

BERND RÖNZ*

„WZAJEMNE" FUNKCJE REGRESJI I RÓWNOCZESNE ZALEŻNOŚCI MIĘDZY ZJAWISKAMI EKONOMICZNYMI

W niniejszym opracowaniu będziemy się zajmowali kilkoma aspektami obliczania „wzajemnych" funkcji regresji oraz ich związkami z równoczesnymi zależnościami między zjawiskami ekonomicznymi. Zajmiemy tu także stanowisko wobec nieodwracalności funkcji regresji.

Punktem wyjścia do naszych rozważań jest cybernetyczna interpretacja funkcji regresji i równoczesnych zależności¹. Względnie izolowany system S_0 należy powiązać z otoczeniem przez rozmaite nakłady i jeden wynik. Rozporządzamy szeregami empirycznych danych dotyczących nakładów X_1 i X_2 oraz wyników X_0 . Zakładamy dalej, że nakład X_1 jest wynikiem systemu S_1 , a nakład X_2 wynikiem systemu S_2 . Wszystkie pozostałe nakłady systemu S_0 , co do których brak danych i ogół zakłóceń zostaną razem ujęte w nakładzie ε . Stanowi to duże uproszczenie rzeczywistości, ale daje możliwość zweryfikowania transformacji w S_0 . Podaną sytuację można przedstawić graficznie jak na rys. 1.

Nakład ε ma charakter stochastyczny, ponieważ liczba nie obserwowanych nakładów i moc ich oddziaływania pozostają nieznane a zakłócenia wpływają na S_0 przypadkowo. Zatem nakład ten nie może być poddany obserwacji. W ogólności można powiedzieć, że reakcje wyniku na równoczesne lub wyprzedzające stymulatory wszystkich danych nakładów systemu są określone, przy czym stymulatory co najmniej jednego nakładu (w naszym przypadku nakładu ε) oddziałują zgodnie z prawem rozkładu prawdopodobieństw. W związku z tym, ponieważ wynik podlega lokalnemu stochastycznemu determinizmowi, system S_0 przedstawia się jako zawodny system perspektywiczny².

* Dr Bernd Rönz należy do pracowników naukowych młodszego pokolenia. Zatrudniony jest w Zespole Statystyki Sekcji Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Humboldta w Berlinie. Kierownikiem naukowym autora i kierownikiem Sekcji Statystyki jest profesor Carl Otto, rzecznik bliskiej współpracy w dziedzinie statystyki i ekonometrii z polskimi ośrodkami naukowymi (S. B.).

¹ B. Rönz, *Einige Gesichtspunkte der mathematischstatistischen Behandlung simultaner Beziehungen zwischen ökonomischen Erscheinungen und Prozessen*, in: *Mathematik und Wirtschaft*, Band 7, Berlin 1970.

² H. Greniewski, M. Kempisty, *Kybernetische Systemtheorie ohne Mathematik*, Berlin 1966.

System ten nie jest retrospektywny, to znaczy znając reakcje wyniku nie można określić, w jakim stopniu są one wywołane przez poszczególne stymulatory ewentualnego nakładu; bowiem co do nakładu ε nie istnieją żadne dane empiryczne, muszą więc być przyjęte założenia prawdopodobne. Stąd system S_0 ma charakter perspektywiczny, a nie retrospektywny. Oznacza to, że transformacje w tym systemie nie są odwracalne.

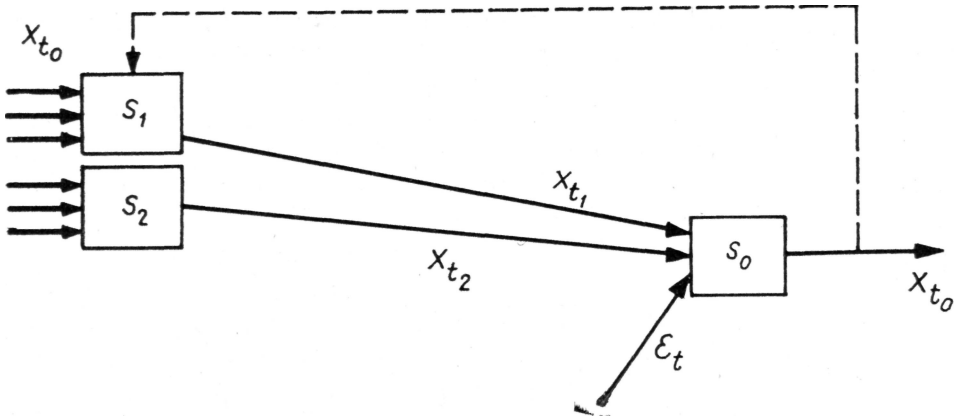
Załóżmy więc, że operator transformacyjny ma charakter liniowy, a nakład rozkład normalny. Otrzymujemy wtedy dla transformacji systemu S_0 :

$$X_{t0} = \alpha + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \varepsilon_t \quad (t=1, 2, 3, \dots, T) \quad (1)$$

Jak łatwo zauważyć, w sensie matematyczno-statystycznym chodzi tu o wyznaczenie liniowej funkcji regresji, gdyż pomiędzy obserwowanymi nakładami a wynikiem zachodzi związek korelacyjny, a nie funkcyjny. Stwierdzona wyżej nieodwracalność w systemie S_0 ważna jest również dla funkcji regresji. Nieodwracalność funkcji regresji wynika przede wszystkim ze zróżnicowanej strukturalnej budowy systemów, które wytwarzają nakłady dla S_0 oraz z ich niejednakowego oddziaływania w poszczególnych okresach t ; innymi słowy nieodwracalność ta wynika ze zróżnicowanego rozproszenia rozpatrywanych zjawisk ekonomicznych oraz ze zróżnicowanego konkretnego oddziaływania nakładu ε w poszczególnych okresach t . Przy stwierdzeniu nieodwracalności funkcji regresji chodzi więc o wyznaczenie kierunku przekształcenia w systemie S_0 .

Problemu nieodwracalności funkcji regresji nie wolno przy tym mieszać z równoczesnymi zależnościami między zjawiskami ekonomicznymi. Pod równoczesnymi zależnościami rozumiemy wzajemną zależność (współzależność) nakładów i wyników rozpatrywanego systemu ekonomicznego. Ta wzajemna zależność powstaje poprzez sprzężenie zwrotne od rozpatrywanego systemu S_0 do systemów, które wytwarzają nakłady dla S_0 . Na ryc. 1 zaznaczono przykład takiego sprzężenia zwrotnego liniami kreskowanymi. Zatem w problemie równoczesnych zależności chodzi o rozpoznanie i ujęcie sprzężeń zwrotnych między rozpatrywanym systemem a systemami uprzednio założonymi.

W literaturze reprezentowany jest często pogląd, że wymagane funkcje regresji są nieodwracalne, ale w niektórych przypadkach zależność między zjawiskami ekonomicznymi zawartymi w zmiennych, z przyczyn rzeczowo-logicznych, jest odwracalna, to znaczy że tak zwane wzajemne funkcje regresji mogłyby być wyznaczone. Przez wzajemne funkcje regresji rozumie się tutaj wyznaczenie wszystkich możliwych regresji między zmiennymi. Należy więc tutaj odpowiedzieć na pytanie, jaki istnieje związek pomiędzy wzajemnymi funkcjami regresji a równoczesnymi zależnościami i czy w ogóle jest sprawą sensowną mówić o wzajemnych funkcjach regresji.



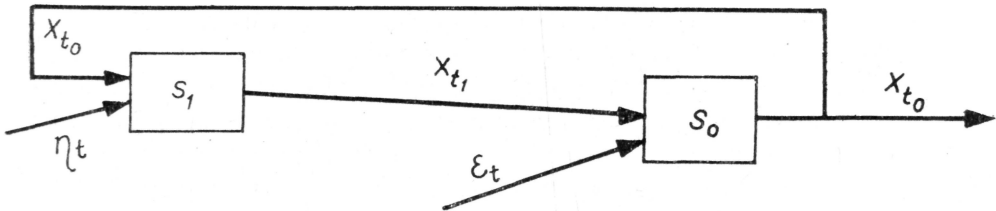
Ryc. 1

Celem udzielenia odpowiedzi na to pytanie odróżnimy najpierw prosty związek korelacyjny od wielokrotnego. Dla prostego związku między zmiennymi X_0 i X_1 właściwe są następujące wzajemne funkcje regresji.

$$X_{t0} = \alpha_1 + \beta_1 X_{t1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$X_{t1} = \alpha_2 + \beta_2 X_{t0} + \eta_t \quad (3)$$

Przy zachowaniu wyżej podanych założeń funkcja regresji (2) poprzez operator transformacyjny i nakład stochastyczny może być pojmowana jako transformacja w systemie S_0 , a funkcja regresji (3) jako transformacja w systemie S_1 (ryc. 2). Wyznaczenie obydwu prostych równań regresji oznacza więc oszacowanie transformacji w 2 różnych systemach.



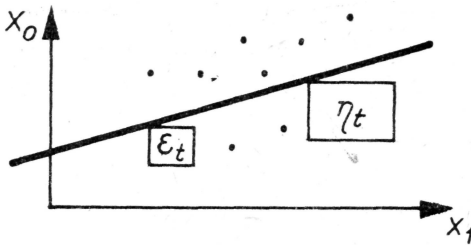
Ryc. 2

Numeryczna weryfikacja parametrów funkcji regresji (2) i (3) oznacza, że według zasady najmniejszych kwadratów czynniki resztowe równania (2) pionowo i równania (3) poziomo zostaną zminimalizowane, co jest równoznaczne ze zróżnicowaną zależnością między zmiennymi X_0 i X_1 . Z matematyczno-statystycznego punktu widzenia obydwa ujęcia należy oceniać jednakowo.

Dodatkowe rozważenie regresji X_1 względem X_0 z ekonomicznego punktu widzenia ma tylko wtedy sens, jeśli między systemami S_0 i S_1 istnieje sprzężenie zwrotne, to znaczy jeśli zależą: zjawisko ekonomiczne X_0 od ekonomicznego zjawiska X_1 i równocześnie także X_1 od X_0 . W tym

przypadku istnieją równoczesne zależności między zmiennymi regresji (2) i (3) w wyżej zdefiniowanym znaczeniu. Podział zmiennych na zależne i niezależne nie jest już więc właściwy.

Jeśli nie istnieje jakiegokolwiek sprzężenie zwrotne, to wtedy można wyznaczyć formalnie i liczbowo regresję X_1 względem X_0 , ale z rzeczowo-logicznego punktu widzenia prowadzi to do bezsensownej regresji.



Ryc. 3

Jeśli w ekonomicznej rzeczywistości istnieją równoczesne zależności między zmiennymi, to wtedy już odrębne szacowanie obydwóch funkcji regresji klasyczną metodą najmniejszych kwadratów staje się problematyczne, ponieważ metoda ta zakłada brak równoczesnych zależności³. Gdyby mimo to podjęto się szacunku tą

metodą, trzeba by zdać sobie sprawę z konsekwencji jakości oszacowania.

Rozpatrzmy z kolei regresję wielokrotną, dla uproszczenia rozważań tylko z trzema zmiennymi: X_0 , X_1 i X_2 . Wzajemne funkcje regresji będą przedstawiały się następująco:

$$X_{t0} = \alpha_1 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \varepsilon_t \quad (4)$$

$$X_{t1} = \alpha_2 + \beta_3 X_{t0} + \beta_4 X_{t2} + \eta_t \quad (5)$$

$$X_{t2} = \alpha_3 + \beta_5 X_{t0} + \beta_6 X_{t1} + \xi_t \quad (6)$$

Rozpatrywanie wzajemnych funkcji regresji jest i tutaj tylko w tym przypadku sensowne, jeśli opisane już ekonomiczne zależności faktycznie występują. Na podstawie wyżej przytoczonych rozważań (4) jest transformacją w systemie S_0 , (5) w systemie S_1 a (6) transformacją w systemie S_2 . W (5) i (6) zamiast transformacji można przedstawić sprzężenie zwrotne między S_0 i S_1 lub S_2 oraz bezpośrednie sprzężenie między S_1 i S_2 , jeśli mają one sens ekonomiczny. Dla transformacji (4) oznaczałoby to, że występują zarówno równoczesne zależności jak i wieloliniowość, jeśli transformacja ta niezależna od (5) i (6) została oszacowana metodą najmniejszych kwadratów.

Ale już istnienie wieloliniowości czyni problematyczny szacunek regresji X_0 względem X_1 i X_2 , co też przez występowanie równoczesnych zależności zostaje mocno zaostrzone.

³ B. Rönz, *Vergleich einiger mathematisch-statistischer Schätzmethoden bezüglich der Berücksichtigung vorhandener simultaner Beziehungen in makroökonomischen Modellen*, Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Gesellschafts- und Sprachwissenschaftliche Reihe, Berlin 1969, rocznik XVIII, zeszyt 5, s. 911 - 921.

Z drugiej jednak strony przy występowaniu równoczesnych zależności w konkretnej sytuacji ekonomicznej nie w każdym przypadku wieloliniowość między zjawiskami X_1 i X_2 (i na odwrót) musi występować, jak tego wymagają regresje od (4) do (6). Transformacje w S_1 lub S_2 zależą wprawdzie od X_0 (równoczesne zależności) i w danych przypadkach od dalszych nakładów, ale nie od X_2 czy X_1 . Wspólne funkcje regresji (5) i (6) nie odzwierciedlałyby zatem prawdy o ekonomicznym stanie faktycznym.

Wyciągając ogólne wnioski można stwierdzić że:

- 1) Funkcje regresji są nieodwracalne.
- 2) Nie należy mieszać nieodwracalności funkcji regresji z równoczesnymi zależnościami. Bowiem w pierwszym kręgu problemowym chodzi o kierunek transformacji w jednym systemie, a w drugim kręgu o występowanie sprzężeń zwrotnych z wyprzedzającymi systemami.
- 3) Wyszczególnienie wspólnych funkcji regresji tylko wtedy ma sens z rzeczowo logicznego punktu widzenia, jeśli opisane ekonomiczne zależności faktycznie występują.
- 4) Zależności dla oddzielnie potraktowanych funkcji regresji oznaczają natychmiast istnienie równoczesnych zależności i wieloliniowości.
- 5) Istnienie jednoczesnych związków i wieloliniowości stawia pod znakiem zapytania, a nawet uniemożliwia oddzielne szacowanie regresji klasyczną metodą najmniejszych kwadratów.
- 6) W przypadku istnienia równoczesnych zależności poszczególne funkcje regresji powinny być szacowane przy pomocy bardziej wyszukanych metod lub też należałoby przejść do czasowania niezależnych modeli.
- 7) Autor jest zdania, iż nie należy mówić o wspólnych funkcjach regresji. Problem ten kryje w sobie niebezpieczeństwo, że równoczesne związki między zjawiskami ekonomicznymi podczas posługiwania się funkcjami regresji zostaną niedocenione lub całkowicie zignorowane i tym samym pominie się sedno rzeczy.

Thumaczył
Stanisław Borowski

PAIRED REGRESSION FUNCTIONS AND SIMULTANEOUS RELATIONS BETWEEN ECONOMIC PHENOMENA

S u m m a r y

The non-reversibility of the regression functions, the simultaneous relations between the economic phenomena and the so-called paired regression functions are treated on the basis of cybernetic considerations. It is shown, that the treatment of this type of regression functions requires the existence of simultaneous relations and multicollinearity, which leads, in turn, to based results, when estimating them separately on the basis of the classical Least-Squares-Method.