ALINA KOZŁOWICZ

PRÓBA FUNKCJI PRODUKCJI W RZEMIOŚLE

Rzemiosło jest dziedziną gospodarki narodowej zajmującą się produkcją wyrobów na małą skalę oraz świadczeniem usług. Jego potencjał produkcyjno-usługowy w stosunku do całej gospodarki narodowej jest nieznaczny, a udział w wytwarzaniu dochodu narodowego wynosi około 2%. Jednak jako realny element struktury gospodarczej mimo nawet odrębnych stosunków własnościowych powinno być w sposób harmonijny dostosowane do potrzeb i rozwoju całej gospodarki narodowej. Zwłaszcza w świetle strategii intensywnego rozwoju gospodarczego ukierunkowanej na wyodrębnienie czynników wzrostu i efektywniejsze wykorzystanie wszystkich zasobów majątkowych zachodzi konieczność planowego i zgodnego z interesem ogólnospołecznym rozwoju rzemiosła. W związku z tym coraz bardziej odczuwa się potrzebę prowadzenia badań w celu opracowania podstaw metodologicznych programowania rzemiosła jako instrumentu włączenia do bieżącej i perspektywicznej polityki ekonomicznej.

W świetle istniejących potrzeb podejmując badania nad problematyką związaną z działalnością gospodarczą rzemiosła powinno się m. in. rozważyć:

1) Jakie czynniki ekonomiczne determinują rozwój działalności gospodarczej rzemiosła;

2) Jaki typ modelu ekonometrycznego należy sformułować, aby ustalić związki między badanymi zmiennymi;

3) Jak oszacować relacje o charakterze techniczno-produkcyjnym.

Celem niniejszej pracy jest próba znalezienia odpowiedzi na postawione pytania wraz ze sformułowaniem odpowiedniego modelu ekonometrycznego i jego weryfikacją.

Rzemiosło to dziedzina działalności wytwórczej i usługowej. Profil asortymentowy w ramach obu dziedzin jest bardzo różnorodny nawet w zakresie poszczególnych rzemiosł, stąd nie może być mowy na etapie obecnym o budowie modelu ogólnego dla rzemiosła. Podjęta próba zbudowania modelu analitycznego dotyczy jednego rzemiosła o charakterze usługowym, jakim jest zegarmistrzostwo.

Teoria ekonomii politycznej dostarcza dostatecznie dużo wiadomości o zależnościach przyczynowo-skutkowych w rozwoju produkcji i działalności usługowej. Na podstawie tej wiedzy można wyłonić propozycje zestawu podstawowych czynników objaśniających rozwój działalności rzemiosła.

Najważniejszym czynnikiem procesu wytwarzania dóbr i usług jest praca ludzka. Można bowiem stwierdzić, że między ilością wydatkowanej pracy a wielkością uzyskanego efektu istnieje zależność tego rodzaju, że wzrost nakładów pracy daje wzrost zarówno produkcji jak i usług. W przeciwnym przypadku zwiększanie nakładów pracy nie byłoby ekonomicznie uzasadnione. Najczęściej wielkość nakładów pracy żywej określa się liczbą zatrudnionych. W takiej też konwencji przyjmuje się zatrudnienie jako czynnik rozwoju usług w niniejszym opracowaniu. Efekty pracy zależne są jednak nie tylko od liczby pracujących lecz również od kwalifikacji. Dla rzemiosła w prowadzonych analizach wyodrębniono dwie grupy biorąc za kryterium podziału posiadane kwalifikacje:

1) pracownicy kwalifikowani, do których zaliczono mistrzów, czeladników, techników i inżynierów;

2) pracownicy pozostali nie posiadający kwalifikacji, w tym również uczniowie.

Słuszność takiego podziału potwierdzają obliczone współczynniki korelacji, która między obrotem a zatrudnieniem wynosi ogółem 0,764, natomiast między obrotem a zatrudnieniem pracowników kwalifikowanych jest równa 0,885. Oznacza to, że w tym rzemiośle lepszym nośnikiem informacji jest liczba pracowników kwalifikowanych i wykorzystanie jej w modelu może mieć większą wartość objaśniającą.

Grupę drugą czynników skorelowanych z poziomem uzyskiwanych obrotów rzemiosła stanowią nakłady pracy uprzedmiotowionej. W tym zakresie na listę proponowanych zmiennych wpisano koszty materialne, odrębnie zużycie energii elektrycznej oraz wartość majątku trwałego. Propozycje przedstawionych zmiennych zweryfikowano na materiałach uzyskanych z badania reprezentacyjnego przeprowadzonego w rzemiośle za rok 1969. Wyniki pochodzą z 5% próby uzyskanej poprzez dobór losowo-warstwowy. Dane empiryczne mają więc postać szeregów przekrojowych (w układzie wojewódzkim). Decyzja wyboru danych w takim układzie wynika przede wszystkim z dwóch przyczyn:

1) operując danymi przekrojowymi zamiast ujęciem dynamicznym eliminujemy wpływ na rozmiary działalności rzemiosła polityki państwa, która w czasie podlegała wielu zmianom,

2) materiały z badania reprezentacyjnego pozwalają na uzyskanie szczegółowszej listy zmiennych, co przy podjęciu analizy typu ekonometrycznego dla rzemiosła po raz pierwszy ma istotne znaczenie.

Podstawową czynnością jest konstrukcja modelu ekonometrycznego, w tym przypadku dla określenia poziomu obrotów za pomocą tzw.

zmiennych objaśniających. Z danych liczbowych oraz przeprowadzonej analizy graficznej wynika, że model powinien mieć postać raczej nieliniową. Przede wszystkim można określić, że obrót jest funkcją wielu zmiennych, co można zapisać najogólniej:

$$Y=f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

gdzie Y — obrót, x_1, x_2, ..., x_n zmienne niezależne objaśniające kształtowanie poziomu obrotów.

Dobierając odpowiedni typ funkcji, można wskazać, że najprostszym nieliniowym modelem dla rzemiosła może być funkcja typu Cobb-Douglasa [1]:

$$Y=\alpha_0 X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} \ldots X_n^{\alpha_n},$$

gdzie α_0, α_1, ..., α_n — parametry szacowane metodą najmniejszych kwadratów.

Dla łatwiejszego posługiwania się tą postacią równania, najlepiej transformować je do postaci

$$\log Y=\log \alpha_0+\sum_{k=1}^{m} \alpha_k \log X_k,$$

Po ustaleniu listy zmiennych oraz określeniu typu funkcji istotny dla zbudowania modelu i oszacowania parametrów jest wybór optymalnego zestawu kombinacji zmiennych objaśniających. W niniejszym opracowaniu wykorzystując możliwość uzyskania dość szczegółowych danych przyjęto dwa warianty zestawu proponowanych zmiennych objaśniających. Pierwszy obejmuje wielkości bardziej zagregowane tj. zatrudnienie ogółem, koszty materialne oraz wartość majątku trwałego. Druga grupa propozycji uwzględnia strukturę zatrudnienia ze względu na kwalifikacje, zużycie energii elektrycznej, pozostałe koszty materialne i wartość majątku trwałego.

Poszukiwanie optymalnego rozwiązania w zakresie wyboru kombinacji zmiennych objaśniających dokonano metodą Z. Hellwiga polegającą na obliczeniu pojemności integralnej nośników informacji za pomocą wzoru [2]

$$H_m=\sum_{j=1}^{k} \frac{r_j^2}{1+r_{ij}}, \quad (m=1, 2, \ldots, 2^k-1),$$

gdzie: r_j — współczynnik korelacji między zmienną objaśnianą a zmienną objaśniającą,

r_{ij} — współczynnik korelacji między zmiennymi objaśniającymi

m — ilość kombinacji k-elementowego zbioru.

[1] Z. Pawłowski, *Ekonometria,* Warszawa 1966.

[2] Z. Hellwig, *Optymalny wybór predykant,* Przegląd Statystyczny 1969, z. 3-4.

Parametr H jest wielkością unormowaną zawartą w $<0,1>$ i można interpretować go jako miarę poziomu relatywnej pojemności informacji danej kombinacji zmiennych objaśniających. Jeżeli ta pojemność jest bliska jedności, to oznacza, że zmienne wchodzące w skład danej kombinacji dostarczają niemal pełnego zasobu informacji o zmiennej endogenicznej.

Pierwszym zagadnieniem, jakie należy teraz rozwiązać, jest problem znalezienia macierzy R współczynników korelacji poszczególnych zmiennych objaśniających. Macierz dla pierwszego zestawu propozycji zmiennych jest równa

$$ {}_1R = \begin{bmatrix} 1 & 0,5957 & 0,3986 \\ 0,5957 & 1 & 0,3792 \\ 0,3986 & 0,3792 & 1 \end{bmatrix}, $$

gdzie: r_{12} — współczynnik korelacji między zatrudnieniem ogółem a kosztami materialnymi,

r_{13} — współczynnik korelacji między zatrudnieniem a wartością majątku trwałego,

r_{23} — współczynnik korelacji między kosztami materialnymi a wartością majątku trwałego.

Wektor współczynników korelacji między zmienną endogeniczną a zmiennymi X_j

$$ {}_1R_0 = \begin{bmatrix} 0,7642 \\ 0,8273 \\ 0,4388 \end{bmatrix}. $$

Dla drugiego zestawu propozycji

$$ {}_2R = \begin{bmatrix} 1 & 0,6970 & 0,6491 & 0,6119 \\ 0,6970 & 1 & 0,4330 & 0,3367 \\ 0,6491 & 0,4330 & 1 & 0,3545 \\ 0,6119 & 0,3367 & 0,3545 & 1 \end{bmatrix}. $$

gdzie: r_{12} — współczynnik korelacji między zatrudnieniem pracowników kwalifikowanych a zużyciem energii elektrycznej,

r_{13} — współczynnik korelacji między zatrudnieniem pracowników kwalifikowanych a poziomem pozostałych kosztów materialnych,

r_{14} — współczynnik korelacji między liczbą pracowników kwalifikowanych a wartością majątku trwałego,

r_{23} — współczynnik korelacji między zużyciem energii elektrycznej a poziomem pozostałych kosztów materialnych,

r_{24} — współczynnik korelacji między zużyciem energii elektrycznej a wartością majątku trwałego,

r_{34} —współczynnik korelacji między poziomem pozostałych kosztów materialnych a wartością majątku trwałego.

Natomiast wektor

$$_2R_0 = \begin{bmatrix} 0{,}8852 \\ 0{,}7561 \\ 0{,}7755 \\ 0{,}4388 \end{bmatrix}.$$

Z kolei tworzymy kombinacje zmiennych objaśniających i obliczamy pojemności integralne nośników informacji dla poszczególnych zestawów zmiennych. Ilość tych kombinacji wynosi:

$$\sum_{m=1}^{k} \frac{k!}{m!(k-m)!} = 2^k - 1$$

Dla pierwszego zestawu (obejmującego zmienne: X_1 — zatrudnienie ogółem, X_3 — koszty materialne ogółem, X_4 — wartość majątku trwałego) otrzymujemy następujące wielkości:
H_1=0,5840; H_2=0,6844; H_3=0,1925; H_4=0,7949, H_5=0,5552; H_6=0,6358; H_7=0,6155.

Dla drugiego zestawu (obejmującego zmienne: X_2 — zatrudnienie pracowników kwalifikowanych, X_5 — zużycie energii elektrycznej, X_6 — pozostałe koszty materialne, X_4 — wartość majątku trwałego) mamy H_1=0,7836; H_2=0,5724; H_3=0,6014; H_4=0,1925; H_5=0,7991; H_6=0,8399; H_7=0,6056; H_8=0,8191; H_9=0,5722; H_{10}=0,5861; H_{11}=0,7043; H_{12}=0,5853; H_{13}=0,6031; H_{14}=0,6432; H_{15}=0,5267.

Dla oszacowania parametrów modelu bierzemy pod uwagę nośniki informacji drugiego zestawu zmiennych. Wydaje się bowiem, że uwzględnienie szczegółowszej struktury zmiennych daje lepsze wyniki, co wynika między innymi z wyższych wskaźników pojemności informacji. Zestaw pierwszy można jednak brać pod uwagę w przypadku braku danych szczegółowszych, chociaż przy ujęciu bardziej sumarycznym prawdopodobnie oszacowania mogą być trochę gorsze. Według mierników H zestawu drugiego do oszacowania najlepiej nadają się kombinacje $H_6(x_2,x_6)=$ $=0{,}8399$; $H_5(x_2,x_5)=0{,}7991$ oraz $H_{11}(x_2,x_5,x_6)=0{,}7043$. Kombinację $H_8(x_5,x_6)=0{,}8191$ uznajemy za mniej realną, gdyż obejmuje tylko strukturę kosztów materialnych, dlatego do szacowania wybieramy jedną z nich tj. H_6.

Zatem postać funkcji przybierze postać:

$$\log \hat{Y} = \log \alpha_0 + \alpha_2 \log X_2 + \alpha_6 \log X_6 + U,$$

U — reszta równania.

Parametry tej funkcji ze względu, że jest to model prosty można oszacować za pomocą metody najmniejszych kwadratów. Zgodnie z zasadą tej metody wartości niewiadomych α_0, α_2, α_6 wyznacza się tak, by był spełniony następujący warunek, który w zapisie macierzystym ma postać

$$\psi=(Y-Xa)^T\cdot(Y-Xa)=\text{minimum},$$

gdzie

$$X=\begin{bmatrix} X_{01} & \log X_{11} & \dots & \log X_{k1} \\ X_{02} & \log X_{12} & \dots & \log X_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{0n} & \log X_{1n} & \dots & \log X_{kn} \end{bmatrix},$$

$$Y=\begin{bmatrix} \log y_1 \\ \log y_2 \\ \vdots \\ \log y_n \end{bmatrix}, \quad a=\begin{bmatrix} \log \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_k \end{bmatrix}, \quad U=\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix},$$

a $x_{on}\equiv 1$.

Warunek powyższy jest spełniony, gdy wektor ocen parametrów strukturalnych dany jest wzorem

$$a=(X^TX)^{-1}X^TY.$$

W naszym przypadku na podstawie danych empirycznych otrzymujemy

$$X^TX=\begin{bmatrix} 22 & 14,8278 & 34,2498 \\ 14,8278 & 10,61548 & 23,72209 \\ 34,2498 & 23,72209 & 54,61127 \end{bmatrix}.$$

Macierz odwrotną znajdujemy metodą Gaussa[3], która po skorygowaniu w celu zwiększenia dokładności jest równa

$$(X^TX)^{-1}=\begin{bmatrix} 1,95464 & 0,31403 & -1,36225 \\ 0,31393 & 0,26825 & -1,61623 \\ -1,36226 & -1,61644 & 1,57470 \end{bmatrix}$$

Natomiast

$$X^TY=\begin{bmatrix} 53,0533 \\ 36,2920 \\ 83,3335 \end{bmatrix}.$$

[3] Dokładny opis metody Gaussa można znaleźć w pracy B. P. Demidowicz I. A. Maron, *Metody numeryczne,* t. I. Warszawa 1965. Stosując wspomnianą metodę do obliczania macierzy odwrotnej otrzymujemy jej wartość przybliżoną. W celu zwiększenia dokładności stosujemy metodę kolejnych przybliżeń w specjalnej postaci, biorąc za miarę wstępną przybliżenia różnicę między macierzą jednostkową i iloczynem macierzy odwrotnej otrzymanej przez macierz wyjściową. Sposób postępowania znaleźć można również we wspomnianej pracy.

Zatem

$$a=\begin{bmatrix} 1,95464 & 0,31403 & -1,36225 \\ 0,31393 & 3,26825 & -1,61623 \\ -1,36226 & -1,66144 & 1,57470 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 53,0533 \\ 36,2920 \\ 83,3335 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,57582 \\ 0,58858 \\ 0,28177 \end{bmatrix}$$

Wariancje oraz kowariancje rozpatrywanych estymatorów można obliczyć na podstawie wzoru

$$D^2(a)=\sigma^2(X^TX)^{-1},$$

gdzie σ^2 jest wariancją składnika losowego, a za ocenę parametru σ^2 przyjmuje się

$$S^2=\frac{1}{n-k}\left[Y^TY-Y^TX(X^TX)^{-1}X^TY\right],$$

n — wielkość próbki; k — ilość szacowanych parametrów.
Zatem podstawiając odpowiednie dane otrzymujemy

$$S^2=\frac{1}{2n-3}\,(128,58959-[53,0533 \;\; 36,2920 \;\; 83,3335]\times$$

$$\times\begin{bmatrix} 1,95464 & 0,31403 & -1,36225 \\ 0,31440 & 3,26825 & -1,61623 \\ -1,36226 & -1,61644 & 1,574470 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 53,0533 \\ 36,2920 \\ 83,3335 \end{bmatrix}\Bigg)=$$

$$=\tfrac{1}{19}\left(128,58959-[53,0533 \;\; 36,2920 \;\; 83,3335]\times\begin{bmatrix} 1,57582 \\ 0,58858 \\ 0,28177 \end{bmatrix}\right)=$$

$$=\tfrac{1}{19}(128,58959-128,44408)=0,00766,$$

czyli

$$D^2(a)=0,00766\begin{bmatrix} 1,95464 & 0,31403 & -1,36225 \\ 0,31440 & 3,26825 & -1,61623 \\ -1,36226 & -1,61644 & 1,57470 \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} 0,01497 & 0,00241 & -0,01043 \\ 0,00241 & 0,02503 & -0,01238 \\ -0,01043 & -0,01239 & 0,01206 \end{bmatrix}.$$

Wartości na głównej przekątnej są wariancjami estymatorów, zatem $D(\log\ a_0)$=0,12239; $D(a_1)$=0,15821; $D(a_6)$=0,10982.

Na podstawie powyższej procedury obliczeń badana funkcja została określona następująco:

$$\log\hat{Y}_1=\underset{(0,1224)^*}{1,57582}+\underset{(0,1582)}{0,58858}\log X_2+\underset{(0,1098)}{0,28177}\log X_6+U_1.$$

Dla zestawu $H_{11}(X_2,X_5,X_6)$=0,7043, po analogicznych obliczeniach otrzymujemy następujący wektor ocen:

* W nawiasach podano błędy średnie szacunku parametrów strukturalnych.

$$a=\begin{bmatrix}1,59804\\0,35410\\0,16723\\0,30421\end{bmatrix}$$

oraz macierz wariancji i kowariancji

$$D^2(a)=\begin{bmatrix}0,01169 & 0,00069 & 0,00095 & -0,00799\\0,00069 & 0,02920 & -0,00805 & -0,00995\\0,00095 & -0,00805 & 0,00656 & 0,00033\\-0,00799 & -0,00995 & 0,00033 & 0,09659\end{bmatrix}.$$

Zatem postać funkcji modelu czterowymiarowego jest:

$$\log \hat{Y}_2 = \underset{(0,1081)}{1,59804} + \underset{(0,1709)}{0,35410} \log X_2 + \underset{(0,0810)}{0,16723} \log X_5 + \underset{(0,0966)}{0,30421} \log X_6 + U_2 .$$

Dla oceny modeli obliczono również parametry struktury stochastycznej .

Wartości ocen parametrów struktury stochastycznej

Postać funkcji	Odchylenie standardowe reszt w tys. zł S_u	Współczynniki zmienności zmiennej Y V	korelacji wielorakiej R	zbieżności φ^2
$\hat{Y}_1=\alpha_0 X_1^{\alpha_1} X_6^{\alpha_6}$	55,6	0,201	0,919	0,1548
$\hat{Y}_2=\alpha_0 X_1^{\alpha_1} X_5^{\alpha_5} X_6^{\alpha_6}$	48,8	0,177	0,932	0,1321

Ogólnie można stwierdzić, że oceny parametrów strukturalnych poszczególnych równań są dość rozsądne, a współczynniki korelacji wielokrotnej i współczynniki zbieżności wskazują na nie najgorsze „dopasowanie" tych równań do danych rzeczywistych.

Dla lepszego porównania wielkości zmiennych endogenicznej z wielkościami teoretycznymi, otrzymanymi na podstawie modeli zamieszczono w tabl. 1 obliczone reszty. Uzyskane przy pomocy funkcji wartości obrotu teoretycznego $(\hat{Y})$ są zbliżone do wartości rzeczywistych *(Y)*. Różnice między nimi potwierdzają, że przybliżenie to nie jest zbyt doskonałe. Jednak na podstawie uzyskanych wyników można sformułować twierdzenie o celowości badań nad zastosowaniem analitycznego modelu w rzemiośle, a niniejsze opracowanie należy potraktować jako próbę do dalszych poszerzonych prac w zakresie wykorzystania funkcji produkcji w pogłębionej analizie rozwoju rzemiosła. Wstępne prace wykazały, że analizy tego typu mogą mieć praktyczne znaczenie. Badania takie są jednak ogromnie obszerne i pracochłonne, dlatego zostanie im poświęcone odrębne opracowanie znacznie poszerzone. Tym bardziej, że należałoby włączyć również problem rozbieżności między danymi empirycznymi i teoretycznymi (z funkcji) jaki zaobserwowaliśmy we wstępnym bada-

Tabela 1

Porównanie obrotów rzeczywistych i teoretycznych w tysiącach zł

Województwa	Wartości empiryczne Y	Wartości z funkcji $\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$	Różnice $Y-\hat{Y}_1$	$Y-\hat{Y}_2$
M. Warszawa	392,0	333,9	325,5	58,1	66,5
M. Kraków	278,0	293,8	296,4	−15,8	−18,4
M. Łódź	242,0	270,6	285,9	−28,6	−43,9
M. Poznań	345,0	280,5	293,5	64,5	52,5
M. Wrocław	232,0	218,9	237,7	13,1	−5,7
Białostockie	165,0	170,8	165,8	−5,8	−0,8
Bydgoskie	77,0	104,2	99,4	−27,2	−22,4
Gdańskie	256,0	285,8	293,2	−29,8	−37,2
Katowickie	266,0	325,9	326,2	−59,9	−60,2
Kieleckie	248,0	187,1	199,5	60,9	58,5
Koszalińskie	361,0	322,9	342,1	38,1	18,9
Krakowskie	186,0	176,8	192,2	9,2	−6,2
Lubelskie	133,0	139,6	140,2	−6,6	−7,2
Łódzkie	271,0	229,6	204,4	41,4	66,6
Olsztyńskie	421,0	383,4	418,2	37,6	2,8
Opolskie	245,0	311,6	297,6	−66,6	−52,6
Poznańskie	345,0	370,5	336,8	−25,5	8,2
Rzeszowskie	212,0	204,8	189,3	7,2	22,7
Szczecińskie	443,0	328,9	391,9	114,1	51,1
Warszawskie	252,0	266,9	259,9	−14,9	−7,9
Wrocławskie	344,0	363,7	297,8	−19,7	46,2
Zielonogórskie	356,0	410,1	410,6	−54,1	−54,6
Ogółem	6070,0	5980,3	5992,1	89,7	77,9

Źródło: Dane empiryczne pochodzą z badania reprezentacyjnego przeprowadzonego przez Instytut Przemysłu Drobnego i Rzemiosła za rok 1969 r.

niu. Sprawa ta nie jest zbyt prosta, bowiem odchylenia mogą być spowodowane wielu przyczynami. Najważniejsze z nich to chyba:

1) zróżnicowany poziom wydajności czynników-determinant w poszczególnych województwach, stąd wniosek, że należałoby przejść do rozpatrywania funkcji odrębnie dla każdego województwa w ujęciu dynamicznym;

2) czynniki natury pozaekonomicznej, które w rzemiośle mają dość istotny wpływ;

3) brak odpowiednich materiałów statystycznych.

PRELIMINARY PRODUCTION FUNCTION IN HANDICRAFT

Summary

The problems presented in this paper are those connected with building production function for handicraft, exemplified by the watchmakers' trade. The considered model is the power function of the Coob-Douglas type.

Statistical materials for the verification of the model come from a sample survey carried out in handicraft in the year 1969 and have the character of cross section series. A list of explanatory variables was proposed on the grounds of those materials. The choice of optimum combination of variables was made by means of the method suggested by Z. Hellwig. The method consists in estimation of the measures of integral information capacity of the particular combinations of variables.

The obtained results helped to state that the constructed models of production function in handicraft will have synthetic and predictive significance.