadku modeli z jednowymiarowym parametrem porządku jest równy około 0,52 [15]. Dodano tutaj również regularny wyraz proporcjonalny do t . Pouczającym będzie obliczenie efektywnego wykładnika krytycznego dla kwadratu ciepła właściwego (w reżymie Kawasakiego to $\rho_s(t)$), gdy jest ono dane wyrażeniem (6.2). Otrzymujemy wtedy:

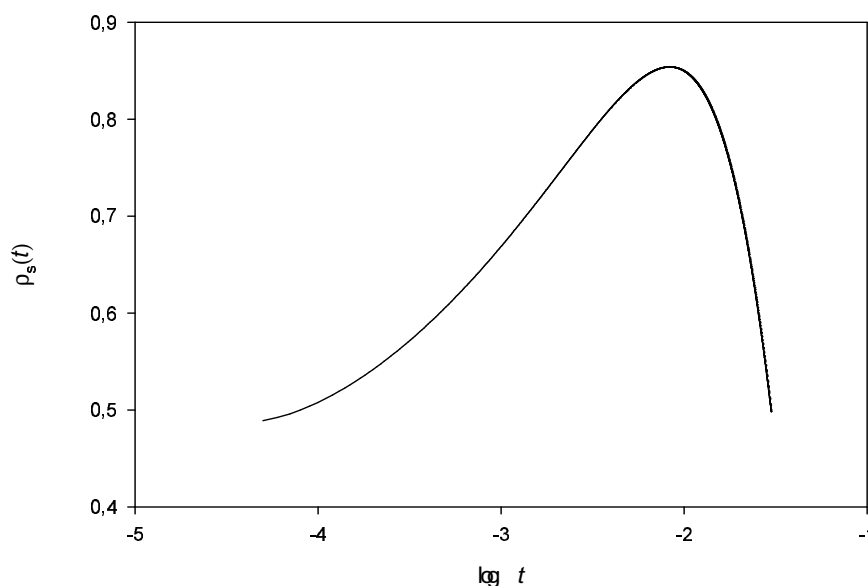
$$\rho_s(t) = 2\alpha \frac{At^{-\alpha}}{At^{-\alpha} + B} . \quad (6.4)$$

W przypadku magnetyków typu Heisenberga ($n = 3$) mamy $\alpha < 0$, $A < 0$ i $B > 0$ ($A < B$), a więc efektywny wykładnik krytyczny jest dodatni (zakładamy oczywiście, że wzór (6.2) obowiązuje tylko dla $t \ll 1$), bo dodatni jest iloczyn αA . Co więcej, jego bezwzględna wartość może być większa niż $2|\alpha_H| \simeq 0,27$, co tłumaczyłoby trochę większe niż 0,27 wykładniki ρ_s w ferrytach: $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ i $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$.

6.1.1 FeF₂

W przypadku układu Isinga, jakim jest silnie anizotropowy antyferromagnetyk FeF₂, zarówno wykładnik ciepła właściwego jak i jego amplituda są dodatnie, jednak, jak

pokazują rachunki grupy renormalizacji [113], stała B związana z fluktuacjami krytycznymi jest ujemna. Na rysunku (6.1) pokazano efektywny wykładnik krytyczny kwadratu ciepła właściwego w przypadku , gdy dane jest ono dość ogólnym wyrażeniem (6.3). Przyjęto tutaj $B/A = -1,59$, $E = 1,2$, $F/A = 0,1$ oraz $\alpha = 0,11$ i $\Delta_1 = 0,52$. Jeżeli dodać do tego stochastyczny rozrzut danych, to



Rys. 6.1. Efektywny wykładnik krytyczny współczynnika pochłaniania dźwięku w reżymie Kawasakiego (równy efektywnemu wykładnikowi kwadratu ciepła właściwego), gdy ciepło właściwe scharakteryzowane jest równaniem (6.3). Przyjęto tutaj: $B/A = -1,59$, $E = 1,2$, $F/A = 0,1$, oraz $\alpha = 0,11$ i $\Delta_1 = 0,52$.

łatwo wyobrazić sobie możliwość uzyskania wykładnika $\sim 0,7$ dla temperatury zredukowanej np. w przedziale $10^{-2} - 10^{-3}$. Wykładnik współczynnika pochłaniania dźwięku w FeF_2 poniżej temperatury krytycznej: $\rho_s \simeq 0,5$ [110], wiązać można z tym, że $A^+/A^- \simeq 0,53$ dla magnetyków typu Isinga. Większa amplituda A^- oznacza mniejszy stosunek B/A^- , a więc i mniejsze odchylenie ρ_s od wartości $2\alpha_1$.

6.1.2 EuO

Innym powodem do niepokoju wydać się może brak krytycznego pochłaniania dźwięku ($\rho_s = 0$) w izotropowym ferromagnetyku EuO, chociaż obserwujemy w nim

singularność w cieple właściwym [114]. Związane to jest z wyjątkowo długim czasem relaksacji spin-sieć, który dla tego związku jest rzędu jednej mikrosekundy ($\tau_{\text{SL}}^{-1} \approx 1,5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ [115]). Brak osobliwości we współczynniku pochłaniania dźwięku dla EuO był zwykle tłumaczony przy pomocy prostej formuły typu równania (4.7):

$$\alpha(\omega, t) \propto C_p \frac{\omega^2 \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} , \quad (6.5)$$

która to dla $\omega\tau \gg 1$ i dla $\tau \propto C_p$ prowadzi do relacji: $\alpha(\omega, t) \propto \text{const}$. Dla częstotliwości $f = 50 \text{ MHz}$ i $\tau = \tau_{\text{SL}} \simeq 10^{-6} \text{ s}$ mamy $\omega\tau \simeq 300$, a więc przybliżenie $\omega\tau \gg 1$ jest bardzo dobrze spełnione. Jest jednak pewien, bardzo często niezauważany, kłopot z formułą (6.5) opartą na jednym czasie relaksacji. Mianowicie, różnica prędkości $\Delta c \equiv c(\omega) - c_\infty$, na podstawie wzoru (4.6), dana jest wtedy wyrażeniem:

$$\Delta c \simeq \frac{C_p}{2c_\infty(1 + \omega^2 \tau^2)} . \quad (6.6)$$

Przy $\omega\tau \gg 1$ Δc jest po pierwsze, bardzo małe, a po drugie, zależy od częstotliwości jak ω^{-2} . Nie można tego pogodzić z obserwowaną w EuO słabą anomalią w prędkości dźwięku, gdzie Δc praktycznie prawie **nie zależy od częstotliwości** [115]. Chociaż dane te nie pozwalają rozstrzygnąć jednoznacznie czy jest to anomalia proporcjonalna do ciepła właściwego czy też do jego odwrotności, to jednak bezsporny jest brak zależności typu ω^{-2} . Przy pomocy prostych formuł (6.5) i (6.6) nie można więc równocześnie wytłumaczyć braku anomalnego pochłaniania i słabej anomalii w prędkości dźwięku. Można to zrobić jednak bez trudu przy pomocy wyrażenia (5.26). O ile założyć, że

$$\omega^2 \tau_{\text{SL}}^2 \frac{\tau_c}{\tau_{\text{SL}}} \ll \frac{v_{\text{T}}^{\text{ph}}}{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}} \ll \omega^2 \tau_{\text{SL}}^2 . \quad (6.7)$$

Wtedy część urojona równania (5.26) przechodzi w wyrażenie analogiczne do równania (6.5):

$$\alpha(\omega, t) \propto \frac{\omega^2 \tau_{\text{SL}}^0 \text{Re} \Pi^{(\text{A})}(\omega; t) (1 + v_+ \text{Re} \Pi^{(\text{A})}(\omega; t))}{1 + \omega^2 (\tau_{\text{SL}}^0 (1 + v_+ \text{Re} \Pi^{(\text{A})}(\omega; t)))^2} , \quad (6.8)$$

gdzie $\Pi^{(\text{A})}(k, \omega; t) = t^{-\alpha} \Phi'(\omega \tau_c) + B$ to znana nam już czterospinowa funkcja korelacji, która w granicy $\omega \tau_c \rightarrow 0$ przechodzi w ciepło właściwe układu spinowego. Rolę czasu relaksacji τ z równania (6.5) pełni tutaj $\tau_{\text{SL}}^0 (1 + v_+ \text{Re} \Pi^{(\text{A})}(\omega; t))$, który

dla $\omega\tau_c \ll 0$ zachowuje się podobnie jak ciepło właściwe. Rzeczywista część równania (5.26) przechodzi zaś w wyrażenie na adiabatyczną prędkość dźwięku, opisane równaniem (5.39), z osobliwością typu odwrotności ciepła właściwego.

Ponieważ czas relaksacji spin-sieć jest w tlenku europu wyjątkowo długi, dużo dłuższy niż τ_c , nierówność (6.7) jest najprawdopodobniej spełniona dla szerokiego zakresu częstotliwości. Należy się jednak spodziewać, że zarówno dla małych częstotliwości jak i dla bardzo dużych powinno pojawić się anomalne pochłanianie w pobliżu T_c . Wzmianka o zaobserwowaniu krytycznego pochłaniania dźwięku w EuO dla częstotliwości 235 kHz zawarta jest w pracy Goldinga i in. [115].

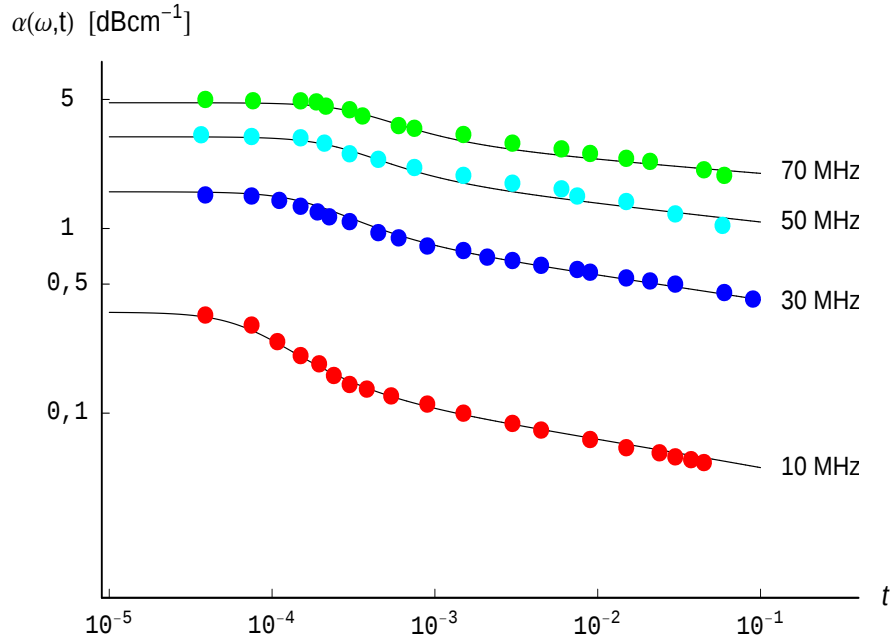
6.1.3 Cr_2O_3

Z tabeli (6.1) widać, że antyferromagnetyk Cr_2O_3 wyraźnie nie pasuje do pozostałych ze względu na duży wykładnik $\rho_s = 1, 3$. Jest to wartość spotykana w metalach magnetycznych. Co może być przyczyną takiego wyjątkowego zachowania? Z naszej dotychczasowej analizy wynika, że duży wykładnik $\rho_s = z\nu \pm \alpha$ może się pojawić tylko w dwóch przypadkach. Pierwszy to ten typowy dla metali, gdzie $\tau_{\text{SL}}^0 \sim \tau_c^0$, wtedy wskutek krytycznego spowolnienia obserwujemy zachowanie MIS z wykładnikiem $\rho_s = z\nu + \alpha$. Wykładnik z mógłby przyjmować wartość $z_A = 2 + c\eta \simeq 2$, w modelu A, lub wartość $z_C = 2 + \alpha/\nu$ dla modelu C. Ograniczymy się do rozpatrzenia tylko tych dwóch dynamicznych klas uniwersalności, mimo że Cr_2O_3 to antyferromagnetyk o niewielkiej anizotropii, ponieważ eksperyment [104] pokazuje, że układ scharakteryzowany jest przez Isingowski wykładnik krytyczny ciepła właściwego dla $t < 3 \cdot 10^{-3}$, podczas gdy dla większych temperatur zredukowanych obserwowany jest crossover do zachowania typu Heisenberga. Wykładnik współczynnika pochłaniania dźwięku zmierzony był dla $t < 10^{-3}$, a więc w obszarze scharakteryzowanym przez Isingowskie wykładniki krytyczne. W modelu A dla reżymu MIS mamy: $\rho_s^{\text{MIS}} \simeq 1, 38$, zaś dla reżymu wysoko-częstotliwościowego: $\rho_s^{\text{wcz}} \simeq 1, 16$. Obie te wartości są dość bliskie wartości eksperymentalnej. Najlepszą zgodność z eksperymentem dostajemy jednak zakładając, że w magnetyku tym, w rozpatrywanym zakresie temperatur, realizuje się model C, w którym $\rho_s^{\text{C}} \simeq 1, 26$. Przede wszystkim trudno oczekiwać aby w tym antyferromagnetyku czas relaksacji spin-sieć był dużo krótszy niż w innych izolatorach magnetycznych. Zakładając nawet dość krótki czas relaksacji spin-sieć rzędu jednej nanosekundy mamy $1 \leq \omega\tau_{\text{SL}} \leq 15$, a to sugeruje bardzo istotną rolę mia-

nownika w wyrażeniu (5.31), co raczej wyklucza reżym MIS. Poza tym, intuicyjnie spodziewamy się, że model C dobrze stosuje się do układów, w których czas relaksacji do sieci będzie dużo dłuższy niż charakterystyczny czas zaniku fluktuacji spinowych. Oraz dużo dłuższy niż druga skala czasowa, pochodząca od zewnętrznego zaburzenia - okres fali ultradźwiękowej. Wtedy układ spinowy możemy z dobrym przybliżeniem traktować jako układ izolowany, a przy tym charakterystyczna częstość związana z dyfuzją ciepła w tym układzie, dzięki małej wartości spinowej przewodności cieplnej, jest porównywalna z charakterystyczną częstością dla fluktuacji parametru porządku [36]. Oba te założenia będą dobrze wypełnione dla $\omega\tau_{\text{SL}} \gg 1$ i $\tau_{\text{SL}}/\tau_c \gg 1$. By w pełni wyjaśnić z jakim reżymem mamy do czynienia w tym antyferromagnetyku potrzebne są jednak dalsze badania eksperymentalne. Szczególnie pożądane byłoby wyznaczenie czasu relaksacji spin-sieć.

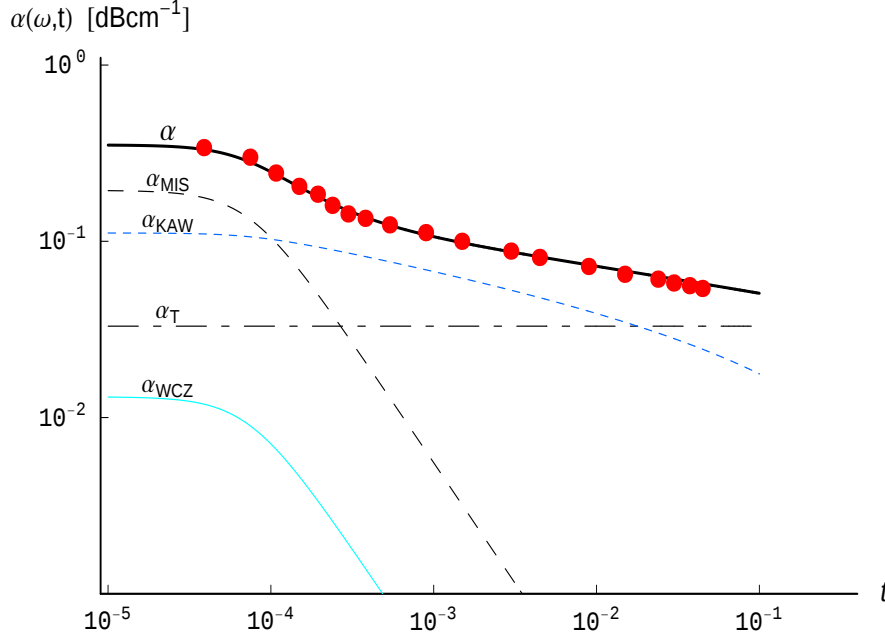
6.1.4 MnF_2

Krytyczne pochłanianie dźwięku w magnetykach zaobserwowano po raz pierwszy w antyferromagnetyku MnF_2 [116]. Jak pokazują badania eksperymentalne ciepła właściwego [117], magnetyk ten w temperaturze zredukowanej rzędu 10^{-2} wykazuje przejście od zachowania typu Heisenberga ($n = 3$) do zachowania typu Isinga ($n = 1$). Prędkość i współczynnik pochłaniania dźwięku w MnF_2 były badane przez wielu badaczy [116, 118, 119, 120, 105, 106, 107, 73, 111] i jak na razie jest to związek najlepiej poznany od strony doświadczalnej. Na rysunku (6.2) przedstawiono, w podwójnie logarytmicznej skali, zależność współczynnika pochłaniania dźwięku od temperatury zredukowanej dla podłużnych fal ultradźwiękowych propagujących się równoległe do kierunku $[1,1,0]$. Dane eksperymentalne zaczerpnięto z pracy Ikushimy [105]. Linie ciągłe przedstawiają wyrażenie $\alpha(\omega, t) = \frac{1}{2c(\omega)} \text{Im} \frac{\Sigma(k, \omega)}{\omega}$, odpowiednio dla częstotliwości $f = 10, 30, 50$ i 70 MHz. Akustyczną energię własną przyjęto przy tym w najbardziej ogólnej postaci (5.26) dla modelu z niezachowawczą energią. Przyjęto tutaj $\tau_{\text{SL}}^0 = 3 \cdot 10^{-9}$ s, $\tau_c^0 = 10^{-13}$ s, $\frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_{\text{T}}^{\text{ph}}} = 1, 9$, $(A\nu K_4/\alpha B) = -1, 03$. Na wykresie tym mamy całe bogactwo zachowań współczynnika pochłaniania w obszarze krytycznym. Zobaczmy, że dla małych częstości, np. $f = 10$ MHz, $\alpha(\omega, t)$ dla dużych temperatur zredukowanych pokazuje typowe zachowanie typu Kawasakiego, z małym nachyleniem krzywych, dopiero dla temperatury zredukowanej rzędu 10^{-4} zaczyna się na moment ostro wspinać by wkrótce ulec nasyceniu. Oczywiście wynika to z faktu, że



Rys. 6.2. Temperaturowa zależność współczynnika pochłaniania dźwięku fal podłużnych wzdłuż kierunku $[1,1,0]$ w MnF_2 dla $T > T_N$. Punkty doświadczalne wzięto z pracy [105]. Linie ciągłe to wykres części urojonej funkcji (5.26).

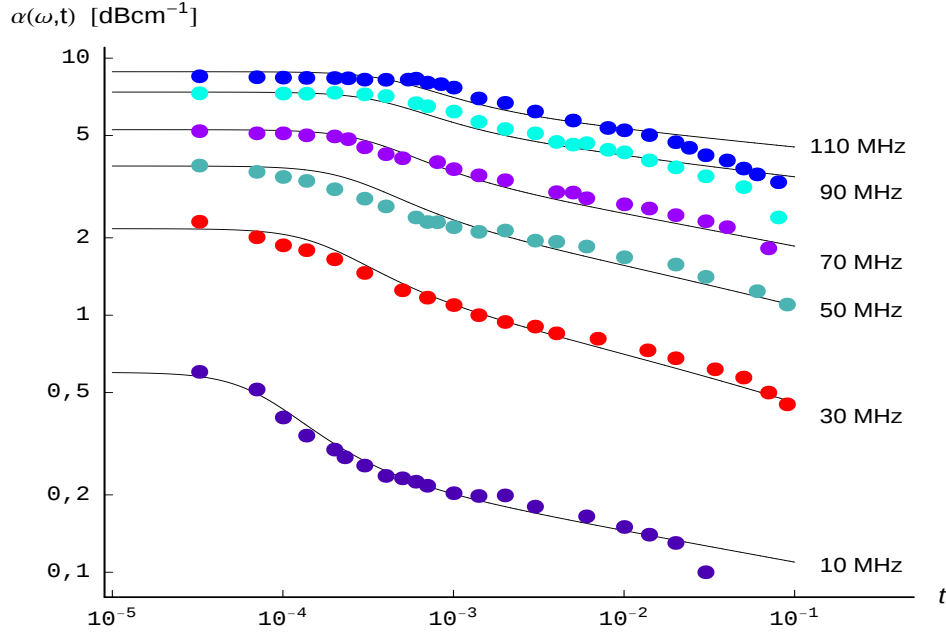
$\tau_{\text{SL}}^0 \gg \tau_c^0$, i choć charakterystyczny czas relaksacji spinowych rośnie dużo szybciej niż czas relaksacji spin-sieć, to wyraz MIS staje się większy niż wyraz Kawasakiego dopiero w temperaturze zredukowanej bliskiej 10^{-4} . Gdy τ_c zmaleje do wartości ω^{-1} , zaczyna się przejście do obszaru krytycznego ($y \gg 1$), w którym dalszy wzrost staje się niemożliwy. Na rysunku (6.3) przedstawiono jaki udział w całkowitym pochłanianiu fali dźwiękowej o częstotliwości 10 MHz mają pochłanianie Kawasakiego, MIS, WCZ oraz wyraz regularny, zwany pochłanianiem tła (background attenuation) α_T . Zwróćmy uwagę, że dla tej niskiej częstotliwości wyraz MIS jest dużo większy niż wyraz WCZ. Każdy ze składników krytycznego pochłaniania dźwięku zaczyna się nasycać w temperaturze, dla której $\omega\tau_c \sim 1$. Dla dużo wyższych częstotliwości wyraz MIS nie może się już „przebić” przez wyraz Kawasakiego - α_{Kaw} , ponieważ wcześniej zachodzi nasycenie obydwu wyrazów. Oczywiście, to „przebicie” się przez wyraz Kawasakiego możliwe byłoby również dla niższych niż 10 MHz częstotliwości. Byłoby one nawet bardziej widoczne (bo później zachodziłoby nasycenie krytyczne), ale jak na razie nie ma takich pomiarów.



Rys. 6.3. Udział poszczególnych składników w całkowitym pochłanianiu (α) podłużnego dźwięku wzdłuż kierunku $[1,1,0]$ w MnF_2 dla częstotliwości $f = 10$ MHz. α_{MIS} , α_{KAW} , α_{WCZ} i α_{T} to odpowiednio: pochłanianie MIS, Kawasakiego, wysoko-częstotliwościowe oraz pochłanianie tła.

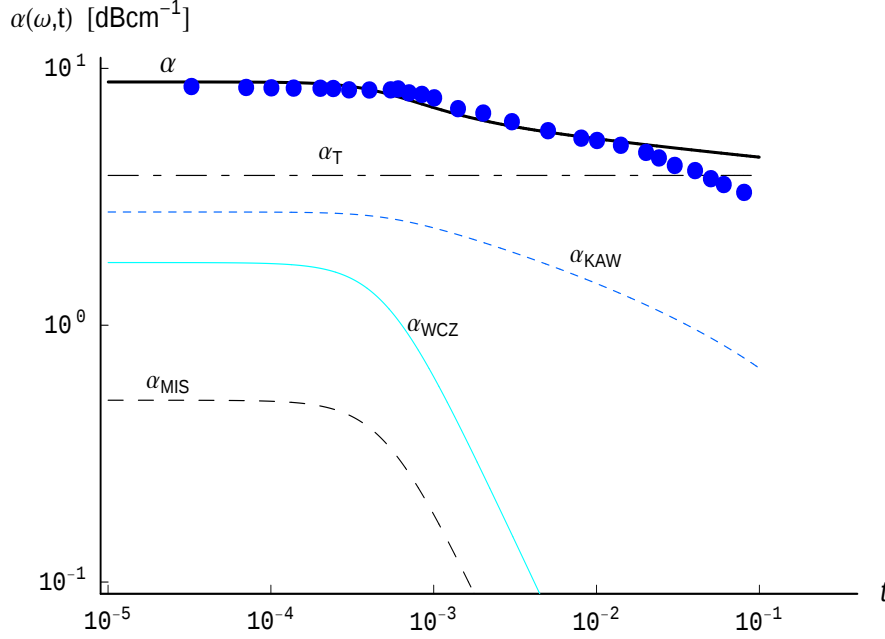
Na rysunku (6.4) przedstawiono analogiczny do rys. (6.2) wykres dla podłużnych fal ultradźwiękowych propagujących się w MnF_2 wzdłuż kierunku $[1,0,0]$ dla $T > T_N$. Tym razem zakres dostępnych, do porównania z teorią, częstotliwości jest jeszcze szerszy bo od 10 do 110 MHz. Dane eksperymentalne wzięto z pracy [106].

Oczywiście dla innego kierunku propagacji inne będą też stałe v_{T}^{ph} i $v_{\text{ad}}^{\text{ph}}$. Ogólnie, w każdym układzie, w którym nie ma pełnej izotropowej symetrii sieci, stałe te zależą od kierunku propagacji $\hat{k}$. Przyjęto tutaj, że dla $\hat{k} \parallel [1,0,0]$: $\frac{v_{\text{ad}}^{\text{ph}}}{v_{\text{T}}^{\text{ph}}} = 0,8$. Dobrze jest też zobaczyć udział wszystkich składników w całkowitym pochłanianiu dźwięku dla największej częstotliwości $f = 110$ MHz. Przedstawiono to na rysunku 6.5. Tym razem wyraz α_{WCZ} znacznie przewyższa α_{MIS} i teraz on, dla małych temperatur zredukowanych, zaczyna konkurować z α_{KAW} . Nie bez znaczenia jest też wartość niekrytycznego pochłaniania, które stanowi w tym przypadku blisko 50% całkowitego pochłaniania. Zarówno na rysunku 6.2 jak i 6.4 widać bardzo dobrą zgodność wyznaczonych teoretycznie krzywych i danych eksperymentalnych



Rys. 6.4. Temperaturowa zależność współczynnika pochłaniania dźwięku fal podłużnych wzdłuż kierunku $[1,0,0]$ w MnF_2 dla $T > T_N$. Punkty doświadczalne wzięto z pracy [106].

dla temperatur zredukowanych mniejszych niż temperatura przejścia do zachowania typu izotropowego antyferromagnetyka Heisenberga ($t_{\text{cross}}^{\text{Ising} \rightarrow \text{Heis}} \approx 10^{-2}$). Lepsze dopasowanie do danych eksperymentalnych dla dużych t można uzyskać przez uwzględnienie tego przechodzenia (crossoveru) jak i poprawek do skalowania oraz regularnej zależności od temperatury pochłaniania tła (α_T). Oczywiście zwiększa się wtedy ilość parametrów opisujących zachowanie się współczynnika pochłaniania. Warto jednak zwrócić uwagę na rzeczy podstawowe. Po pierwsze, przy pomocy jednego niezbyt skomplikowanego wyrażenia (5.26) można opisać **całe** zachowanie krytyczne współczynnika pochłaniania dźwięku, nie tylko jego efektywne nachylenie na wykresie log-log w wąskim zakresie częstotliwości i temperatury zredukowanej. Nasze krzywe dobrze odtwarzają zarówno nachylenie α w obszarze hydrodynamicznym (efektywny wykładnik krytyczny) jak i całą skomplikowaną zależność od częstotliwości. Po drugie, z naszej analizy wynika, że dla częstotliwości mniejszych od 10 MHz powinien pojawić się (dla małych temperatur zredukowanych) reżym MIS o dużym wykładniku krytycznym takim jak w metalach. Zwiastunem takiego zachowania jest „podnoszenie” się krzywych współczynnika pochłaniania dźwięku dla



Rys. 6.5. Udział poszczególnych składników w całkowitym pochłanianiu (α) podłużnych fal dźwiękowych wzdłuż kierunku $[1,0,0]$ w MnF_2 dla częstotliwości $f = 110$ MHz.

częstotliwości 10 MHz. Dla częstotliwości wyższych niż 110 MHz oczekiwać możemy realizacji reżymu wysokiej częstotliwości ponieważ już dla $f = 110$ MHz wyraz Kawasaki i wysokiej częstotliwości (WCZ) stają się porównywalne przy małych temperaturach zredukowanych. Potwierdzeniem tego rozumowania wydają się być „piki Landaua-Chałatnikowa” znalezione w MnF_2 we współczynniku pochłaniania dźwięku fal podłużnych o wysokich częstotliwościach, w fazie nisko-temperaturowej [111]. Zbadany zakres częstotliwości we wspomnianej pracy obejmuje $f = 200 - 1500$ MHz. Pik Landaua-Chałatnikowa, jak pokazali Dengler i Schwabl [59], jest konsekwencją pojawienia się w fazie nisko-temperaturowej sprzężenia typu QS w hamiltonianie i objawia się innym kształtem funkcji skalujących g_1^- i g_2^- , związanych z urojoną częścią $\Pi^{(A)}(k, \omega)$, poniżej T_c . Pik Landaua-Chałatnikowa występuje więc w α_{MIS} jak i w α_{WCZ} . Na przykład funkcja skalująca współczynnika pochłaniania dźwięku w reżymie MIS, $g_1^-(y)$, posiada maksimum dla $y_- \approx 1$, a więc maksymalne pochłanianie występuje w temperaturze $T_{\text{max}} < T_c$. Poza tym, amplituda krytyczna współczynnika pochłaniania dźwięku jest w fazie nisko-temperaturowej dużo większa niż powyżej T_c (w przybliżeniu $O(\epsilon)$ dla układu typu Isinga ten stosunek amplitud w reżymie

MIS wynosi około 14 [59], a dla reżymu WCZ należy tę liczbę podzielić jeszcze przez kwadrat stosunku amplitud ciepła właściwego $A^-/A^+ \simeq 1,9$). Właśnie większa niż w fazie nisko-temperaturowej amplituda krytyczna ułatwia dominację wyrazu WCZ nad wyrazem Kawasakiego poniżej T_N w MnF_2 . Argumentacji naszej nie zmienia fakt, że w MnF_2 piki Landaua-Chałatnikowa występują dla $|t| > |t_{\text{cross}}^{\text{Ising} \rightarrow \text{Heis}}|$, ponieważ struktura akustycznej energii własnej dla izotropowego antyferromagnetyka jest również opisana wzorem (5.26). Występują więc tutaj wszystkie składniki: α_{KAW} , α_{MIS} , α_{WCZ} i α_{T} . Analogiczną sytuację, dominacji wyrazu WCZ nad wyrazem Kawasakiego, zaobserwowano również w RbMnF_3 [84] dla wysokich częstotliwości.

6.2 Metale

Na koniec tego rozdziału podsumujmy jeszcze krótko sytuację w metalach magnetycznych. W tabeli (6.2) przedstawiono wykładniki krytyczne współczynnika pochłaniania dźwięku w obszarze krytycznym dla kilku magnetyków mających równocześnie własności metaliczne. Są one równe lub większe od jedności, co potwierdza naszą wcześniejszą hipotezę, że czasy relaksacji spin sieć są w metalach krótsze niż w izolatorach, a to sprawia, że wyraz Kawasakiego staje się mniej istotny. Zauważając również, że badane częstotliwości fal ultradźwiękowych nie były zbyt wysokie, to znaczy takie by $\omega\tau_{\text{SL}}^0 \sim 1$, możemy przypuszczać, że w zbadanym zakresie częstotliwości dominuje w tych metalach zachowanie MIS o wykładniku $\rho_s = z\nu + \alpha$. Skąd się biorą w takim razie takie różnice w wykładnikach? Wynika to oczywiście z przynależności do różnych statycznych (n) i dynamicznych klas uniwersalności.

W tabeli 6.3 przedstawiono teoretyczne oszacowania ρ_s w reżymie MIS dla różnych klas uniwersalności (patrz tabela 2.1). W realnych układach to, czy energia (magnetyczna) jest wielkością zachowawczą, czy też nie, zależy od oddziaływań spin-sieć i nie jest jasne *a priori*, który model (A czy C) lepiej nadaje się do opisu konkretnego układu np. w przypadku anizotropowych magnetyków. Z kolei w magnetykach z $n = 3$ obecność kubicznej anizotropii, która niszczy zachowawczość pola namagnesowania $\mathbf{m}$, może prowadzić do przejścia od dynamiki izotropowego układu, opisaną modelem G lub J, do czysto relaksacyjnej dynamiki typu A [3]. Dlatego w tabeli 6.3 uwzględniono również tę możliwość. Wyrazy anizotropii kubicznej pojawiające się w hamiltonianie układu są skutkiem odpowiedniej struktury sieci lub oddziaływań

Tabela 6.2. Wykładniki krytyczne współczynnika pochłaniania dźwięku dla metali magnetycznych.

Metal	Wykładnik ρ_s	Parametr anizotr.	Zakres częstotliw. (MHz)	Zakres temperatury zreduk.	Literat.
Gd	1, 2(1) 1, 63(10) 1, 8(2) 1, 15(10)	$5 \cdot 10^{-4}$	30–180 10–70 5 5–30	$10^{-3}–10^{-1}$ $10^{-3}–10^{-1}$ $3, 4 \cdot 10^{-3}–2, 4 \cdot 10^{-2}$ $10^{-4}–10^{-1}$	[122] [73] [123] [86]
Tb	1, 24(10)	–0, 4	30–170	$7 \cdot 10^{-3}–7 \cdot 10^{-2}$	[124]
Dy	1, 37(10) 1, 26(10)	–0, 3	30–170	$3 \cdot 10^{-3}–10^{-1}$ $3 \cdot 10^{-3}–10^{-1}$	[124] [73]
Ho	1, 0(1)	$-7 \cdot 10^{-2}$	30–170	$3 \cdot 10^{-4}–10^{-1}$	[124]
MnP	1, 1(1) 1, 1(1)		30–210 10–520	$10^{-4}–10^{-2}$ $10^{-4}–10^{-2}$	[125] [126]
Ni	1, 4(2)	$\sim 10^{-4}$	20, 60	$10^{-6}–3 \cdot 10^{-3}$	[127]

dipolowych. Prawie wszystkie (z wyjątkiem gadolinu i holmu) wymienione w tabeli 6.2 metale mają wykładniki współczynnika pochłaniania dźwięku wskazujące na to,

że rzeczywiście dynamika typu relaksacyjnego dobrze opisuje te układy w badanych zakresach temperatur. Potrzebne są jednak dalsze badania eksperymentalne w dużo szerszym zakresie temperatury zredukowanej, a przede wszystkim w dużo szerszym zakresie częstotliwości fali ultradźwiękowej. Badania te mogłyby posłużyć do wyznaczenia częstotliwości, w której zachodzi przejście do zachowania typu WCZ, a tym samym stanowiły alternatywną metodę wyznaczenia czasu relaksacji spin-sieć w metalach [76]. Należy tutaj dodać, że przy szczegółowej analizie eksperymentu ul-

Tabela 6.3. Teoretyczne oszacowania ρ_s w reżymie MIS dla różnych klas uniwersalności.

n	Układ fizyczny	Model	ρ_s
1	anizotropowe magnetyki, jednoosiowe antyferromagnetyki	A	1,38
1	jednoosiowe ferromagnetyki	B	2,50
1	anizotropowe magnetyki, jednoosiowe antyferromagnetyki	C	1,48
1	anizotropowe magnetyki, jednoosiowe antyferromagnetyki	D	2,50
2	magnetyki o łatwej płaszczyźnie, $h_z = 0$	A	1,35
		E	1,00
3	izotropowe antyferromagnetyki	A	1,31
		G	0,94
3	izotropowe ferromagnetyki	A	1,31
		J	1,65

tradźwiękowego w metalach należy również uwzględnić wyraz Kawasakiego - szczególnie dla niezbyt małych temperatur zredukowanych, dla których czas relaksacji spin sieć może być porównywalny z τ_c . Nieuwzględnienie tego dodatkowego składnika będzie prowadzić do mniejszego niż $z\nu \pm \alpha$ efektywnego wykładnika krytycznego współczynnika pochłaniania dźwięku.

6.2.1 Ni

Obserwowany w tym izotropowym ferromagnetyku wykładnik współczynnika pochłaniania dźwięku $\rho_s = 1,4 \pm 0,2$ sugeruje, że istotne są tutaj wspomniane wyrazy anizotropii kubicznej, które powodują przejście do relaksacyjnej dynamiki z dynamicznym wykładnikiem krytycznym $z \simeq 2$. Poniżej temperatury Curie zaobserwowany został też obszar temperatur, w którym $\rho_s \simeq 0,3$ [127]. Tak mała wartość tego wykładnika sugeruje obecność reżimu Kawasakiego w ferromagnetycznym metalu dla niezbyt małych temperatur zredukowanych.

6.2.2 Gd

Najbardziej zagadkowym metalem wydaje się być ferromagnetyczny gadolin. Czy możliwe są do wyjaśnienia tak wielkie różnice w obserwowanym wykładniku ρ_s ? Wydaje się, że tak. Po pierwsze, cztery wymienione w tabeli 6.2 eksperymenty przeprowadzane były na różnych próbkach, a jak wiadomo struktura kryształu, a więc i jego symetria, silnie zależą np. od ilości i charakteru domieszek. Po drugie, w gadolinie oprócz anizotropii bardzo istotne są dalekozasięgowe oddziaływania dipolowe. Jak pokazuje analiza przeprowadzona przy pomocy grupy renormalizacji [128], w takim układzie istotne są cztery punkty stałe: izotropowy Heisenberga (H), anizotropowy Isinga (I), anizotropowy dipolowy (AD) i izotropowy dipolowy (ID) punkt stały. W zależności od wartości stosunku anizotropii do parametru opisującego siłę oddziaływań dipolowych, mamy całą „kaskadę” przejść między tymi punktami stałymi, która uwidacznia się jako przejście od jednego zbioru wykładników krytycznych, w pewnym przedziale temperatur, do innego zbioru wykładników krytycznych, w innym przedziale temperatur. Jedną z możliwych sekwencji takich przejść jest następująca kolejność: $H \rightarrow I \rightarrow AD$. Inną, nie mniej ważną, jest kolejność $H \rightarrow ID \rightarrow AD$. W zależności od rozpatrywanego przedziału temperatur, dla sekwencji $H \rightarrow I \rightarrow AD$ możemy więc obserwować zachowanie typowe dla izotropowego ferromagnetyka, gdzie $\rho_s = 1,65$, i do tego obszaru najprawdopodobniej odnoszą się dane z prac [73] i [123]. W innym obszarze temperatur (bądź w tym samym ale w innej próbce) może być obserwowane zachowanie typu Isinga, charakteryzujące się dynamiką relaksacyjną i $\rho_s = 1,38$. Ostatecznie układ przejdzie do reżimu scharakteryzowanego przez wykładniki anizotropowego dipolowego punktu stałego. Tutaj również mamy dyna-

mikę typu relaksacyjnego, tylko statyczne wykładniki krytyczne przyjmują wartości z teorii pola molekularnego ($\rho_s = 1$). Ponieważ górnym wymiarem krytycznym dla takiego układu jest $d = 3$ [13, 14], występują tu także ułamkowe potęgi logarytmów [59, 129, 130].

Dla sekwencji $H \rightarrow ID \rightarrow AD$ obserwować powinniśmy najpierw $\rho_s = 1,65$ (dla izotropowego ferromagnetyka), potem układ przechodzi do obszaru scharakteryzowanego przez izotropowy dipolowy punkt stały (ID), który co prawda ma statyczne wykładniki krytyczne jedynie niewiele różniące się od wykładników punktu stałego Heisenberga, ale ponieważ oddziaływania dipolowe powodują niezachowawczość parametru porządku, więc $z_{ID} \simeq 2$. Mniejszy dynamiczny wykładnik krytyczny implikuje mniejszy wykładnik współczynnika pochłaniania dźwięku: $\rho_s = 1,31$, w tym obszarze. Tutaj również asymptotycznie stabilnym punktem stałym jest anizotropowy dipolowy punkt stały (AD) z $\rho_s = 1$ i mnożnikami logarytmicznymi [59, 129, 130].

Z powyższej analizy widać, że gadolin jest tak skomplikowanym układem magnetycznym, że nie sposób opisać go w całym zakresie temperatur przy pomocy tylko jednego punktu stałego (i jednej wartości ρ_s). Uwzględnić należałoby raczej cały ciąg ciągłych przejść między wykładnikami krytycznymi, co skutkuje niestety bardzo skomplikowaną postacią funkcji opisujących dynamiczne własności tego metalu.

Rozdział 7

PODSUMOWANIE

- W pracy tej rozpatrzono model opisujący statykę przejścia fazowego w obecności sprzężeń magneto-elastycznych. W modelu tym wyznaczono izotermiczną i adiabatyczną prędkość dźwięku (z odpowiednich modułów sprężystości) przy pomocy równowagowych funkcji korelacji. Wyrażenia te stosują się również do reżymu silnego sprzężenia.
- Przedstawiono fenomenologiczny opis krytycznego pochłaniania i dyspersji dźwięku przy pomocy nieskończonego zbioru czasów relaksacji.
- Zaproponowano dwa modele, dla których obliczono zespoloną, zależną od temperatury i częstotliwości prędkość podłużnych modów dźwiękowych.
- W pierwszym modelu rozpatrzono wpływ wymiany energii, między układem magnetycznym a siecią (relaksacji spin-sieć), na współczynnik pochłaniania i prędkość dźwięku. Uzyskane wyrażenie na prędkość dźwięku przechodzi dla częstości dużo mniejszych i dużo większych niż czas relaksacji spin-sieć w odpowiednie wyrażenia uzyskane w modelu statycznym. Pokazano współistnienie kilku typów osobliwości we współczynniku pochłaniania dźwięku i ich wzajemne relacje. Wykazano istnienie nowego, nieznanego w magnetykach reżymu dla współczynnika pochłaniania dźwięku, o wykładniku $\rho_s = z\nu - \alpha$. Funkcje skalujące obliczono w przybliżeniu jednopętlowym w ramach formalizmu dynamicznej grupy renormalizacji.

- W drugim modelu zbadano wzajemne relacje między procesem przewodnictwa cieplnego a propagacją fali ultradźwiękowej w pobliżu punktu krytycznego. Przeanalizowano krytyczne osobliwości we współczynniku pochłaniania i prędkości dźwięku oraz w dyfuzyjności cieplnej takiego modelu. Przedyskutowano związek między otrzymanym wyrażeniem na prędkość dźwięku a fenomenologicznym, zależnym od częstotliwości ciepłem właściwym Ferrela-Bhattacharjee, stosowanym do opisu krytycznego pochłaniania dźwięku w układach niemagnetycznych, takich jak mieszaniny krytyczne, He^4 i przejście ciecz-gaz.
- Przedstawiono przegląd danych doświadczalnych związanych z krytycznym zachowaniem się współczynnika pochłaniania dźwięku dla izolatorów i metali magnetycznych. Podano również zbiór wykładników krytycznych współczynnika pochłaniania dźwięku dla dynamicznych klas uniwersalności istotnych dla magnetycznych przejść fazowych.
- Zaproponowano interpretację dodatnich wykładników krytycznych w niektórych izotropowych antyferromagnetykach typu Heisenberga przy pomocy efektywnego wykładnika krytycznego, związanego z ogólnym wyrażeniem na ciepło właściwe.
- Porównano wyniki uzyskane dla modelu z relaksacją spin-sieć z danymi eksperymentalnymi dla współczynnika pochłaniania dźwięku w MnF_2 . Przeprowadzono też analizę udziału poszczególnych składników w całkowitym pochłanianiu dźwięku w różnych zakresach częstotliwości i temperatury zredukowanej.

DODATEK

W Dodatku tym przedstawiamy wyrażenia na zależne od częstości i wektora falowego współczynniki dynamicznej transformacji gaussowskiej (5.19):

$$q \rightarrow q - \mathcal{A}Q - \mathcal{B}S^2 - \mathcal{C}\tilde{Q} - \mathcal{D}\widetilde{S^2} , \quad (1)$$

$$\tilde{q} \rightarrow \tilde{q} - \mathcal{E}\tilde{Q} - \mathcal{F}\widetilde{S^2} , \quad (2)$$

$$Q \rightarrow Q - \mathcal{G}S^2 - \mathcal{H}\widetilde{S^2} , \quad (3)$$

$$\tilde{Q} \rightarrow \tilde{Q} - \mathcal{I}\widetilde{S^2} . \quad (4)$$

Mają one następującą postać:

$$\mathcal{A} = w_0 k G_0^q(\omega) ,$$

$$\mathcal{B} = f_0 G_0^q(\omega) ,$$

$$\mathcal{C} = -2w_0 k |G_0^q(\omega)|^2 ,$$

$$\mathcal{D} = -4\Gamma f_0 k |G_0^q(\omega)|^2 ,$$

$$\mathcal{E} = w_0 k G_0^q(-\omega) ,$$

$$\mathcal{F} = 2f_0 G_0^q(-\omega) ,$$

$$\mathcal{G} = \tilde{g}_0(\omega) k \overline{G_0}(k, \omega) ,$$

$$\mathcal{H} = 4\Gamma_Q(k, \omega) \tilde{g}_0(\omega) k \left| \overline{G}_0(k, \omega) \right|^2 ,$$

$$\mathcal{I} = 2\Gamma_Q(k, \omega) \tilde{g}_0(\omega) k \overline{G}_0(k, -\omega) ,$$

gdzie $G_0^q(\omega) = (C_V^{-1} - i\omega/\gamma)^{-1}$ jest propagatorem entropowym, zaś $\overline{G}_0(k, \omega) \equiv \overline{G}_0^Q(k, \omega)$ to „zrenormalizowany” skutek transformacji (1) i (2) propagator „fononowy”, dany wzorem:

$$\overline{G}_0^{-1}(k, \omega) = G_0^{-1}(k, \omega) - w_0^2 k^2 G_0^q(\omega) ,$$

gdzie $G_0^{-1}(k, \omega) = -\omega^2 - i\Theta k^2 \omega + c_0^2 k^2$ to ten sam propagator przy braku jakichkolwiek oddziaływań. Poza tym, $\Gamma_Q(k, \omega) = \Theta k^2 + \gamma w_0^2 k^2 |G_0^q(\omega)|^2$ to zrenormalizowany współczynnik tłumienia dźwięku, a

$$\tilde{g}_0(\omega) = g_0 - w_0 f_0 G_0^q(\omega)$$

to zrenormalizowana skutek transformacji (1) i (2) stała sprzężenia.

Bibliografia

- [1] WILSON K.G., *Rev. Mod. Phys.* **55**, 583 (1983)
- [2] WILSON K.G., KOGUT J., *Phys. Rep. C* **12**, 75 (1974)
- [3] HOHENBERG P. C. AND HALPERIN B. I., *Rev. Mod. Phys.* **49**, 435 (1977)
- [4] LÜTHI B., w: G.K. HORTON, A.A. MARUDIN (red.), *Dynamical Properties of Solids*, t. **3**, North-Holland, Amsterdam, 1980.
- [5] PAWLAK A., *Phys. Rev. B* **44**, 5296 (1991).
- [6] HORNOWSKI T., *Propagacja fal ultradźwiękowych w mieszaninach krytycznych i cieczach magnetycznych*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2000.
- [7] BINNEY J. J., DOWRICK N. J., FISHER A. J., NEWMAN M. E., *Zjawiska krytyczne*, PWN, Warszawa, 1998.
- [8] GOLDSTONE J. , *Nuovo Cimento*, **19**, 154 (1961)
- [9] BREZIN E., WALLACE D.J., *Phys. Rev. B* **7**, 1967 (1973)
- [10] STANLEY H.E., *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena*, Oxford, New York (1972)
- [11] WIDOM B., *J. Chem. Phys.*, **43**, 3898 (1965)
- [12] KADANOFF L. P., *Physics*, **2**, 263 (1966)
- [13] WEGNER F. J., *Phys. Rev. B* **6**, 1891 (1972)
- [14] WEGNER F. J., RIEDEL E., *Phys. Rev. B* **7**, 248 (1973)

- [15] PELISSETTO A., VICARI E., *Phys. Rep.* **368**, 549 (2002).
- [16] FISHER M. E., *Rev. Mod. Phys.* **70**, 653 (1998)
- [17] FISHER M. E., *Rev. Mod. Phys.* **46**, 597 (1974)
- [18] CAMPOSTRINI M., HASENBUSCH M., PELISSETTO A., ROSSI P., VICARI E., *Phys. Rev. B* **63**, 214503 (2001)
- [19] CAMPOSTRINI M., HASENBUSCH M., PELISSETTO A., ROSSI P., VICARI E., *Phys. Rev. B* **65**, 144520 (2002)
- [20] BAXTER R. J., *Exactly Solved Models in Statistical Mechanics*, Academic Press, 1982.
- [21] SUZUKI M., *Prog. Theor. Phys.* **51**, 1992 (1974)
- [22] LANDAU L. D., LIFSZYC E. M., *Fizyka Statystyczna*, PWN, Warszawa, 1959.
- [23] LANGEVIN P., *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris* **146**, 530 (1908)
- [24] VAN HOVE L., *Phys. Rev.* **93**, 1374 (1954)
- [25] HOHENBERG P. C., HALPERIN B. I., *Phys. Rev. Lett.* **19**, 900 (1967)
- [26] FERREL R. A., MENYHARD N., SCHMIDT H., SCHWABL F., SZEPEFALUSY P., *Phys. Rev. Lett.* **18**, 891 (1967)
- [27] MA S. -K., *Modern Theory of Critical Phenomena*, Benjamin/Cummings, Reading, MA, 1976.
- [28] AMIT D. A., *Field Theory, the Renormalisation Group and Critical Phenomena*, McGraw-Hill, New York 1978.
- [29] KOPER A., *Wstęp do kwantowej teorii wielu cząstek*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1997.
- [30] ZWANZIG R., *J. Chem. Phys.* **33**, 1388 (1960)
- [31] MORI H., *Prog. Theor. Phys.* **33**, 423 (1965)
- [32] MORI H., FUJISAKA H., *Prog. Theor. Phys.*, **49**, 764 (1973)

- [33] MORI H., FUJISAKA H., SHIGEMATSU H., *Prog. Theor. Phys.*, **51**, 109 (1974)
- [34] JANSSEN H. K., *Z. Phys. B*, **23**, 377 (1976)
- [35] BAUSCH R., JANSSEN H. K. , WAGNER H., *Z. Phys. B*, **24**, 113 (1976)
- [36] HALPERIN B. I., HOHENBERG P. C., MA S., *Phys. Rev. B* **10**, 139 (1974)
- [37] HALPERIN B. I., HOHENBERG P. C., MA S., *Phys. Rev. B* **13**, 4119 (1976)
- [38] HALPERIN B. I., HOHENBERG P. C., MA S., *Phys. Rev. Lett.* **29**, 1548 (1972)
- [39] DE DOMINICIS C., BREZIN E., ZINN-JUSTIN J., *Phys. Rev. B* **12**, 4945 (1975)
- [40] HALPERIN B. I., HOHENBERG P. C., SIGGIA., *Phys. Rev. Lett.* **32**, 1289 (1974)
- [41] HALPERIN B. I., HOHENBERG P. C., *Phys. Rev. B* **188**, 898 (1969)
- [42] HALPERIN B. I., HOHENBERG P. C., SIGGIA., *Phys. Rev. B* **13**, 1299 (1976)
- [43] MA S. -K., MAZENKO G. F., *Phys. Rev. B* **11**, 4077 (1975)
- [44] PAWLAK A., *J. Phys. CM: Condens. Matter* **1**, 7989 (1989).
- [45] WEGNER F., w: C. DOMB, M. S. GREEN (red.), *Phase Transitions and Critical Phenomena*, t. 6, Academic Press, New York, 1976.
- [46] FISHER M. E., AHARONY A., *Phys. Rev. Lett.* **30**, 559 (1973)
- [47] HARRIS A. B., *J. Phys. C* **7**, 1671 (1974)
- [48] PAWLAK A., FECHNER B., *Phys. Rev. B* **40**, 9324 (1989)
- [49] PAWLAK A., *Z. Phys. B* **79**, 279 (1990)
- [50] LANDAU L. D., LIFSZYC E. M., *Hydrodynamika*, PWN, Warszawa, 1994.
- [51] CHAIKIN P. M., LUBENSKY T. C., *Principles of Condensed Matter Physics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [52] LARKIN A. I., PIKIN S. A., *Ž.E.T.F.* **56**, 1664 (1969)

- [53] Czynniki zostały tu włączone w zmienną Q
- [54] SAK J., *Phys. Rev. B* **10**, 3957 (1974)
- [55] BERGMAN D. J., HALPERIN B. I., *Phys. Rev. B* **13**, 2145 (1976).
- [56] BRUNO J., SAK J., *Phys. Rev. B* **22**, 3302 (1980)
- [57] LANDAU L. D., LIFSZYC E. M., *Teoria sprężystości*, PWN, Warszawa, 1968.
- [58] PAWLAK A., praca doktorska, Instytut Fizyki UAM, Poznań 1987.
- [59] DENGLER R., SCHWABL F., *Z. Phys. B* **69**, 327 (1987).
- [60] PAWLAK A., *phys. stat. sol. (b)* **236**, 474 (2003)
- [61] DROSSEL B., SCHWABL F., *Z. Phys. B* **91**, 93 (1993)
- [62] Patrz równanie (4.32) w pracy [82].
- [63] FOLK R., MOSER G., *Phys. Rev. E* **58**, 6246 (1998).
- [64] FISHER M. E., *Phys. Rev.* **176**, 257 (1968)
- [65] CHEEK J. D. N., *Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves*, CRC Press, 2002.
- [66] LAMB J., w: W. P. MASON (red.), *Physical Acoustics*, t. 1, Academic Press, 1964.
- [67] HERZFELD K. F., RICE F. O., *Phys. Rev.* **31**, 691 (1928)
- [68] BHATTACHARJEE J. K., *Phys. Rev. B* **25**, 3404 (1982)
- [69] KAWASAKI K., *Phys. Lett. A* **29**, 406 (1968)
- [70] LARAMORE G. E., KADANOFF L. P., *Phys. Rev.* **187**, 619 (1969)
- [71] SCHWABL F., *Phys. Rev. B* **7**, 2038 (1973)
- [72] MURATA K. K., *Phys. Rev. B* **13**, 4015 (1976)

- [73] LÜTHI B., MORAN T.J., POLLINA R. J., *J. Phys. Chem. Solids* **31**, 1741 (1970)
- [74] FOSSUM J. O., *J. Phys. C* **18**, 5531 (1985)
- [75] LÜTHI B., REHWALD W., w: K.H. MÜLLER, H. THOMAS (red.), *Topics in Current Physics*, Springer, Berlin, 1981.
- [76] PAWLAK A., *Eur. Phys. J. B* **4**, 179 (1998)
- [77] GRAHAM R., w: G. HÖHLER (red.), *Springer Tracts in Modern Physics*, t. 66, Springer, Berlin, 1973.
- [78] JANSSEN H. K., w: C. P. ENZ (red.), *Proceedings of the International Conference on Dynamic Critical Phenomena*, Springer, Berlin, 1979.
- [79] DE DOMINICIS C., PELITI L., *Phys. Rev. B* **18**, 353 (1978)
- [80] FOLK R., IRO H., SCHWABL F., *Phys. Rev. B* **20**, 1229 (1979)
- [81] PANKERT J., DOHM V., *Phys. Rev. B* **40**, 10842 (1989)
- [82] PANKERT J., DOHM V., *Phys. Rev. B* **40**, 10856 (1989)
- [83] IRO H., SCHWABL F., *Solid State Commun.* **46**, 205 (1983)
- [84] MORAN T. J., LÜTHI B., *Phys. Rev. B* **4**, 122 (1970)
- [85] LAU H.Y., CORLISS L.M., DELAPALME A., HASTINGS J.M., NATHANS R., TUCCARONE A., *J. Appl. Phys.* **41**, 1384 (1970)
- [86] KAMILOV I.K., ALIEV H.K., *Usp. Fiz. Nauk* **168**, 953 (1998)
- [87] HUBER D.L., *Phys. Rev. B* **3**, 836 (1971)
- [88] ITOH Y., *J. Phys. Soc. Jap.* **38**, 336 (1975)
- [89] BLOEMBERGEN N., *Phys. Rev.* **78**, 572 (1950)
- [90] VATERLAUS A., BEUTLER T., MEIER F., *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3314 (1991)
- [91] HÜBNER W., BENNEMANN K. H., *Phys. Rev. B* **53** (1996)

- [92] FERRELL R. A., BHATTACHARJEE J. K., *Phys. Rev. A* **31**, 1788 (1985)
- [93] KROLL D. M., RUHLAND J. M., *Phys. Rev. A* **23**, 371 (1981)
- [94] FERRELL R. A., BHATTACHARJEE J. K., *Phys. Rev. Lett.* **44**, 403 (1980)
- [95] FERRELL R. A., BHATTACHARJEE J. K., *Phys. Rev. B* **23**, 2434 (1981)
- [96] BHATTACHARJEE J. K., FERRELL R. A., *Phys. Rev. E* **56**, 5549 (1997)
- [97] MARTIN P. C., PARODI O., PERSHAN P. S., *Phys. Rev. A* **6**, 2401 (1972)
- [98] FOLK R., MOSER G., *J. Low. Temp. Phys.* **99**, 11 (1995)
- [99] PAWLAK A., *Phys. Rev. B* **68**, 094416 (2003)
- [100] PAWLAK A., *Acta Phys. Pol. A*, **98**, 23 (2000)
- [101] FOLK R., MOSER G., *Phys. Rev. E* **57** 683, 705 (1998)
- [102] Patrz Dodatek B w pracy [63].
- [103] MARINELLI M., MERCURI F., BELANGER D. P., *Phys. Rev. B* **51**, 8897 (1995)
- [104] MARINELLI M., MERCURI F., ZAMMIT U., PIZZOFEERRATO R., SCUDERI F., DADARLAT D., *Phys. Rev. B* **49**, 4356, 9523 (1994)
- [105] IKUSHIMA A., *J. Phys. Chem. Solids* **31**, 939 (1970)
- [106] IKUSHIMA A., *J. Phys. Chem. Solids* **31**, 283 (1970)
- [107] KAWASAKI K., IKUSHIMA A., *Phys. Rev. B* **1**, 3143 (1970)
- [108] GOLDING B., *Phys. Rev. Lett.* **20**, 5 (1968)
- [109] LÜTHI B., POLLINA R. J., *Phys. Rev. Lett.* **22**, 717 (1969)
- [110] IKUSHIMA A., FEIGELSON R., , *J. Phys. Chem. Solids* **32**, 417 (1971)
- [111] BACHELLERIE A., FRENOIS C. H. , *J. Phys. (Paris)* **35**, 30 (1974)
- [112] RIEDEL E. K., WEGNER F. J., *Phys. Rev. B* **9**, 294 (1974)

- [113] BAGNULUS C., BERVILLIER C., *Phys. Rev. B* **32**, 7209 (1985)
- [114] KORNB�IT A., AHLERS G., BUEHLER E., *Phys. Lett. A* **43**, 531 (1973)
- [115] GOLDING B., BARMATZ M., BUEHLER E., SALAMON M. B., *Phys. Rev. Lett.* **30**, 968 (1973)
- [116] NEIGHBOURS J. R., OLIVER R. W., STILLWELL R. W., *Phys. Rev. Lett.* **11**, 125 (1963)
- [117] BELANGER D. P., NORDBLAD P., KING A. R., JACCARINO V., LUNDGREN L., BECKMAN O., *J. Magn. Magn. Mater.* **31-34**, 1095 (1983)
- [118] EVANS G., *Phys. Lett. A* **27**, 451 (1968)
- [119] LEISURE R. G., MOSS R. W., *Phys. Rev.* **188**, 840 (1969)
- [120] IKUSHIMA A., *Phys. Lett. A* **29**, 417 (1969)
- [121] BACHELLERIE A., JOFFRIN J., LEVELUT A., *Phys. Rev. B* **30**, 617 (1973)
- [122] LÜTHI B., POLLINA R. J., *Phys. Rev.* **167**, 488 (1968)
- [123] LONG M., STERN R., *Phys. Rev. B* **4**, 4094 (1971)
- [124] POLLINA R. J., LÜTHI B., *Phys. Rev.* **177**, 841 (1969)
- [125] SUZUKI M., KOMATSUBARA T., *J. Phys. C*, **18**, 5459 (1982)
- [126] GOLDING B., *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1102 (1975)
- [127] GOLDING B., BARMAZ M., *Phys. Rev. Lett.* **23**, 223 (1969)
- [128] HENNEBERGER S., FREY E., MAIER P. G., SCHWABL F., KALVIUS G. M., *Phys. Rev. B* **60**, 9630 (1999)
- [129] MEISSNER G., PIRC R., *Solid State Commun.*, **33**, 253 (1980)
- [130] NATTERMANN T., *phys. stat. sol. (b)* **85**, 291 (1978)

SUMMARY

The author presents some of his results on the theory of critical sound propagation in magnetic systems. The book begins with a short description of the basic concepts of the statics of the phase transitions such as critical exponents, universality etc. Then a short introduction to the critical dynamics is presented, in which dynamical scaling, critical slowing down and main universality classes are described. Additionally, an extensive discussion of the phenomenological theory of sound attenuation and dispersion is given.

The static and dynamic properties of the ultrasound modes near the phase transition have been described in terms of the generalized Landau-Ginzburg model taking into regard magneto-elastic as well as entropo-elastic interactions, in addition to the magnetic ones. It was shown that the adiabatic longitudinal sound velocity remains finite at the magnetic phase transition temperature in contrast to the hitherto expectations.

The effect of spin-lattice relaxation on the ultrasonic attenuation and velocity has been investigated on the basis of a complete stochastic model that includes both the magnetic energy relaxation and the sound mode. A general expression for the acoustic self-energy is presented from which the Kawasaki's type behaviour as well as Murata-Iro-Schwabl singularity appear in the sound attenuation coefficient for special regimes of parameters. An important original contribution is proving the existence of a new regime in critical sound attenuation similar to the one in binary-mixtures. The scaling functions are calculated in the one-loop approximation within the renormalisation group scheme.

For the diffusive version of the model a connection between the heat conduction and sound propagation has been studied. Critical singularities in the sound velocity and attenuation as well as in the thermal diffusivity have been expressed in terms

of a vertex function of an idealised phonon-free model.

An overview of experimental and theoretical sound attenuation exponents both for magnetic insulators as well as magnetic metals is also given. The results of presented theory are compared with the measurements of critical attenuation in MnF_2 above T_c .