KRYSTYNA BARANEK-KOPIASZ

BADANIE ZMIAN EFEKTYWNOŚCI WYKORZYSTANIA CZYNNIKÓW PRODUKCJI
(na przykładzie przedsiębiorstwa przemysłowego)

Podejmując niniejszą pracę postawiono sobie za cel ilościowe zbadanie związków występujących między poziomem produkcji a poziomem czynników ją określających w przedsiębiorstwie przemysłowym. Realizacja tego celu sprowadza się zasadniczo do wyznaczenia funkcji produkcji.

Przyjęta funkcja produkcji jest pewną modyfikacją dwuczynnikowej funkcji produkcji Cobba-Douglasa. Jak zobaczymy w dalszym ciągu rozważań, zastosowana postać matematyczna funkcji umożliwia przewidywanie rozmiarów produkcji przedsiębiorstwa nie tylko w zależności od rozmiarów zatrudnienia i zasobów majątku trwałego, ale pozwala równocześnie ocenić efekty w zakresie usprawnienia organizacji pracy i realizowanego neutralnego postępu technicznego. Ponadto, założony dynamiczny charakter funkcji pozwolił na oszacowanie trendów parametrów strukturalnych funkcji oraz skonstruowanie modelu funkcji produkcji o parametrach uzmiennionych w czasie. W przeprowadzonej analizie główną uwagę zwracano na interpretację ekonomiczną wynikającą z formalno-matematycznego wyrazu funkcji produkcji.

Materiał statystyczny, który wykorzystano w niniejszej pracy, zaczerpnięto z Zabierzowskiej Fabryki Maszyn (Zabierzów pow. Kraków), za lata 1960 - 1969 (w przekroju kwartalnym). Za podstawę analizy przyjęto pięć zmiennych. Są nimi: 1) rozmiary produkcji globalnej w ciągu kwartału, 2) nakłady pracy żywej, 3) zasoby majątku trwałego produkcyjnego, 4) techniczne uzbrojenie pracy, 5) stosunek rzeczywiście przepracowanych roboczogodzin do efektywnego funduszu czasu pracy.

I

Rozpatrując kształtowanie się produktu w zależności od różnych czynników, które na niego wpływają, przyjmujemy, że występujące zależności mają charakter przyczynowo-skutkowy. Prawidłowości te mogą być określone ilościowo w postaci funkcji:

$$Y=f(X_1, X_2, \ldots, X_k), \tag{1}$$

gdzie przyjmujemy, że wielkość produktu jest funkcją k zmiennych objaśniających.

Określenie ilościowe parametrów funkcji (1) otrzymuje się w wyniku analizy statystycznej i ekonometrycznej. W ekonometrycznej analizie zależności pomiędzy produkcją a nakładami (zasobami) pracy żywej i uprzedmiotowionej wykorzystuje się różne postacie analityczne funkcji produkcji. Najpowszechniej znane ujęcie funkcji produkcji opracowane zostało przez C. W. Cobba i P. H. Douglasa. Wymieniona funkcja może być zapisana następująco:

$$Y=\alpha_0 X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} 10^{\xi}, \tag{2}$$

gdzie α_0, α_1, α_2, są parametrami strukturalnymi, a X_1 i X_2 oznaczają odpowiednio nakłady pracy żywej i zasoby majątku trwałego.

Funkcja (2) jest zależna od relatywnie niewielkiej liczby parametrów, a dzięki założeniu iloczynowej postaci funkcji parametry α_i można interpretować jako elastyczności produkcji względem poszczególnych czynników produkcji, przy założeniu, że możliwe jest zwiększanie określonej zmiennej (zmiennych) bez równoczesnego zmniejszania lub zwiększania pozostałych. Oznacza to, że pomiędzy przyrostem $\frac{\Delta X_i}{X_i}$ a odpowiednim przyrostem względnym Y zachodzi równość:

$$\frac{\Delta Y}{Y}=\alpha_i \frac{\Delta X_i}{X_i}. \tag{3}$$

Klasyczne założenia dotyczyły sytuacji, w których możliwe jest przyjmowanie dowolnie małych przyrostów zmiennych objaśniających i substytucja czynników produkcji w stosunkowo szerokim ich przedziale. Jeśli powyższe warunki nie są (spełnione, bardziej wskazane jest posługiwanie się pojęciem elastyczności całkowitej.

Niezależnie jednak od przypadku czy możliwa jest substytucja czynników czy też są one komplementarne, określoną interpretację ma suma parametrów α_i funkcji (2). Wskazuje ona na stopień jednorodności funkcji, tj. charakterystykę określonego typu zmian wielkości produkcji w zależności od tempa zmian wielkości nakładów (zasobów). Jeżeli wszystkie zmienne wzrosną na pewnym odciniku czasu o $p\%$ to wynikający z tego faktu wzrost produkcji będzie kształtował się różnie, w zależności od tego czy $\sum_{i=1}^{k} \alpha_i$ będzie równa 1 czy też różna od 1.

W wielu przypadkach zakładano a priori, że $\sum_{i=1}^{k} \alpha_i=1$ Rozsądne wydaje się postępowanie, gdzie nie czyni się wstępnych założeń odnośnie do sumy parametrów, dopiero po ocenie parametrów strukturalnych i stochaotycznej struktury modelu weryfikuje się hipotezę: $\sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 1$. Podstawą wnioskowania powinno być porównanie pomniejszonej o 1 sumy ocen parametrów α_i z odchyleniem standardowym sumy estymatorów[1].

Bardzo często zachodzi potrzeba (dotyczy to głównie przedsiębiorstwa) szacowania funkcji produkcji na podstawie szeregów czasowych, przy czym szczególnej przydatności nabierają w tym przypadku dane za krótkie okresy (miesiące, kwartały). Jeżeli nie specyfikuje się funkcji produkcji istnieje możliwość badania efektów postępu technicznego. Funkcję (2) można zmodyfikować w ten sposób, że wprowadza się dodatkowo czynnik postaci $10^{\alpha_3 t}$, gdzie t jest zmienną czasową przybierającą w kolejnych okresach czasu wartości całkowite, a α_3 jest stałym parametrem. Ponieważ do funkcji (2) włączony został czynnik czasu, zatem ma ona charakter dynamiczny. Nowa funkcja produkcji przybiera więc postać:

$$Y_t = \alpha_0 X_{1t}^{\alpha_1} X_{2t}^{\alpha_2} 10^{\alpha_3 t} 10^{\xi t}, \tag{4}$$

gdzie subskrypt t przy zmiennych informuje, że chodzi tu o produkcję uzyskaną w pewnym okresie czasu t.

Jeżeli funkcja produkcji (4) dobrze pasuje do danych empirycznych, to przy $\alpha_3 \neq 0$, nawet przy stałych nakładach, poziom produkcji ulega zmianom w zależności od wielkości parametru α_3. Zmiany te są wynikiem neutralnego postępu technicznego oraz postępu organizacyjnego.

W literaturze ekonometrycznej spotkać można liczne uogólnienia funkcji produkcji[2]. Wielką wagę przywiązuje się ostatnio do przybliżenia postaci funkcji produkcji do realnych związków zachodzących w produkcji, a zwłaszcza do uwzględniania w sposób wyraźny czynnika organizacyjnego w stosunku do przedsiębiorstw i gałęzi przemysłowych, w których na czoło zadań wysuwa się poprawę stanu organizacyjnego. Interesujący wariant funkcji Cobba-Douglasa umożliwiający ocenę efektów w dziedzinie usprawnienia organizacji pracy oraz neutralnego postępu technicznego, można znaleźć w pracy Z. Pawłowskiego[3].

[1] Z. Pawłowski, *Ekonometryczna analiza procesu produkcyjnego,* Warszawa 1970, s. 83.

[2] Warto zwrócić tu uwagę na funkcję typu CES; E. C. Heady i J. L. Dillona; P. K. Newmana i R. C. Reada. Dalsza literatura — patrz także: H. Dunajewski, *Struktura i stosowalność funkcji produkcji typu Cobb-Douglasa,* 1962, Ekonomista nr 3; Z. Hellwig, *Regresja liniowa i jej zastosowanie w ekonomii,* Warszawa 1960; L. R. Klein, *Wstęp do ekonometrii,* Warszawa 1965; Z. Pawłowski, *Modele ekonometryczne równań opisowych,* Warszawa 1963; Z. Pawłowski, *Ekonometryczna analiza efektów postępu technicznego, organizacyjnego i ekonomicznego,* Katowice 1967; K. Zając, *Zastosowanie funkcji produkcji w przedsiębiorstwie przemysłowym,* Zeszyty Naukowe WSE Kraków 1958, nr 3; K. Zając, A. Zeliaś, *Ekonometryczna analiza funkcji produkcji i wydajności pracy w przedsiębiorstwie przemysłowym,* Przegląd Statystyczny 1968, z, 4.

[3] Z. Pawłowski, *Funkcja produkcji z uwzględnieniem czynnika organizacyjnego* Ekonomista 11970, nr 4, s. 711 - 719.

Zmodyfikowana funkcja produkcji ma następującą postać:

$$Y_t = \alpha_0 X_{1t}^{\alpha_1 T_t} X_{2t}^{\alpha_2 M_t} 10^{\alpha_3 t} 10^{\xi t}, \tag{5}$$

gdzie poszczególne symbole oznaczają:

Y_t — wielkość produkcji wytworzonej w okresie czasu *t,*

X_{1t} — rzeczywiste nakłady pracy żywej w okresie czasu *t,*

X_{2t} — zasoby produkcyjne majątku trwałego w okresie czasu t,

T_t — techniczne uzbrojenie pracy,

M_t — stosunek rzeczywiście przepracowanych roboczogodzin do efektywnego funduszu czasu pracy,

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — stałe parametry funkcji,

t — zmienna czasowa,

ξt — składnik losowy.

W odróżnieniu od klasycznej dwuczynnikowej funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa, proponowana postać funkcji odpowiada założeniom, że efektywność pracy żywej i zasobów majątku trwałego nie jest stała, lecz uzależniona jest od dodatkowych zmiennych.

Przedstawiona funkcja produkcji jest funkcją pięciu zmiennych objaśniających, przy czym dwie zmienne T i M występują w wykładnikach potęgowych odgrywając rolę szczególną.

Klasyczna elastyczność produkcji względem nakładów pracy żywej jest równa $\alpha_1 T$, ten. jest ona wprost proporcjonalna do poziomu technicznego uzbrojenia pracy. Wniosek ten jest oczywisty, gdyż przyrost nakładów pracy żywej powinien przynieść tym lepsze efekty, im praca żywa będzie lepiej uzbrojona w odpowiednie maszyny i urządzenia. Analogicznie, klasycznie pojęta elastyczność produkcji względem majątku trwałego jest równa $\alpha_2 M$ i jest ona tym wyższa im wyższa jest wartość M. Jeżeli nakłady zmiennej X_1, X_2 i techniczne uzbrojenie pracy nie ulegają zmianie, a wzrasta zmienna M to znaczy, że wzrasta poziom organizacyjny przedsiębiorstwa lub gałęzi. Elastyczność produkcji względem zmiennej M jest wtedy równa $\varepsilon_M = \alpha_2 M \ln X_1$. Miara ta jest wprost proporcjonalna do M i $\ln X_1$. W przypadku gdy nakłady pracy żywej pozostają na stałym poziomie, a wzrasta T oraz zasoby majątku trwałego elastyczność Y względem zmiennej X_2 przedstawia się następująco:

$$\varepsilon_{x_2} = \frac{\partial Y}{\partial X_2} \cdot \frac{X_2}{Y}, \tag{6}$$

Korzystając z powyższej definicji otrzymamy:

$$\varepsilon_{x_2} = Y\left(\frac{\alpha_1 \ln X_1}{X_1} + \frac{\alpha_2 M}{X_2}\right) \cdot \frac{X_2}{Y} = \alpha_1 T \ln X_1 + \alpha_2 M, \tag{7}$$

Współczynnik elastyczności ε_{x_2} uwzględnia bezpośrednie zmiany poziomu produkcji wywołane przyrostem X_2 oraz wpływ pośredni poprzez oddziaływanie X_2 na T i z kolei zależność wielkości produkcji od technicznego uzbrojenia pracy. Elastyczność ε_{x_2} jest tym większa im wyższa jest wartość M oraz zależy od wartości ułamka $\frac{X_2}{X_1}$.

Jak łatwo zauważyć elastyczność produkcji względem nakładów pracy żywej jest określona jako:

$$\varepsilon_{x_2} = \alpha_1 T(1 - \ln X_1). \tag{8}$$

Miernikiem cząstkowym efektów neutralnego postępu technicznego i tych elementów postępu organizacyjnego, które nie są uwzględnione przez zmienną M, jest uwzględniony w modelu (5) parametr α_3.

Mimo że przyjęta postać funkcji jest nieliniowa, może ona w sposób prosty być przekształcona w funkcję logarytmiczno-liniową, przez zastąpienie wartości zmiennych wartościami logarytmów odpowiednich zmiennych. Funkcja produkcji (5) przybierze zatem postać:

$$\lg Y_t = \lg \alpha_0 + \alpha_1 T_t \lg X_{1t} + \alpha_2 M_t \lg X_{2t} + \alpha_3 t + \eta_t, \tag{9}$$

gdzie η_t jest nowym składnikiem losowym (będącym różnicą pomiędzy zaobserwowanym poziomem logarytmu wielkości produkcji a teoretycznym jego poziomem wyznaczonym przez funkcję (9)).

II

Po wstępnych rozważaniach teoretycznych związanych z omówieniem zasadniczych właściwości funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa i przyjętej w pracy jej zmodyfikowanej postaci, przystąpiono z kolei do oszacowania parametrów modelu opierając się na danych empirycznych, które zamieszczono w tabeli 1. Charakteryzując zebrany materiał statystyczny należy wyjaśnić znaczenie niektórych uwzględnionych w badaniu zmiennych.

Pod pojęciem współczynnika wykorzystania czasu pracy rozumie się stosunek rzeczywiście przepracowanych roboczogodzin do efektywnego funduszu czasu pracy robotników grupy przemysłowej.

Przez techniczne uzbrojenie pracy rozumie się powszechnie w literaturze wartość brutto produkcyjnych środków trwałych przypadającą na jedno miejsce pracy. W niniejszej pracy zidentyfikowano liczbę miejsc pracy z liczbą zatrudnionych rezygnując ze współczynnika zmianowości, ponieważ w badanym przedsiębiorstwie obowiązuje jednozmianowy system pracy.

Wartość produkcji globalnej oraz środków trwałych przyjęto według cen z lipca 1960 r.

Parametry strukturalne modelu (9) oszacowano zgodnie z metodą najmniejszych kwadratów i w rezultacie otrzymano następującą funkcję:

$$\lg y_t = 4{,}37461 - 0{,}00140 T_t' \lg x_{1_t} - 0{,}02420 M_t' \lg x_{2t} + 0{,}01867 t + \hat{\eta}_t \tag{10}$$

Tabela 1

Liczba robotników w grupie przemysłowej, produkcja globalna, majątek trwały produkcyjny, techniczne uzbrojenie pracy oraz efektywny i rzeczywisty czas pracy robotników w Zabierzowskiej Fabryce Maszyn za lata 1960 -1969

Liczba robotników w grupie przemysłowej x_{1t}	Produkcja globalna w cenach porównywalnych w mln zł y_{1t}	Wartość brutto produkcyjnych środków trwałych w mln zł x_{2t}	Efektywny czas pracy w tys. godz. E	Rzeczywisty czas pracy w tys. godz. H	M_t' (5 : 4)	Techniczne uzbrojenie pracy T_t'
202	3101,8	45200	108,6	108,0	0,9945	223,762
200	3162,6	45800	108,8	104,2	0,9559	229,000
196	3200,3	46100	101,6	96,8	0,9528	235,204
195	2780,0	46300	108,3	103,8	0,9584	237,435
184	3140,0	46300	110,2	108,8	0,9873	251,630
202	4467,0	47200	114,6	115,7	1,0096	233,663
205	4370,0	47900	116,2	122,6	1,0551	233,658
202	6125,0	48700	118,9	115,9	0,9747	241,089
216	5227,9	48700	127,4	115,5	0,6096	225,462
222	6299,0	48800	127,8	110,2	0,8623	219,819
242	7060,0	49100	144,5	137,4	0,9509	220,892
247	7378,1	49300	143,7	101,0	0,7028	199,595
250	7215,3	49300	145,5	136,9	0,9409	197,200
248	8700,0	49900	142,3	126,1	0,8862	201,209
258	8504,7	50050	154,1	126,2	0,8189	193,992
248	8860,0	50200	144,3	132,5	0,9182	202,419
248	8520,0	50200	144,5	136,6	0,9453	202,419
238	7985,0	50700	139,0	120,9	0,8698	213,025
250	9371,0	50950	149,3	124,1	0,8312	203,800
249	8740,0	51285	157,4	142,5	0,9053	205,963
255	9525,0	51285	148,4	138,7	0,9346	201,117
260	10535,0	51950	151,5	135,4	0,8937	199,807
270	10940,0	52000	169,6	140,6	0,8290	192,592
285	12400,0	53182	168,9	156,2	0,9248	186,603
284	10400,0	53182	165,8	156,0	0,9409	187,260
285	9020,0	53700	165,9	149,7	0,9024	188,412
294	9730,0	62360	179,4	148,1	0,8255	212,108
298	12850,0	65000	173,4	161,1	0,9291	218,120
295	11280,8	65000	172,9	165,5	0,9572	220,338
294	11227,0	65800	171,1	154,0	0,9001	223,809
292	11227,8	68300	177,4	147,2	0,8302	233,904
299	11896,0	70274	171,8	159,8	0,9302	235,030
293	12055,0	70274	172,8	162,0	0,9375	239,843
291	12051,0	70290	165,8	147,5	0,8896	241,546
295	12052,2	70230	181,7	147,6	0,8068	238,067
295	12747,5	70224	171,2	159,0	0,9287	238,047
290	13851,9	70224	168,8	155,3	0,9200	242,151
286	13779,4	69400	161,8	142,8	0,8826	242,657
288	13788,2	69800	174,6	141,0	0,8076	242,361
289	13927,9	69911	170,4	155,6	0,9131	241,906

Źródło: Materiały zebrane w Zabierzowskiej Fabryce Maszyn (lata 1960-1969).

Dla modelu (9) obliczono również parametry struktury stochastycznej.. Ocena wariancji składnika losowego $s^2_{\hat{\eta}t}$ =0,00340, skąd $s_{\hat{\eta}t}$=0,05829. Niskie wartości oceny odchylenia standardowego $s_{\hat{\eta}t}$ oraz wariancji składnika losowego wskazują na fakt, że efekt oddziaływania na poziom produkcji różnych czynników nie uwzględnionych w modelu jest znikomy.

Ocena macierzy wariancji i kowariancji estymatorów parametrów strukturalnych w naszym przykładzie wynosi:

$$D^2(a)=\begin{bmatrix} 0{,}023716972 & -0{,}000014994 & -0{,}003642182 & -0{,}000002584 \\ -0{,}000014994 & 0{,}000000068 & -0{,}000003094 & -0{,}000000136 \\ -0{,}003642182 & -0{,}000003094 & 0{,}001172966 & 0{,}000011220 \\ -0{,}000002584 & -0{,}000000136 & 0{,}000011220 & 0{,}000000918 \end{bmatrix}.$$

Elementy znajdujące się na głównej przekątnej macierzy $D^2(a)$ równe są wariancjom estymatorów poszczególnych parametrów α_i. Wynika stąd, że pierwiastek kwadratowy z odpowiedniego elementu stojącego na głównej przekątnej macierzy $D^2(a)$ równy jest błędowi średniemu szacunku parametru. Obliczone w ten sposób błędy średnie szacunku parametrów równania (10) zamieszczono w kolumnie 3 tabeli 2.

Dla zbadania stopnia zgodności obserwacji empirycznych z modelem obliczono współczynnik zbieżności φ^2, którego wartość w przypadku funkcji (10) wynosi φ^2=0,07332. Mając wartość φ^2 obliczamy współczynnik determinacji 1—φ^2=0,9268, który informuje, jaka część całkowitej zaobserwowanej wariancji zmiennej wyjaśnianej przez model wywołana została zaobserwowanymi zmianami wartości zmiennych objaśniających.

Weryfikując istotność wpływu wyróżnianych w modelu zmiennych objaśniających na poziom produkcji postawiono hipotezę H_0:α_i=0, wobec hipotezy alternatywnej H_1:$\alpha_i \neq 0$. Sprawdzianem hipotezy H_0 jest wyrażenie:

$$t=-\frac{a_i-\alpha_i}{D(a_i)},$$

przy czym poszczególne symbole mają następujące znaczenia:

α_i — ocena parametru α_i otrzymana za pomocą metody najmniejszych kwadratów,

$D(\alpha_i)$ — średni błąd szacunku parametru α_i.

Zdefiniowana wzorem (11) statystyka t w przypadku dużych prób ($n \geq 30$) ma przy założeniu prawdziwości hipotezy H_0 rozkład normalny, natomiast w małych próbach ($n<30$) zachowuje własności rozkładu Studenta o n-k stopniach swobody, gdzie n — liczba obserwacji, k — liczba szacowanych parametrów. W naszym przypadku posłużono się wartością t wziętą z tablic rozkładu normalnego. Z tablic dystrybuanty rozkładu normalnego odczytano, dla z góry przyjętego poziomu istotności α=0,05, krytyczną wartość t_α=1,65. Wyniki empirycznych wartości t zamieszczono w kolumnie 4 tabeli 2.

Tabela 2

Wartości ocen parametrów *ai*, błędy średnie szacunku $D(a_i)$ oraz wartości statystyki *t*

Parametr α_i	Wartość oceny a_i	Błąd średni szacunku $D(a_i)$	Wartość $t=a_i/D(a_i)$
α_0	4,3461	0,15395	28,415
α_1	−0,00140	0,00024	−5,833
α_2	−0,02420	0,03424	−0,70677
α_3	0,01867	0,00096	19,44779

Porównanie wartości empirycznych statystyki t z wartością krytyczną t_α nie dało podstaw w większości przypadków do przyjęcia hipotezy H_0, czyli większość uwzględnionych zmiennych ma istotny statystycznie wpływ na poziom produkcji. Jedynie paramter α_2 jest statystycznie nieistotny. Z punktu widzenia merytorycznego trudny jest do wytłumaczenia fakt, że elastyczności cząstkowe przy czynnikach produkcji X_{1t} i X_{2t} mają wartości ujemne, ponieważ w (rzeczywistości żaden czynnik produkcji nie powinien dać efektu ujemnego, jeżeli jest zaangażowany w procesie produkcyjnym racjonalnie i w odpowiednich proporcjach. Można sądzić, że ujemne wartości ocen parametrów α_1 i α_2 wynikły z wysokiej komplementarności uwzględnionych czynników produkcji zatrudnienia i majątku trwałego oraz niepełnej adekwatności danych statystycznych.

Niekiedy zdarza się, że nie ulega zmianie postać analityczna funkcji (w przypadku gdy rozpatruje się stosunkowo wąskie przedziały zmienności zmiennych objaśniających), natooniast mogą ewentualnie zmieniać się parametry strukturalne modelu. Jest to szczególnie ważne wtedy, gdy zmiany te wykazują wyraźny trend, gdyż w takich przypadkach, wykorzystując informacje o tendencji rozwojowej parametrów, można zmodyfikować dotychczas stosowany model, tak by odpowiadał zachodzącym zmianom strukturalnym i by mógł służyć do dalszego wnioskowania w przyszłość. Celowe i interesujące wydaje się wprowadzenie do funkcji produkcji parametrów uzmiennionych w czasie. Tego typu podejście pozwala na przynajmniej częściowe uwolnienie się od założeń o stałej wartości parametrów strukturalnych funkcji. Metoda polega na tym, że mając n obserwacji dokonanych na zmiennych Y_t, X_{1t}, X_{2t}, ... X_{kt}, wyznacza się oceny parametrów strukturalnych modelu na podstawie m obserwacji (przy czym $m<n$) w ten sposób, że pierwsza ocena oparta jest na m pierwszych obserwacjach, druga na obserwacjach o numerach od drugiego do $m+1$ i w końcu ostatnia na obserwacjach o numerach od $n—m+1$ do n.

Możemy więc napisać:

$$Y_{l_t}=\alpha_{0l} X_{1t}^{\alpha_{1l} T_t} X_{2t}^{\alpha_{2l} M_t} 10^{\alpha_{3l} t} 10^{\xi l_t}, \tag{12}$$

$$(l=1, 2, \dots n \cdot 10^{\xi l t} m+1)$$

$$(t=1, 1+1, \dots 1+m-1),$$

a po zlogarytmowaniu otrzymujemy równanie liniowe względem parametrów:

$$\lg Y_{lt} = \lg \alpha_{0l} + \alpha_{1l} T_t \lg X_{1t} + \alpha_{2l} M_t \lg X_{2t} + \alpha_{3l} t + \eta_{lt}. \tag{13}$$

Przeprowadzając stosowne obliczenia znajdujemy ostatecznie macierz $n-m+1$ różnych ocen każdego z parametrów modelu (13). Mamy zatem:

$$A = \begin{bmatrix} a_{01} & a_{11} \ldots a_{k1} \\ a_{02} & a_{12} \ldots a_{k2} \\ \ldots & \ldots \\ a_{0(n-m+1)} & a_{1(n-m+1)} \ldots a_{k(n-m+1)} \end{bmatrix} \tag{14}$$

Postępując zgodnie z wyżej opisaną procedurą oszacowano $n-m+1=$ $=21$ funkcji produkcji (13) dla $m=20$. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 3.

Oczywiście że jeżeli ciąg ocen pewnego parametru wykazuje trend, to trzeba przyjąć, że dany parametr zmienia się w czasie i można ustalić szybkość i kierunek tych zmian.

Na podstawie wyników zamieszczonych w tabeli 3 przyjęto, że funkcje trendów dla wartości a_{il} są funkcjami liniowymi postaci:

$$a_{il} = \beta_{0i} + \beta_{1i} l + U_{il}, \tag{15}$$

$$(i = 1, 0, 2, \ldots k).$$

$$(l = 1, 2, \ldots n-m+1)$$

co odpowiada liniowo zmieniającemu się w czasie przeciętnemu tempu przyrostu a_{il}.

Po oszacowaniu parametrów modelu (15) za pomocą metody najmniejszych kwadratów otrzymano następujące równania:

$$a_{0l} = \underset{(2953{,}973)}{30.178{,}487748} - \underset{(1235{,}119)}{1448{,}441928}\, l + u_{0l}, \tag{16}$$

$$a_{1l} = -\underset{(0{,}00012758)}{0{,}00169157} + \underset{(0{,}0000101)}{0{,}00008677}\, l + u_{1l}, \tag{17}$$

$$a_{2l} = -\underset{(0{,}0054082)}{0{,}30312267} + \underset{(0{,}0004307)}{0{,}003518217}\, l + u_{2l}, \tag{18}$$

$$a_{3l} = \underset{(0{,}0009771)}{0{,}02016508} - \underset{(0{,}00007781)}{0{,}00063950}\, l + u_{3l}, \tag{19}$$

Oceny parametrów struktury stochastycznej równań (16-19) przedstawiono w tabeli 4.

Przy pomocy statystyki t (która dla $n-m+1=21$ ma rozkład Studenta o $n-m+1-k$ stopniach swobody) zbadano istotność parametrów β_{i1} poszczególnych trendów. Sformułowano hipotezę $H_0: \beta_{1i}=0$ wobec

Tabela 3

Wartości ocen parametrów strukturalnych i parametrów stochastycznej struktury równań modelu (13)

Nr funkcji	$\lg a_{0l}$ $D(\lg a_{0l})$	a_{1l} $D(a_{1l})$	a_{2l} $D(a_{2l})$	a_{3l} $D(a_{3l})$	$s^2_{\hat{\eta}_{lt}}$ $s_{\hat{\eta}_{lt}}$	φ^2	R^2_l	R_l
1	4,22870 (0,36913)	−0,00133 (0,00071)	−0,01019 (0,04919)	0,02428 (0,00342)	0,00373 0,06110	0,09102	0,90898	0,95341
2	4,37542 (0,39442)	−0,00153 (0,00079)	−0,01568 (0,04972)	0,02197 (0,00372)	0,00387 0,06224	0,09970	0,90030	0,94884
3	4,50104 (0,39526)	−0,00174 (0,00079)	−0,01423 (0,04889)	0,01997 (0,00375)	0,00374 0,06117	0,10223	0,89777	0,94751
4	4,56980 (0,38986)	−0,00184 (0,00078)	−0,01176 (0,04767)	0,01798 (0,00368)	0,00360 0,06002	0,10835	0,89165	0,94427
5	4,60038 (0,29099)	−0,00178 (0,00057)	−0,01715 (0,03418)	0,01566 (0,00277)	0,00201 0,04479	0,07573	0,92427	0,96139
6	4,33749 (0,26667)	−0,00106 (0,00053)	−0,03698 (0,03828)	0,01533 (0,00232)	0,00147 0,03832	0,07972	0,92028	0,95931
7	4,38157 (0,32857)	−0,00108 (0,00065)	−0,03620 (0,03542)	0,01284 (0,00277)	0,00222 0,04709	0,15157	0,84843	0,92110
8	4,27112 (0,25552)	−0,00110 (0,00044)	−0,00140 (0,03295)	0,01132 (0,00186)	0,00177 0,04212	0,17532	0,82468	0,90812
9	4,04958 (0,27361)	−0,00073 (0,00047)	−0,00144 (0,03828)	0,01378 (0,00188)	0,00222 0,04709	0,20829	0,79171	0,88978
10	3,89055 (0,22552)	−0,00042 (0,00041)	0,00773 (0,03436)	0,01231 (0,00181)	0,00182 0,04263	0,23029	0,76971	0,87733

11	3,86141 (0,21438)	−0,00032 (0,00040)	0,00796 (0,03357)	0,01138 (0,00197)	0,00174 0,04173	0,26374	0,73626	0,85806
12	3,83377 (0,21628)	−0,00031 (0,00036)	0,01721 (0,03427)	0,01069 (0,00222)	0,00171 0,04135	0,28945	0,71055	0,84294
13	3,83991 (0,22365)	−0,00030 (0,00034)	0,01479 (0,04347)	0,01065 (0,00226)	0,00171 0,04134	0,31082	0,68918	0,83017
14	3,76968 (0,20497)	−0,00024 (0,00031)	0,03181 (0,04269)	0,00934 (0,00236)	0,00154 0,03927)	0,32785	0,67215	0,81985
15	3,78539 (0,20302)	−0,00029 (0,00031)	0,03017 (0,04201)	0,01001 (0,00255)	0,00150 0,03879	0,31641	0,68359	0,82680
16	3,76023 (0,20123)	−0,00031 (0,00031)	0,03638 (0,03496)	0,01028 (0,00255)	0,00149 0,03859	0,32507	0,67493	0,82154
17	3,78144 (0,19877)	−0,00034 (0,00032)	0,03306 (0,03897)	0,01067 (0,00275)	0,00148 0,03842	0,31669	0,68331	0,82662
18	3,74412 (0,20810)	−0,00031 (0,00034)	0,03953 (0,04094)	0,01043 (0,00305)	0,00149 0,03859	0,31148	0,68852	0,82977
19	3,71834 (0,20195)	−0,00014 (0,00036)	0,03639 (0,03912)	0,00872 (0,00333)	0,00139 0,03726	0,33655	0,66345	0,81453
20	3,73870 (0,18969)	−0,00023 (0,00037)	0,03459 (0,03774)	0,01001 (0,00344)	0,00139 0,03727	0,33210	0,66790	0,81725
21	3,72810 (0,18420)	−0,00008 (0,00037)	0,03156 (0,03617)	0,00812 (0,00340)	0,00131 0,03615	0,35404	0,64596	0,80372

Tabela 4

Oceny parametrów struktury stochastycznej równań trendów wartości ocen a_{il} o postaci (16-19)

Nr równania	$s^2_{u_{il}}$	$s_{u_{il}}$	V	φ^2	$\hat{R}^2$	$\hat{R}$
16	42 566 439,0927	6524,29	0,4580	0,3172	0,6828	0,8263
17	0,000000079495	0,000282	0,3821	0,2606	0,7394	0,8599
18	0,00014284560	0,011950	1,4247	0,2216	0,7784	0,8823
19	0,00000466190	0,00216	0,1911	0,2195	0,7805	0,8834

Tabela 5

Wartości ocen parametrów b_{1i} i statystyki t

Nr równania	Ocena parametru b_{1i}	Wartość statystyki $t=b_{1i}/D(b_{1i})$
16	1448,441829	6,16046
17	0,00008677	8,591089
18	0,003518217	8,16860
19	0,00063950	8,21873

$H_1{:}\beta_{i1}\neq 0$. Otrzymane wartości sprawdzianu t dla kolejnych równań trendów 'zamieszczono w kolumnie 3 tabeli 5.

Z tablic rozkładu t Studenta odczytano dla przyjętego z góry poziomu istotności α=0,05 i dla $n—m+1—k=21—2=19$ stopni swobody taką krytyczną wartość t_α = 2,093, aby zachodziło $P\{|t|\geqslant t_\alpha\}=\alpha$.

Jak widać wyraźnie (patrz tabela 5) weryfikacja hipotezy H_0 o nieistotności współczynników kierunkowych β_{il} za pomocą testu t Studenta dała podstawy do jej odrzucenia, czyli współczynniki te są statystycznie istotne.

Oszacowane funkcje trendu dają dobrą aproksymację wartości a_{il} o czym świadczą oceny parametrów struktury stochastycznej, a także małe błędy średnie szacunku parametrów strukturalnych. Dlatego też równania (16 - 19) można uznać za poprawne.

Korzystając z wyznaczonych uprzednio trendów wartości ocen parametrów strukturalnych modelu (12), funkcję produkcji, której parametry nie są wielkościami stałymi, lecz liniowymi funkcjami zmiennej czasowej, możemy zapisać:

$$y_{lt}=(30.178{,}48774822-1448{,}44192818\,l)\times$$
$$\times\, x_{1t}^{(-0{,}00169157+0{,}00008677\,l)\,T'_t}\times x_{2t}^{(-0{,}030312267+0{,}003518217\,l)\times M'_t}\times$$
$$\times\,10^{(0{,}02016508-0{,}00063950\,l)\cdot t}\times 10^{\varepsilon_{lt}},\quad (20)$$

$$(l=1,2,\dots n-m+1)$$

$$(t=l,\,l+1,\dots l+m-1)$$

III

Dokonana w niniejszej pracy analiza pozwoliła na ilościowe odzwierciedlenie zależności między poziomem produkcji a czynnikami kształtującymi ten poziom — w skali przedsiębiorstwa przemysłowego, przy czym należy wyraźnie zaznaczyć, że szczególny nacisk położono na określenie wpływu zmian poziomu techniki i organizacji produkcji.

Omówiona procedura postępowania różni się od klasycznego podejścia dotychczas spotykanego w literaturze przedmiotu.

W modelu ekonometrycznym funkcji produkcji uwzględniono, oprócz dwóch podstawowych czynników: nakładów pracy żywej i zasobów majątku trwałego produkcyjnego, dodatkowe dwie zmienne, a mianowicie techniczne uzbrojenie pracy i wskaźnik wykorzystania czasu pracy. Zmienne te — szczególnie zmienna M (stosunek rzeczywiście przepracowanych roboczogodzin do efektywnego funduszu czasu pracy) w sposób bardzo syntetyczny mierzą poziom techniczny i organizacyjny pracy w przedsiębiorstwie. W przypadku dobrej organizacji pracy (liczba godzin przestojowych jest minimalna) zmienna M będzie bliska jedności. Nieprzepracowanie całości roboczogodzin będących składowymi efektywnego funduszu czasu pracy oznacza straty czasu pracy, gdzie dominującą rolę odgrywają przestoje wynikające z niewłaściwej organizacji pracy wewnątrz przedsiębiorstwa, jak i niewłaściwej kooperacji zewnętrznej.

Dynamiczny charakter prowadzonej analizy umożliwił nadto podjęcie próby oszacowania modelu funkcji produkcji (12) o parametrach uzmiennionych w czasie. Zastosowanie aproksymanty segmentowej dało w efekcie $n—m+1$ wartości ocen parametrów α_{il} funkcji produkcji (13). Uzyskane wyniki pozwoliły stwierdzić, że parametry strukturalne oszacowanej funkcji produkcji są liniowymi funkcjami zmiennej czasowej. Drogą ekstrapolacji trendów ocen poszczególnych parametrów możemy obliczyć wartości tych ocen dla dowolnego momentu czasu w przyszłości.

Stosunkowo wysokie średnie błędy szacunku parametrów α_{il} funkcji produkcji (13) oszacowanych na podstawie podciągów ($m=20$) wynikają ze względnie małej zmienności zmiennych objaśniających modelu (zatrudnienie — średniokwartialna liczba osób, majątek trwały zmienia się w kwartale w stosunkowo wąskich przedziałach).

Wydaje się ponadto celowe wprowadzenie do funkcji (12) zmiennej uwzględniającej stopień wykorzystania majątku trwałego produkcyjnego, jak również podział majątku na grupy w zależności od stopnia zaangażowania w procesie produkcyjnym.

Przeprowadzone badania stanowią próbę odpowiedzi na pytanie: jakie są efekty realizowanego w przedsiębiorstwie postępu technicznego i organizacyjnego oraz jakiego poziomu produkcji można spodziewać się w przyszłym okresie, gdy przyjmiemy określoną strukturę i poziom poszczególnych czynników.

Należałoby przeprowadzić podobną analizę ekonometryczną na znacznie szerszą skalę, niż to uczyniono w tej pracy, dla kilku przedsiębiorstw lub gałęzi. W tym ostatnim przypadku można by »porównywać otrzymane wyniki numeryczne i wyciągnąć w pełni umotywowane, bardziej ogólne wnioski.