

# Математические задачи на поиск закономерностей как средство развития младшего школьника

Т.Н.Кочетова

Современное обучение направлено на создание в учебной деятельности условий для активизации учащихся в процессе познания. В качестве основного направления реализации развивающего обучения предлагается включение учащихся в творческую деятельность.

К различным сторонам творческой деятельности младших школьников при изучении математики обращены работы А.К. Артемова, Н.Б. Истоминой (использование потенциальных возможностей традиционного курса математики с позиции развивающего обучения); М.В. Пидручной, Н.С. Подходовой, А.М. Пышкало (развитие пространственных представлений у учащихся); Н.И. Грюцевой (умения применять знания в новых учебных ситуациях); В.В. Гагай (соотношение репродуктивных и продуктивных действий в учебной деятельности младших школьников); Л.Ш. Левенберга (возможности графического изображения при обучении математике в начальных классах). Результаты названных исследований имеют большое значение для совершенствования методики формирования творческой деятельности младших школьников. Однако данная проблема требует дальнейшей разработки.

Поскольку центральным звеном обучения в рассматриваемом аспекте является творческая деятельность ученика, то необходимо в процессе обучения постоянно включать его в деятельность, которая характеризуется тем, что учащийся не располагает ориентировочной основой, ее необходимо предварительно найти, а затем использовать для достижения цели. А.К. Артемов и Н.Б. Тихонова отмечают, что управление творческой деятельностью идет через постановку соответствующих заданий, «активизирующих проявление составляющих ее приемов выполнения» [2]. Например: перенос ранее усвоенных знаний в новые условия; гибкость мышления; видение проблемы в заданной

ситуации; видение новой функции объекта и т.д. Те же авторы отмечают, что основным средством деятельности учителя является постановка учебных заданий учащимся. Учебные задания могут быть разнообразными: на повторение; на совершенствование умений, знаний и др. В обучении математике необходимо преобладание заданий частично-поискового и творческого характера. Задача состоит в том, чтобы определить организационно-содержательные предпосылки творческого развития младших школьников в процессе их обучения математике.

На основе анализа понятий «деятельность», «учебная деятельность», «учебно-творческая деятельность», «эвристика» было определено понятие творческой деятельности в процессе обучения младших школьников. Творческая деятельность - взаимодействие преподавателя и учащегося, направленное на развитие у последних продуктивной активности и находчивости на основе эвристического поиска при решении задач.

С позиции ученика творческая деятельность – это вид учебной деятельности, направленной на создание качественно новых для ученика ценностей имеющих важное значение для формирования личности как общественного субъекта.

Технология творческой деятельности включает в себя следующие компоненты:

- принципы построения деятельности;
- структурный анализ деятельности;
- содержание обучения и способа отбора учебного материала;
- проблемные, эвристические методы обучения;
- организационные формы осуществления деятельности;
- педагогический мониторинг и критерии оценки эффективности деятельности.

Разработка технологии творческой деятельности и применение ее в процессе обучения требует научно-обоснованного теоретического и методического обеспечения.

Рассмотрим практическую реализацию отдельных компонентов творческой деятельности при обучении младших школьников математике. В качестве средства формирования творчества учащихся выберем задачи на поиск закономерностей числовых выражений, так как они являются своеобразным «мостиком» между рассмотрением математических объектов в детских дошкольных учреждениях и преподаванием математики в начальных классах; вписываются в действующую программу по математике, не требуя ее перестройки; оказывают влияние на развитие закономерностей и мыслительных процессов, таких как анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование и др., активизируют процесс творчества.

Под числовой закономерностью мы понимаем устойчивую взаимосвязь между числовыми объектами (числа в ряду чисел, выражения в ряду выражений и т. п.). Так, например, моделирование процесса выявления закономерности построения числового ряда потребует выполнение следующих операций: сравнение предлагаемых объектов, нахождение в них общего (похожего) и различного (отличительные признаки), обобщение результатов сравнения и формулирование вывода (полное обобщение), в результате которого происходит абстрагирование от конкретных особенностей каждого отдельного объекта и полное их сравнение. Если закономерность найдена (раскрыта), то на ее основе делается общий вывод (формулирование общего правила) и уже с использованием найденной закономерности (найденного правила) продолжается числовой ряд.

Как показывает практика, это действие по выполнению указанных операций очень сложное и часто выполняется детьми неосознанно. Если в простых случаях оно выполняется быстро (срабатывает интуиция), то в более сложных случаях (когда для продолжения ряда необходимо выделить сразу несколько признаков), дети испытывают затруднения. Возможно, причина заключается в недостаточной глубине анализа. Поэтому целесообразно

специально направлять детей на выполнение названных умственных действий в процессе поиска числовых закономерностей.

С методической точки зрения следует обратить особое внимание на систему вопросов учителя учащимся при рассмотрении того или иного задания. «От того, какие вопросы и как ставятся, зависит включение учащихся в разные виды учебной деятельности». Разные виды деятельности учеников могут вызвать вопросы учителя относительно одного и того же математического объекта, все зависит от того, как учитель направляет учебную деятельность ученика. Таким образом, постановка задачи и вопросов учителем является средством управления учебной деятельностью учеников. Поэтому «организация развивающего обучения предъявляет повышенные требования к культуре вопросов и заданий учителя» (А.К. Артемов). Любое задание и вопрос должны иметь определенное целевое назначение. Цель вопроса может быть чисто дидактической – уточнить, повторить, закрепить и т. д.; а может носить развивающий характер – сформировать какое-либо интеллектуальное мнение, выполнить мыслительную операцию, выявить новые свойства объекта и т. д.

Из сказанного следует, что, выбирая задачи на поиск закономерностей, как средство развития учащихся, учитель должен продумывать систему вопросов, ориентирующих учащихся на творческую деятельность, уметь, в случае необходимости, переформулировать первоначально поставленный вопрос на равносильный, но облегчающий решение задач.

Организованное таким образом обучение формирует у учащихся мыслительные операции (анализ, сравнение, обобщение, абстрагирование и др.), что позволит школьникам свободно ориентироваться в новых для них условиях, самостоятельно ставить и решать задачи.

В учебниках математики для начальной школы все чаще рассматриваются упражнения на поиск закономерностей числовых выражений. Так в учебнике «Математика 3» Н.Б. Истоминой например, рассматривается задача:

а) По какому правилу составлены столбики выражений:

$7 \cdot 8$

$8 \cdot 9$

$(42:6) \cdot (32:4)$

$(64:8) \cdot (36:4)$

$700 \cdot 80$

$800 \cdot 90$

$(4200:6) \cdot (320:4)$

$(6400:8) \cdot (360:4) ?$

б) Составь такие же столбики для выражений:

$6 \cdot 7, 4 \cdot 9, 9 \cdot 7, 5 \cdot 8, 4 \cdot 7$

Очевидно, цель состоит в том, чтобы учащиеся обнаружили закономерность построения столбиков выражений и, используя ее, выполнили задание. Итак, надо сначала обнаружить закономерность составления столбиков. Для этого следует проанализировать связи между данными выражениями в столбиках, выявить между ними такую закономерность, которая распространялась бы на оба столбика. Данное задание включает учащихся в поиск, т.е. в творческую деятельность. При этом вопрос задачи задан достаточно широко.

Если учитель поставит более конкретный вопрос: по какой закономерности (по какому правилу) составлены данные столбики? То этот вопрос сразу ориентирует учащихся на сравнение данных столбиков. Хотя в этом случае учащиеся также включаются в творческую деятельность, но поставленный вопрос будет более конкретным по сравнению с вопросом задачи и, возможности проявить учащимися свое творчество сужаются. Второй вопрос будет более узким по сравнению с первым.

Для включения учащихся в творческую деятельность целесообразно первоначально задавать им более широкие вопросы. Эти положения отмечаются в работах А.К. Артемова, Д. Пойа и других авторов. Если в такой постановке вопрос оказался непосильным для учащихся, то его следует заменить другим, сужающим область поиска, но сохраняющим

направленность учащихся на творческую деятельность. Итак, разберем данную задачу.

1) Сравниваем столбики числовых выражений:

Рассмотрим первый столбик: в первом выражении столбика дано произведение двух чисел 7 и 8. Как получили второе выражение? Во втором выражении 7 представлено в виде частного  $42:6$ , а 8 в виде частного  $32:4$ . В третьем выражении данного столбика 7 увеличивается в 100 раз, а 8 увеличивается в 10 раз. В четвертом выражении первое делимое второй строки 42 увеличивается в 100 раз, а второе делимое 32 – в 10. Далее учитель задает вопрос: Какая здесь проявляется закономерность? По-другому, какое правило здесь заложено? Анализируя строки столбика, учащиеся используют прием сравнения.

Рассмотрим второй столбик: в первом выражении столбика дано произведение двух чисел 8 и 9; во втором выражении 8 представлено в виде частного  $68:8$ , а 9 в виде частного  $36:4$ . В третьем выражении данного столбика 8 увеличивается в 100 раз, а 9 увеличивается в 10 раз. В четвертом выражении первое делимое второй строки 64 увеличивается в 100 раз, а второе делимое 36 – в 10.

2) Обобщаем полученный результат:

Итак, правило составления столбиков установлено. Для того чтобы составить аналогичные столбики для выражений б), необходимо сформулировать закономерность, по которой составлены данные столбики. Если каждое из сомножителей представить в виде частного двух чисел, то получим второе выражение. Для того, чтобы получить третье выражение первый множитель первого выражения увеличиваем в 100 раз, а второй - в 10. Далее, для того чтобы получить четвертую строчку столбика первое делимое второй строки увеличиваем в 100 раз, а второе делимое - в 10.

Проверяем, выполняется ли найденная закономерность и во втором данном столбике? Ответ: да. Следовательно, при помощи данной закономерности можно

составить аналогичные столбики для второй группы выражений. Делаем вывод (полное обобщение).

Нам дана, например, первая строка столбика:  $6 \cdot 7$ . Чтобы получить вторую строку, 6 представляем как частное двух чисел  $36:6$ , а 7 -  $42:6$ , тогда вторая строка будет следующей:  $(36:6) \cdot (42:6)$ . Далее получаем третью строку: число 6 умножаем на 100, получаем 600, а число 7 - на 10, получаем 70. Третья строка выглядит так:  $600 \cdot 70$ . Четвертую строку получаем следующим образом: первый делитель во второй строке умножаем на 100, т.е. получаем 3600, а второй делитель второй строки умножаем на 10, получаем 420. Тогда четвертая строка будет выглядеть следующим образом:  $(3600:6) \cdot (420:6)$ . Итак, полученный столбик будет следующим:

$$6 \cdot 7$$

$$(36:6) \cdot (42:6)$$

$$600 \cdot 70$$

$$(3600:6) \cdot (420:6)$$

Выполняя подобные упражнения, учащиеся осуществляют следующие операции: анализ выражений, сравнение предлагаемых объектов, нахождение в них общего (похожего) и различного (отличительные признаки), обобщение результатов сравнения и формулирование вывода (полное обобщение), в результате которого происходит абстрагирование от конкретных особенностей каждого отдельного объекта и полное их сравнение. Если закономерность найдена (раскрыта), то на ее основе делается общий вывод (формулирование общего правила) и уже с использованием найденной закономерности (найденного правила), продолжаем выполнять задания поставленной задачи.

В рассмотренных нами заданиях выделялся только один признак сравнения; еще более сложные рассуждения проводятся, если в задании выделяются два и более признаков сравнения. Например:

1. Продолжите ряд чисел: а) 10, 200, 3000, ...

б) 109, 208, 307, ...

В данном задании выделяются два признака одновременно. Если закономерность не найдена, то возникают ошибки.

2. Продолжите ряд чисел: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

В данном примере сравниваются сразу три элемента числового ряда, а не два как в предыдущем примере, т.е. задача усложняется.

Рассмотрение таких примеров натолкнет учащихся на возможности более широкого и осознанного сравнения и обобщения. Этому будут способствовать и вопросы, которые регулярно должен ставить учитель, и которые помогут детям поиск закономерностей осуществлять осознанно (например, для задания 1:

Чем похожи эти числа? (Все эти числа являются разрядными единицами)

Какие признаки являются отличительными? (Чем различаются эти числа?) (Отличаются количеством нулей и цифрой высшего разряда)

Каким образом они отличаются? (Цифра высшего разряда увеличивается и увеличивается количество нулей).

Какой вывод можно сделать, используя общие и отличительные признаки данных чисел? (На единицу увеличивается цифра высшего разряда, и каждое последующее число умножается на 10).

Общая схема работы (система вопросов) с заданиями на поиск числовых закономерностей может выглядеть так:

Чем похожи объекты? Как на вывод влияет сходство?

Чем они отличаются? Как на вывод влияет отличие?

Каким образом они отличаются? (отдельно по каждому признаку)

Какой общий вывод можно сделать?

Третий вопрос позволяет учащимся выделить какой-либо один признак и полностью абстрагироваться при этом от всех других признаков, что в свою очередь дает им возможность без каких-либо затруднений сформулировать адекватный вывод о числовой закономерности.

Числовые закономерности, которые рассматриваются в начальной школе, можно разбить на следующие группы:

1. Числовые закономерности с использованием действия деления и (или) умножения

1.1. Закономерности с использованием правила деления с остатком

1.2. Закономерности с использованием частных случаев деления и (или) умножения

1.2.1. Закономерности с использованием действия деления и (или) умножения на степень десяти

1.2.2. Закономерности с использованием свойств деления и (или) умножения

1.2.2.1. Закономерности сравнения выражений с использованием свойств деления

2. Числовые закономерности с использованием действий над величинами

3. Числовые закономерности на выявление правила построения числового ряда

3.1. Закономерности на выявление правила построения ряда чисел

3.2. Закономерности на выявление правила построения ряда величин

В зависимости от свойств математических объектов можно выделить и виды задач на поиск числовых закономерностей. Задания систематизируются исходя из принципа возрастания сложности (в следующем задании сохраняются некоторые параметры предыдущего с добавлением нового свойства), то есть задействования большего числа мыслительных операций.

Таким образом, вскрытие закономерностей числовых выражений обладает скрытыми потенциальными возможностями для вовлечения учащихся в творческую деятельность. Однако, не во всех учебниках имеются подобные упражнения. Поэтому творческий потенциал подобных упражнений остается невостребованным. Общая задача состоит в том, чтобы задействовать этот потенциал, сделать его средством формирования творчества учащихся.

Решение задач на поиск математических закономерностей требует активной работы мышления, и активизируют такие мыслительные операции, как анализ и синтез, сравнение, обобщение, классификация, аналогия. Активизирование и оптимизация этих операций в процессе усвоения разнообразного математического содержания – одно из важных условий и эффективный прием развития творческого мышления учащихся.

## **STRESZCZENIE**

Autorka w swoim artykule koncentruje uwagę na rolę jaką w procesie twórczego nauczania i uczenia się przedszkolnych i młodszych klas może odgrywać proces poszukiwania i wykorzystywania matematycznych wzorów liczbowych.

## **SUMMARY**

The author focuses on the role which the process of searching and using mathematical formulas can play in the process of creative teaching preschool and young children.