RUCH PRAWNICZY, EKONOMICZNY I SOCJOLOGICZNY
Rok XLIV — zeszyt 2 — 1982

LUBOMÍR CYHELSKÝ, MILAN MATĚJKA

ROZKŁADY RÓŻNIC ABSOLUTNYCH I INDEKSÓW STATYSTYCZNYCH W ANALIZIE ZJAWISK I PROCESÓW EKONOMICZNYCH

I. UWAGI WSTĘPNE

Jeśli określony wskaźnik jest funkcją wskaźników analitycznych, wtedy dla wyobrażenia sobie przyczyn jego różnej wartości w czasie, przestrzeni lub przy rzeczowym porównywaniu dzieli się zwykle całkowitą, aibsolutną różnicę tego wskaźnika na części przypisywane różnym wartościom poszczególnych wskaźników analitycznych. W praktyce gospodarki narodowej oblicza się powszechne np. udział, jaki mają w przyroście dochodu narodowego przyrost liczby zatrudnionych oraz wzrost wydajności pracy.

O użyteczności i instruktywności (treściowości) nie ma wątpliwości, lecz wątpliwa jest obiektywność informacji uzyskiwanych za pomocą dotąd stosowanych metod. Z wyjątkiem przypadku, gdy analizowany wskaźnik jest sumą lub różnicą analizowanych wskaźników, wyniki oceny danych sytuacji są różne nie tylko w zależności od wyboru metody, ale i w zależności od założeń, które przyjmuje oceniający przy użyciu danej metody. Problem zilustrujemy przykładem.

Załóżmy równość: $x=a \cdot b$,
gdzie: x — analizowany wskaźnik, a, b — wskaźniki analityczne, a wartości wskaźników:

$$x_0=2, \quad a_0=1, \quad b_0=2$$

$$x_1=6, \quad a_1=2, \quad b_1=3,$$

gdzie: x_0, a_0, b_0 — są wartościami w sytuacji wyjściowej, x_1, a_1, b_1 — wartościami w sytuacji porównywanej.

Najprostsza ze stasowanych dotąd w praktyce metod rozkładu zakłada, że wartości wskaźników analitycznych zmieniają się stopniowo, jedna po drugiej. W opisywanej relacji $x=a \cdot b$ zakładamy, że najpierw zmienia sie a_0 na a_1, podczas gdy b pozostaje na poziomie b_0, dopiero potem dochodzi do zmiany b z bo, przy czym wskaźnik a jest już na poziomie a_1.

Jeśli zastosujemy tę metodę w *naszym* przykładzie, dojdziemy do tych oto wyników:

Różna wartość x w rezultacie różnej wartości a, symbolicznie

$$\Delta x_a$$

$$\Delta x_a = (a_1 - a_0) b_0 = (2-1)2 = 2 .$$

Różna wartość x w rezultacie różnej wartości b, symbolicznie

$$\Delta x_b$$

$$\Delta x_b = (b_1 - b_0) a_1 = (3-2)2 = 2 .$$

Podstawowym niedostatkiem tej metody jest to, że udział przypisany określonemu wskaźnikowi analitycznemu w całkowitej różnicy absolutnej jest zależny od miejsca, na którym stoi dany wskaźnik w szeregu wskaźników analitycznych.

Jeśli zmienimy w naszym przykładzie kolejność czynników tzn. napiszemy:

$$x = b \cdot a ,$$

wtedy:

$$\Delta x_b = (b_1 - b_0) a_0 = (3-2)1 = 1 ,$$

$$\Delta x_a = (a_1 - a_0) b_1 = (2-1)3 = 3 .$$

Ocena wpływu obu czynników jest po zamianie kolejności czynników zupełnie inna (w pierwszym przypadku dochodzimy do jednakowego wpływu obu czynników, w drugim zaś otrzymaliśmy wynik świadczący o potrójnym wpływie czynnika a, przy czym kolejność czynników wie ma żadnego obiektywnego kryterium). Ustalenie kolejności zależne jest od oceniającego podmiotu.

Od kolejności zmian nie są zależne wyniki innej zalecanej metody, wyrażającej wpływ różnicy każdego ze wskaźników analitycznych przy pozostałych wartościach w sytuacji wyjściowej. Absolutna różnica X, przypisywana różnej wartości wskaźnika a, wyraża się tu w postaci:

$$\Delta x_a = (a_1 - a_0) b_0$$

i podobnie

$$\Delta x_b = (b_1 - b_0) a_0 .$$

Powstaje tu jednak inny problem: suma różnic przypisywanych poszczególnym czynnikom nie zgadza się już z ogólną różnicą x_1—x_0. Przy dwóch czynnikach (w naszym przypadku) otrzymuje się resztę przypisywania zwykle jednoczesnej zmianie czynników

$$\Delta x_{ab} = (a_1 - a_0)(b_1 - b_0) .$$

Talkie rozdzielenie całkowitego przyrostu x jest dla scharakteryzowania wpływu poszczególnych czynników na zmianę wartości analizowanego wskaźnika niezadowalające z praktycznego punktu widzenia.

Dla praktyki jest np. niezadowalające stwierdzenie, że produkcja wzrosła wskutek samego zwiększenia liczby pracowników o 30 jednostek i podniesienia wydajności o 40 jednostek, a w wyniku jednoczesnej zmiennej wartości obu czynników o 30 jednostek, o ile oczywiście nie zajmiemy stanowiska co do podziału ostatnich 30 jednostek. Poglądy na sposób tego podziału są różne. Przyjmując różne założenia, które nie wypływają z obiektywnej rzeczywistości, opracowano szereg metod podziału tej „reszty". Już choćby ten fakt świadczy o tym, że metod tych nie można uważać za ścisłe.

Podobne niedostatki, jakie mają stosowane dotąd rozkłady różnic absolutnych, mają też dotychczas stosowane rozkłady indeksów: albo zakłada się zmiany stopniowe, albo wpływ poszczególnych czynników zostanie podany przy wyjściowym poziomie pozostałego czynnika z tym, że powstanie reszta. Wyniki oceny bywają na ogół różne i żadna z metod nie sprawdzi się w całości ani w świetle kryteriów treściowo-rzeczowych, ani kryteriów logiki. Podobnie jest w przypadku rozkładu indeksu wartościowego na iloczyn indeksu wielkości fizycznych i indeksu cenowego.

W związku z dużym znaczeniem i aktualnością powyższych zagadnień wielu statystyków już kilka dziesiątków lat poszukuje obiektywnego rozwiązania wyżej przedstawionych problemów. Niniejsza praca ma zaznajomić szerokie kręgi specjalistów z wynikami, jakie dały badania prowadzone przez Katedrę Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Pradze.

II. ROZKŁAD RÓŻNICY ABSOLUTNEJ PRZY MULTIPLIKACYJNYCH POWIĄZANIACH WSKAŹNIKÓW ANALITYCZNYCH

Wyprowadzenie części różnicy absolutnej analizowanego wskaźnika z różnic poszczególnych wskaźników analitycznych jest uzasadnione w [przypadku wyłączanie addytywnych powiązań wskaźników analitycznych (kiedy analizowany wskaźnik jest sumą wskaźników analitycznych). W takim przypadku część różnicy absolutnej analizowanego wskaźnika, przypisana różnicy określonego analizowanego wskaźnika, jest nawet równa różnicy wskaźnika analitycznego.

Jeśli np. $x=a+b$, gdzie: x — nakłady ogółem, a — nakłady materiałowe, b — nakłady płacowe, a wartości wskaźników w 2 okresach wynoszą:

$$x_0=200, \quad a_0=100, \quad b_0=100$$

$$x_1=300, \quad a_1=100, \quad b_1=120,$$

wtedy:

$$\Delta x_a=\Delta a=80$$

$$\Delta x_b=\Delta b=20,$$

tan., że część-przyrostu nakładów ogółem, którą przypiszemy wzrostowi nakładów materiałowych Δx_a, jest równa przyrostowi nakładów materiałowych Δa, a część przyrostu nakładów ogółem, którą przypiszemy wzrostowi nakładów płacowych Δx_b, jest równa absolutnemu przyrostowi nakładów płacowych Δb. Przy powiązaniach addytywnych są więc absolutne różnice wskaźników analitycznych ściśle porównywalne — z ich wartości można bezpośrednio określać wpływ poszczególnych czynników.

Zupełnie inna jest sytuacja przy multiplikacyjnych powiązaniach wskaźników. Tutaj:

a) dana absolutna różnica różnych wskaźników wywołuje (nawet przy równych wartościach pozostałych wskaźników) różne na ogół różnice analizowanych wskaźników. Jeśli np. obowiązuje $x = a \cdot b$ i wzrośnie wartość wskaźnika a, x zmieni się inaczej niż w przypadku, gdy o 2 wzrośnie wartość wskaźnika b. Niech będzie dane $a_0=10$, $b_0=2$, tzn. $x=20$. Jeśli o 2 wzrośnie wartość wskaźnika a, to nowa wartość analizowanego wskaźnika wyniesie 24. Jeśli zaś o 2 wzrośnie wartość wskaźnika b, to wartość analizowanego wskaźnika wyniesie 40;

b) przy danych różnicach absolutnych poszczególnych wskaźników analitycznych różnica absolutna analizowanego wskaźnika jest różna. zależnie od rzeczywistych wartości wskaźników: jeśli np. $\Delta a=2$, $\Delta b=0$, wtedy przy $a_0=10$, $b_0=2$, otrzymamy $\Delta x=4$, ale przy $a_0=10$, $b_0=10$, otrzymamy $\Delta x=20$.

Absolutne różnice różnych wskaźników analitycznych nie są porównywalne. Ich znajomość nie wystarcza do ustalenia różnicy absolutnej analizowanego wskaźnika. Ich wielkość nie może więc być racjonalnym punktem wyjścia do kwantyfikacji wpływu poszczególnych czynników na analizowane zjawisko.

Co więcej, trzeba sobie uświadomić, że konstrukcja różnicy (przyrostu) absolutnej, zakładająca zmianę wartości jednego wskaźnika i daną wartość drugiego wskaźnika, jest sprzeczna z formułą zadania. Jeśli wskaźniki analityczne w jednym okresie (na ogół w jednej sytuacji) mają wartość a_0, b_0, w drugim zaś a_1, b_1 wtedy jedyne co można przyjąć to jednoczesna zmiana wartości wskaźników. Np. konstrukcja różnicy $(a_1—a_0)b_0$ nie oddaje realnego wpływu czynnika a, ponieważ zakłada się, że czynnik b się nie zmienia. Przy tym zmiana czynnika b bezpośrednio oddziałuje na wielkość części absolutnej różnicy analizowanego wskaźnika, którą przypiszemy różnicy wskaźnika a.

Innymi słowy: nie jest uzasadnione zadawanie pytania, co spowodują różnice jednego wskaźnika analitycznego przy niezmiennych wartościach pozostałych wskaźników. Ponieważ i te wartości się zmieniają, musimy zadać pytanie co spowodują konkretne różnice jednego wskaźnika analitycznego przy konkretnych różnicach pozostałych wskaźników.

Jeśli wyrazimy różnicę absolutną analizowanego wskaźnika w postaci:

$$x_1 - x_0 = x_0\left(\frac{a_1}{a_0} \cdot \frac{b_1}{b_0} \dots \frac{z_1}{z_0} - 1\right), \tag{1}$$

uzyskamy inny punkt wyjściowy kwantyfikacji — indeksy wskaźników analitycznych. Z wyrażenia jasno wynika, że indeksy różnych wskaźników analitycznych mają na absolutną różnicę analizowanego wskaźnika wpływ równorzędny. Jeśli którykolwiek ze wskaźników analitycznych wzrośnie *k* razy (wartość indeksu wynosi *k*), a pozostałe wskaźniki się nie zmienią (wartość indeksu wynosi 1), otrzymamy jednakową różnicę absolutną $x_1—x_0$. Różnica ta się nie zmienia nawet przy zmianie wartości indeksów różnych wskaźników analitycznych. Indeksy wszystkich wskaźników są czynnikami tegoż iloczynu. Jeśli rozważymy np. dwa wskaźniki *a,b,* przy czym wartości ich indeksów wynoszą 2 i 3, to różnica $x_1—x_0$ pozostaje bez zmiany w przypadku, gdy: $\frac{a_1}{a_0}=2$, $\frac{b_1}{b_0}=3$, jak i w przypadku, gdy $\frac{a_1}{a_0}=3$, $\frac{b_1}{b_0}=2$.

Indeksy różnych wskaźników analitycznych możemy więc oznaczyć — z punktu widzenia różnicy analizowanego wskaźnika — jako porównywalne. Jeśli więc wartości co najmniej dwóch wskaźników analitycznych są zgodne można powiedzieć, że różne wartości tych wskaźników w dwóch porównywanych sytuacjach wpływają na różnicę absolutną analizowanego wskaźnika w równym stopniu. Stopień wpływu można i tu wyrazić w liczbach absolutnych lub w procentach.

Jeśli np. $X=a\cdot b$, przy czym $x_1—x_0=200$, $\frac{a_1}{a_0}=2$, $\frac{b_1}{b_0}=2$, wtedy jednakowy wpływ obu czynników na różnicę $x_1—x_0$ można wyrazić w ten sposób, że różnym wartościom obu wskaźników analitycznych przypiszemy bądź 50% udział w różnicy analizowanego wskaźnika lub 100 jednostek z całkowitej absolutnej różnicy analizowanego wskaźnika.

Uogólniając: jeśli indeksy *n* wskaźników analitycznych są zgodne (jednakowe), przypiszemy różnej wartości każdego z tych wskaźników $\frac{1}{n}\cdot 100\%$ różnicy absolutnej analizowanego wskaźnika lub $\frac{1}{n}(x_1-x_0)$ jednostek tej różnicy.

Do tego elementarnego przypadku trzeba sprowadzić i te przypadki, gdy indeksy poszczególnych wskaźników analitycznych się różnią. Aby istota naszego rozwiązania była zupełnie jasna, podajemy dla ilustracji przykład liczbowy: $\frac{a_1}{a_0}=2$, $\frac{b_1}{b_0}=8$ zakładając, że $x=a\cdot b$, wtedy zamiast $x_1—x_0=x_0(2\cdot 8—1)$ możemy napisać $x_1—x_0=x_0[2\cdot(2\cdot 2\cdot 2)—1]$.

Dwa różne indeksy zastąpiliśmy czterema jednakowymi indeksami, przy czym trzy indeksy w drugim wyrażeniu zastępują indeks $\frac{b_1}{b_0}=8$ z pierwszego wyrażenia. Nawias okrągły w drugim wyrażeniu ma tylko znaczenie logiczne — wyznacza czynniki hipotetyczne, zastępujące czynnik *b* (możemy je oznaczyć jako subczynnik). W naszym przykładzie przypiszemy więc czynnikowi *a* 25% udział w różnicy analizowanego wskaźnika, a czynnikowi *b* udział 75%. Ostatnie wyrażenie możemy dalej zmodyfikować następująco:

$$x_1 - x_0 = x_0(2^1 \cdot 2^3 - 1).$$

Z tego wyrażenia jasno wynika, że dla kluczowania różnicy decydujące są wykładniki wspólnej podstawy, tzn. logarytmy indeksów (w naszym przykładzie przy podstawie 2). W przytoczonym przykładzie celowo wybraliśmy taką podstawę indeksu, aby wykładnikami były liczby całkowite. Ponieważ relacje wykładników przy zmianie podstaw się nie zmieniają (zmieniają się tylko wartości absolutne), nie musimy się problematyką określania wspólnej podstawy w ogóle za jonować, a różnice cząstkowe wyprowadzać z logarytmów indeksów o dowolnej podstawie. Wobec tego:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_a &= \Delta x \frac{\ln \frac{a_1}{a_0}}{\ln \frac{x_1}{x_0}} = \Delta x \frac{\log \frac{a_1}{a_0}}{\log \frac{x_1}{x_0}} \\ \Delta x_b &= \Delta x \frac{\ln \frac{b_1}{b_0}}{\ln \frac{x_1}{x_0}} = \Delta x \frac{\log \frac{b_1}{b_0}}{\log \frac{x_1}{x_0}} \\ &\vdots \\ \Delta x_z &= \Delta x \frac{\ln \frac{z_1}{z_0}}{\ln \frac{x_1}{x_0}} = \Delta x \frac{\log \frac{z_1}{z_0}}{\log \frac{x_1}{x_0}} \end{aligned}\right\}. \tag{2}$$

Najkorzystniejsze jest zastosowanie logarytmu dziesiętnego, ponieważ jego wartości są ogólnie dostępne w tabelach logarytmicznych. W naszym przekładzie:

$$\log \frac{a_1}{a_0} = 0{,}30103, \ \log \frac{b_1}{b_0} = 0{,}90309, \ \log \frac{x_1}{x_0} = \log \frac{a_1}{a_0} + \log \frac{b_1}{b_0} = 1{,}20412,$$

więc:

$$\Delta x_a = \Delta x \frac{0{,}30103}{1{,}20412} = \frac{1}{4} \Delta x$$

$$\Delta x_b = \Delta x \frac{0{,}90309}{1{,}20412} = \frac{3}{4} \Delta x.$$

Wnioski są oczywiście zgodne z przypadkiem, gdy podstawą była liczba 2.

Przy wyżej wyjaśnionym kluczowainiu różnicy według logarytmów indeksów, wychodzimy wyłącznie z informacji o wartościach wskaźników w porównywanych sytuacjach (niezależnie od tego czy sytuacje różnią się z punktu widzenia czasu, przestrzeni czy rzeczowo). Żadne następne założenie nie jest przez podmiot oceniający wprowadzone do oceny: idzie więc o ocenę zupełnie obiektywną.

III. ROZKŁAD RÓŻNICY ABSOLUTNEJ PRZY KOMBINACJI POWIĄZAŃ ADDYTYWNYCH I MULTIPLIKACYJNYCH

Jeśli określony analizowany wskaźnik jest wyrażony jako funkcja wskaźników analitycznych, między którymi są relacje sumacyjne i iloczynowe, należy różnicę analizowanego wskaźnika rozkładać stopniowo, zgodnie z konstrukcją funkcji.

Jeśli $x=a(b+c\cdot d)$, to różnicę $x_1—x_0$ rozdzielimy najpierw według logarytmów indeksów:

$$\frac{a_1}{a_0}, \frac{b_1+c_1 d_1}{b_0+c_0 d_0}$$

$$\Delta x_a=\frac{\log\frac{a_1}{a_0}}{\log\frac{x_1}{x_0}}(x_1-x_0),$$

$$\Delta x_{b,c,d}=\frac{\log\frac{b_1+c_1 d_1}{b_0+c_0 d_0}}{\log\frac{x_1}{x_0}}(x_1-x_0).$$

Drugi krok to podział $\Delta x_{b,c,d}$ na dwie części, z których pierwszą przypiszemy różnicy $b_1—b_0$, drugą różnicy $c_1d_1—c_0d_0$, przy czym:

$$\Delta x_b=\frac{b_1-b_0}{(b_1-b_0)+(c_1 d_1-c_0 d_0)}\Delta x_{b,c,d}$$

$$\Delta x_{c,d}=\frac{c_1 d_1-c_0 d_0}{(b_1-b_0)+(c_1 d_1-c_0 d_0)}\Delta x_{b,c,d}.$$

Wreszcie w trzecim kroku różnicę x przypisaną różnym wartościom czyininików c i d dzielimy według logarytmów indeksów $\frac{c_1}{c_0}, \frac{d_1}{d_0}$, w rezultacie czego otrzymujemy:

$$\Delta x_c=\frac{\log\frac{c_1}{c_0}}{\log\frac{c_1}{c_0}+\log\frac{d_1}{d_0}}\Delta x_{c,d}$$

$$\Delta x_d=\frac{\log\frac{d_1}{d_0}}{\log\frac{c_1}{c_0}+\log\frac{d_1}{d_0}}\Delta x_{c,d}.$$

IV. POWIĄZANIE Z ROZKŁADAMI INDEKSÓW

Podstawowe wady stosowanych dotąd metod rozkładu różnic absolutnych mają również powszechnie stosowane metody rozkładu indeksów agregatowych i zespołowych. Przy tych rozkładach także zakłada się, że jeden czynnik się zmienia drugi zaś nie, podczas gdy w rzeczywistości dochodzi do zmiany jednoczesnej. Powiązania nie trzeba udowadniać choćby dlatego, że metodzie zastosowanej przy rozkładzie indeksu określonego wskaźnika odpowiada stosowny rozkład różnicy tegoż wskaźnika — o ile obu tych rozkładów dokonuje się jednocześnie.

Zilustrujemy to na przykładzie rozkładu relacji wartości produkcji. Jeśli indeks wartości rozkłada się:

$$I_Q=\frac{\sum_{i=1}^{t} Q_{k,i}}{\sum_{i=1}^{t} Q_{j,i}}=\frac{\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}p_{k,i}}{\sum_{i=1}^{t} q_{j,i}p_{j,i}}, \tag{3}$$

gdzie: $q_{k,i}$; $p_{k,i}$; $Q_{k,i}$; $i=1, 2, ..., t$, sto ilości w postaci fizycznej, ceny jednostkowe i wartości t różnych rodzajów produkcji w sytuacji (czasie) k;

$q_{j,i}$; $p_{j,i}$; $Q_{j,i}$; $i=1, 2, ..., t$, to odpowiednie (te same) wskaźniki w sytuacji (czasie) j na iloczyn agregatowego indeksu ilości I_q i agregatowego indeksu cen produkcji I_p tak, że:

$$I_Q=\frac{\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}p_{j,i}}{\sum_{i=1}^{t} q_{j,i}p_{j,i}}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}p_{k,i}}{\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}p_{j,i}}=I_qI_p; \tag{4}$$

podobnie rozłoży się i różnica wartości produkcji:

$$\sum_{i=1}^{t} Q_{k,i}-\sum_{i=1}^{t} Q_{j,i}=\left(\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}p_{j,i}-\sum_{i=1}^{t} q_{j,i}p_{j,i}\right)+$$
$$+\left(\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}p_{k,i}-\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}p_{j,i}\right)=\Delta Q_q+\Delta Q_p. \tag{5}$$

Oba te rozkłady zakładają stopniowe zmiany czynników wartości: (najpierw zmieniają się ilości, potem ceny produkcji.

Wyżej opisane ogólnie rozwiązanie problemu rozkładu różnicy pozwala rozłożyć adekwatnie do rzeczywistości ekonomicznej również różnicę wartości produkcji na część przypisaną różnej ilości produkcji i część przypisaną różnym cenom produkcji.

W związku z konstrukcją wskaźnika wartości produkcji (idzie o sumę iloczynów wskaźników analitycznych) dokonamy rozkładu w kilku 'krokach, W pierwszym kroku naszego postępowania badawczego rozłożymy różnicę całkowitej wartości różnorodnej produkcji na części przypisane różnicom wartości (ilości i cen) poszczególnych wyrobów, a mianowicie:

$$\sum_{i=1}^{t} Q_{k,i} - \sum_{i=1}^{t} Q_{j,i} = \sum_{i=1}^{t} (Q_{k,i} - Q_{j,i}) = \sum_{i=1}^{t} \Delta Q_{Qi}, \tag{6}$$

gdzie: ΔQ_{Qi}; $i=1, 2, ..., t$ oznacza różnicę ogólnej wartości produkcji przypisaną różnicy wartości (a więc ilości i cen) i-tego $(i=1, 2, ..., t)$ wyrobu.

W drugim kroku rozłożymy każdy z tych t różnic na części przypisane różnym ilościom $(\Delta Q_{qi}, i=1, 2, ..., t)$ i różnym cenom $(\Delta Q_{pi}, i=1, 2, ..., t)$ produkcji według logarytmów indywidualnych indeksów cen i ilości.

Otrzymamy więc:

$$\Delta Q_{qi} = \frac{\log \frac{q_{k,i}}{q_{i,j}}}{\log \frac{Q_{k,i}}{Q_{j,i}}} \Delta Q_{Qi}, \quad i=1, 2, ..., t \tag{7}$$

$$\Delta Q_{pi} = \frac{\log \frac{p_{k,i}}{p_{j,i}}}{\log \frac{Q_{k,i}}{Q_{j,i}}} \Delta Q_{Qi}, \quad i=1, 2, ..., t. \tag{8}$$

Zsumowaniem wszystkich cząstkowych różnic przypisanych zarówno różnym ilościom, jak i różnym cenom poszczególnych wyrobów rozdzielimy następnie w trzecim kroku postępowania badawczego całkowitą różnicę wartości produkcji na dwie części, z których pierwszą przypiszemy różnym ilościom (ΔQ_q), a drugą różnym cenom produkcji (ΔQ_p). Wobec tego otrzymamy:

$$\Delta Q_q = \sum_{i=1}^{t} \frac{\log \frac{q_{k,i}}{q_{j,i}}}{\log \frac{Q_{k,i}}{Q_{j,i}}} \Delta Q_{Qi} \tag{9}$$

$$\Delta Q_p = \sum_{i=1}^{t} \frac{\log \frac{p_{k,i}}{p_{j,i}}}{\log \frac{Q_{k,i}}{Q_{j,i}}} \Delta Q_{Qi}. \tag{10}$$

Wyliczone w ten sposób różnice cząstkowe mogą być racjonalnym punktem wyjścia do konstrukcji agregatowych indeksów cen i ilości produkcji.

Zakładamy, że:

$$I_q = I_q \cdot I_p \tag{11}$$

gdzie: I_q, I_p są na razie bliżej nie określonymi agregatowymi indeksami ilości i cen produkcji.

Ponieważ przy prawdziwości tego wyrażenia otrzymamy:

$$\Delta Q_q = \Delta Q \frac{\log I_q}{\log I_Q} \tag{12}$$

$$\Delta Q_p = \Delta Q \frac{\log I_p}{\log I_Q}, \tag{13}$$

gdzie: ΔQ jest różnicą absolutną całej produkcji, w przeciwieństwie otrzymamy:

$$\log I_q = \frac{\Delta Q_q}{\Delta Q} \log I_Q \tag{14}$$

$$\log I_p = \frac{\Delta Q_p}{\Delta Q} \log I_Q. \tag{15}$$

Z wielkości prawej strony równania wyliczymy ΔQ_q i ΔQ_p wyżej opisanym sposobem, a relacje [(6) do (8)], ΔQ i log I_Q ustalimy prosto z wartości: $\sum_{i=1}^{t} Q_{k,i}$, $\sum_{i=1}^{t} Q_{j,i}$. Zespołowy indeks fizycznych rozmiarów ma więc postać:

$$I_Q = I_Q^{\frac{\Delta Q_q}{\Delta Q}} = I_Q^{\sum\limits_{i=1}^{t} \frac{\log \frac{q_{k,i}}{q_{j,i}}}{\log \frac{Q_{k,i}}{Q_{j,i}}} \cdot \frac{Q_{k,i} - Q_{j,i}}{\sum\limits_{i=1}^{t} (Q_{k,i} - Q_{j,i})}}, \tag{16}$$

a agregatowy indeks cen wynosi:

$$I_p = I_Q^{\frac{\Delta Q_q}{\Delta Q}} = I_Q^{\sum\limits_{i=1}^{t} \frac{\log \frac{p_{k,i}}{p_{j,i}}}{\log \frac{Q_{k,i}}{Q_{j,i}}} \cdot \frac{Q_{k,i} - Q_{j,i}}{\sum\limits_{i=1}^{t} (Q_{k,i} - Q_{j,i})}}. \tag{17}$$

Z rachunkowego punktu widzenia najkorzystniej jest wyrazić indeksy jako liczby odpowiadające ich logarytmom i określić je. za pomocą tabel logarytmicznych.

W podobny sposób można postępować i przy rozkładzie indeksu wszechstronnego (o zmiennej strukturze) na dwa indeksy, z których pierwszy wyraża wpływ zmian wartości cząstkowych wskaźników na przeciętną wartość tego wskaźnika, a drugi — wpływ zmian struktury (intensywności).

Indeks wszechstronny:

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{t} p_{k,i} q_{k,i}}{\sum\limits_{i=1}^{t} q_{k,i}} : \frac{\sum\limits_{i=1}^{t} p_{j,i} q_{j,i}}{\sum\limits_{i=1}^{t} q_{j,i}}, \tag{18}$$

gdzie: $p_{k,i}$, $q_{k,i}$, $i=1, 2, ..., t$, to wskaźniki natężenia (nośniki intensywności) w i-tej z t grupy w sytuacji (czasie) k, a $p_{j,i}$, $q_{j,i}$, $t=1, 2, ..., t,$ to podobne wskaźniki w j-tej sytuacji (okresie) możemy zapisać w postaci:

$$\frac{\sum_{i=1}^{t} p_{k,i} \frac{q_{k,i}}{\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}}}{\sum_{i=1}^{t} p_{j,i} \frac{q_{j,i}}{\sum_{i=1}^{t} q_{j,i}}}. \tag{18a}$$

Jeśli stosunkowe liczby struktury

$$\frac{q_{k,i}}{\sum_{i=1}^{t} q_{k,i}} = r_{k,i}; \quad \frac{q_{j,i}}{\sum_{i=1}^{t} q_{j,i}} = r_{j,i}; \quad i=1, 2, \ldots, t, \tag{19}$$

możemy indeks wszechstronny o zmiennej strukturze zapisać następująco:

$$\frac{\sum_{i=1}^{t} p_{k,i} r_{k,i}}{\sum_{i=1}^{t} p_{j,i} r_{j,i}}, \tag{18b}$$

a dalej postępujemy zupełnie tak samo jak przy rozkładzie indeksu wartości na iloczyn agregatowych indeksów ilości i cen produkcji.

V. PODSUMOWANIE

Za podstawową zaletę naszej metody uważamy rygorystyczne respektowanie obiektywnej rzeczywistości. W odróżnieniu od powszechnie stosowanych metod nasza ocena jest wolna od jakichkolwiek hipotez formułowanych przez podmiot oceniający, które to hipotezy nie dość, że są poparte informacjami jakie mamy do dyspozycji (informacjami o wartościach wskaźników w porównywalnych sytuacjach), ale przeważnie są z nimi w sprzeczności (np. założenie, że wartość jednego wskaźnika się zmienia, a wartość innych wskaźników pozostaje na poziomie jakiejś z porównywanych sytuacji). Porównywalność matematyczna różnic absolutnych wskaźników analitycznych jest przy powiązaniach addytywnychj tak samo jak porównywalność indeksów przy powiązaniach multiplikacyjnych, bezsporna, a wszystko inne jest już wyłącznie sprawą operacji: matematycznych. Jednoznaczność oceny, która nie dopuszcza do żadnej możliwości celowego wypaczenia, jest bezspornie wielką zaletą opisanej tu metody w porównaniu z wynikami różnych, dotąd stosowanych, metod, które to wyniki są nie tylko różne, ale często też sprzeczne, ponieważ w znacznym stopniu są one zależne od oceniającego podmiotu.

Z języka czeskiego tłumaczyła Leokadia Bielówka

DISTRIBUTIONS OF ABSOLUTE DIFFERENCES AND OF STATISTICAL INDEXES IN ECONOMIC ANALYSIS

Summary

The paper concerns absolute and relative distributions estimated by means of statistical indexes method in the analysis of economic phenomena and procrsses. The relative indexes distributions as well as the absolute difference distributions with multiplicative an additive relations between statistical coefficients ara described. The presented ideas are the original solutions ready to be implemented in a numerical description of absolute and relative distributions of complex economic processes. The main advantage of the proposed methods lies in the fact that they rigorously take into consideration the objective reality.

Tłumaczył Tadeusz Kowalski