

ZDZISŁAW HELLWIG

ZJAWISKO OSCYLACJI W PRZYSPIESZONYM ROZWOJU GOSPODARCZYM

I. AKUMULACJA I INWESTYCJE I ICH WPŁYW NA DYNAMIKĘ ROZWOJU GOSPODARCZEGO

Tempo rozwoju gospodarczego każdego współczesnego państwa zależy przede wszystkim od wielkości akumulacji. Jeżeli oznaczymy dochód narodowy¹ literą Y , część przeznaczoną na spożycie literą C i część przeznaczoną na akumulację A , to otrzymamy elementarną tożsamość:

$$Y = C + A. \quad (1)$$

Ten prosty wzór podziału dochodu narodowego wyraża w istocie rzeczy niezwykle skomplikowane procesy gospodarcze i techniczne. Wielkość C przedstawia pieniężną wartość dóbr i usług skonsumowanych przez ludność w ciągu roku. Im mniejsze jest spożycie — tym większa akumulacja. Oznacza to, że źródłem akumulacji są indywidualne i zbiorowe oszczędności ludności.

Oszczędzanie, dobrowolne czy wymuszone, jest zawsze przykre, gdyż jest równoznaczne z rezygnacją zaspokojenia części naszych potrzeb. Siła odczuwalnych potrzeb maleje wraz z ich zaspokajaniem. Najmniej dotkliwie proces oszczędzania odczuwają ludzie o wysokich dochodach i społeczeństwa zamożne. Oznaczałoby to, że największą akumulację absolutną i względną musiałyby mieć kraje o wysokim średnim dochodzie narodowym. Jak tego dowodzi doświadczenie, zasada ta przestaje obecnie działać w niektórych zamożnych krajach zachodnich. Jest to zrozumiałe. Głównym celem i przeznaczeniem akumulowania jest inwestowanie. W nowych warunkach, gdy przestało funkcjonować zaplecze kolonialne, obfitujące w tani surowiec i taną siłę roboczą, inwestowanie jest jednak zawsze operacją ryzykowną, niepewną. Bodźcem do inwestowania jest w warunkach gospodarki kapitalistycznej oczekiwany zysk. Pieniądz nie zainwestowany, wolny, przynosi „pewny” zysk w postaci procentu bankowego. Banki jednak tylko wtedy przyjmują wolne wkłady pieniężne, jeśli istnieje popyt na kredyty bankowe. Przy braku skłonności do inwestowania podaż kapitału przekracza popyt i procent bankowy ulega obniżeniu².

¹ W całej pracy mowa jest o dochodzie narodowym netto.

² Dziś ta sprawa uległa częściowemu zaprzeczeniu w USA, gdzie w walce z inflacją lansuje

Zmniejszenie inwestycji powoduje wzrost bezrobocia. Pojawiają się znamiona kryzysu. Obecnie, w dobie deficytu surowcowego, występuje dodatkowo tendencja do wzrostu cen surowców, a co za tym idzie — do dalszego wzrostu cen i kosztów. Wszystkie te zjawiska pojawiają się w gospodarce kapitalistycznej jako następstwa obniżonej skłonności do inwestowania. Niska cena kredytu bankowego, wysokie ceny towarów i usług są tymi bodźcami, które gospodarka kapitalistyczna samoczynnie wytwarza dla pobudzenia energii inwestycyjnej. Dawniej to skutkowało, gdyż w okresie kryzysu, bezrobocia i inflacji najtaniej kosztowała siła robocza, a to zachęcało do inwestowania kapitałów i rozwijania produkcji. Dziś to nie zawsze wystarcza, tak ze względu na podwyżki płac wymuszane działaniem robotniczych organizacji zawodowych, jak i ze względu na arbitralnie ustalane, wysokie monopolowe ceny surowców.

Inwestowanie w warunkach gospodarki socjalistycznej jest też trudnym procesem, aczkolwiek z zasadniczo odmiennych względów. Centralne organy planowania w krajach socjalistycznych, mając na względzie konieczność szybkiego podnoszenia dobrobytu ludności, muszą przejawiać wielką skłonność do inwestowania. Wszak inwestycje są najpewniejszym sposobem szybkiego rozwoju gospodarczego. Otóż, jak wykazuje doświadczenie i rozważanie teoretyczne, teza ta jest prawdziwa tylko przy pewnych specjalnych założeniach i spełnieniu określonych warunków. Przypomnijmy tu kilka znanych prawd.

1) Inwestycje są prowadzone ze środków zaoszczędzonych przez ludność. Znaczne oszczędności to znaczny spadek konsumpcji. Maleją więc bodźce produkcyjne i maleje społeczna wydajność pracy,

2) Przesunięcie znacznej masy siły roboczej i środków materialnych na front działalności inwestycyjnej zmniejsza zdolność produkcyjną działów gospodarki narodowej pracujących na potrzeby rynku.

3) Zmniejszona podaż artykułów konsumpcyjnych przy zwiększonej, a nawet nie zmienionej masie pieniądza rodzi zjawiska inflacyjne, narusza równowagę rynkową, podważa zaufanie do pieniądza, zmniejsza skłonność do oszczędzania, a tym samym zmniejsza akumulację i w konsekwencji tempo wzrostu gospodarczego.

4) Liczne inicjatywy inwestycyjne wytwarzają nadmierny popyt na surowiec i usługi transportowe. Procesy inwestycyjne stwarzają coraz trudniejsze do przezwyciężenia trudności organizacyjne.

5) Ze względu na brak kwalifikowanej siły roboczej inwestycje nie mogą być na czas ukończone, a ich jakość techniczna jest niska.

6) Pochopnie podejmowane decyzje inwestycyjne nie zawsze są trafne. Koszty inwestycyjne są znacznie wyższe od preliminowanych. Inwestycje wymagają więc znacznie dłuższego niż zakładano okresu zwrotu. Przy szybkim postępie technicznym z reguły niesie to groźbę, że obiekt inwestycyjny ulegnie likwidacji przed upływem okresu umorzenia.

się program intensywnych zbrojeń dzięki czemu powstaje ogromny popyt na kapitał co z kolei wpływa co prawda na wzrost stopy bankowej ale nie ożywia koniunktury gospodarczej ani nie zmniejsza bezrobocia.

7) Podejmowanie inwestycji o długim okresie zwrotu lub inwestycji, których celowość ekonomiczna jest wątpliwa, obniża tempo wzrostu dochodu narodowego w przyszłości i jest równoznaczne z marnotrawstwem społecznej pracy w okresie bieżącym.

8) Posiadanie rezerw strategicznych i zdolność do podejmowania szybkich decyzji inwestycyjnych i szybkiej ich realizacji pozwala przeskakiwać etapy rozwoju technologicznego, które są kosztowne i ryzykowne w początkowej fazie uruchamiania nowych technologii. Oznacza to, że niekiedy odkładanie decyzji inwestycyjnej może przynieść większe korzyści niż jej szybkie podjęcie.

Wszystkie przytoczone wyżej stwierdzenia mają charakter prawd oczywistych i należą do elementarza ekonomicznego.

Znacznie trudniejszych rozważań wymaga odpowiedź na pytanie, jak więc należy dzielić dochód narodowy na część przeznaczoną na konsumpcję i akumulację, aby uniknąć stagnacji gospodarczej z jednej strony i wyprowadzenia systemu gospodarczego na zbyt szybkie obroty — z drugiej. Pytanie to od dawna intryguje ekonomistów. Skonstruowano wiele modeli ekonomicznych, które za pomocą różnych, mniej lub bardziej zaawansowanych środków matematycznych miały ułatwić otrzymanie odpowiedzi na to pytanie³. Cechą wspólną tych modeli było to, że procesy produkcji, oszczędzania, inwestowania rozpatrywano jako pewne ciągłe funkcje czasu, określano na odcinku lub półprostej i poszukiwano takiej funkcji (zwanej strategią podziału dochodu narodowego), której odpowiadająca wartość pewnego funkcyjonału (scałkowanego dochodu) byłaby największa. Zdaniem autora, wszystkie te próby miały wyłącznie opisowe znaczenie, gdyż w literaturze nie odnotowano faktów ich spożytkowania w praktyce. Z reguły było to spowodowane tym, że skonstruowane modele okazały się zbyt skomplikowane pod względem formalnym i przez to niezrozumiałe. Nie podlegały one weryfikacji, że przystają do rzeczywistych warunków gospodarczych oraz zwykle wymagały danych, których nie mogły dostarczyć służby statystyczne.

W niniejszej pracy zostanie uczyniona jeszcze jedna próba udzielenia odpowiedzi na sakramentalne pytanie, jak dzielić dochód narodowy. Być może i ta próba będzie niewiele warta, chcę się jej podjąć dlatego, że korzysta się w niej wyłącznie z elementarnych środków matematycznych, otrzymane modele są proste i oczywiste, a wymagane dane publikowane w rocznikach statystycznych. Oczywiście, przedstawione w tym artykule rozważania dotyczące optymalnego podziału dochodu narodowego na część przeznaczoną na akumulację i na spożycie są prowadzone na podstawie pewnych upraszczających założeń. Ważniejsze z tych założeń wymienimy tu, nie tylko dla porządku, ale przede Wszystkim po to, aby mogły być one poddane wery-

³ Najpełniejszy w naszej literaturze przegląd tych modeli znajdzie czytelnik w pracy: Z. Czerwiński, *Podstawy matematyczne modeli wzrostu gospodarczego*, 1973. Zasluguja również na uwagę prace: Z. Czerwiński, *Stopa inwestycji a maksymalizacja spożycia*, *Ekonomista* 1961, nr 1; M. Kalecki, *Akumulacja a maksymalizacja spożycia*, *Ekonomista* 1963, nr 3; W. Przelaskowski, *Modele ekonomiczne w świetle cybernetyki*, Warszawa 1971. Tam też podana jest literatura przedmiotu.

fikacji, że nie redukują w sposób istotny ogólności rozważań (pozostałe założenia i ograniczenia zostaną podane w dalszych partiach pracy):

- 1) ewidencja statystyczna jest w stanie dostarczyć dostatecznie dokładnych danych, dotyczących majątku produkcyjnego, dochodu narodowego, akumulacji i spożycia;
- 2) dochód narodowy do podziału jest równy dochodowi wytwarzanemu; pod pojęciem dochodu narodowego rozumie się zawsze dochód netto;
- 3) przyrost majątku produkcyjnego jest równy akumulacji;
- 4) system gospodarczy reaguje natychmiast na impuls akumulacyjny.

II. WYZNACZANIE RELACJI SPOŻYCIE-AKUMULACJA (C-A)

Konieczność przeznaczania części dochodu narodowego na cele akumulacji jest spowodowana potrzebami rozszerzonej reprodukcji. Akumulacja jest jednym z czynników przyspieszania wzrostu gospodarczego mierzonego za pomocą dochodu narodowego. Doświadczenie dowodzi, że dochód narodowy jest rosnącą funkcją akumulacji, przynajmniej z dokładnością do losowych zakłóceń. Aby kontynuować nasze rozważania nad sposobem podziału dochodu narodowego na część przeznaczoną na spożycie i na akumulację, przyjmujemy za punkt wyjścia wielkość:

$$q = \frac{C}{Y}.$$

Dodatni ułamek q będziemy nazywać *współczynnikiem spożycia*. W takim razie $p = 1 - q$ można nazwać *współczynnikiem akumulacji*. Przyjmijmy do odwołania, że q , a więc i p jest wielkością arbitralnie określoną i stałą w z góry zadany przedziale czasu. Przypuśćmy, że produkcyjny majątek narodowy w roku t_0 wynosił K_0 , natomiast współczynnik efektywności wynosił r_i . W takim razie:

$$K_1 = K_1 + r_1 p_1 K_0$$

lub ogólnie:

$$K_i = K_{i-1} + r_i p_i K_{i-1}, \quad i = 2, \dots, n.$$

W takim razie:

$$\Delta K_1 = K_1 - K_0 = r_1 p_1 K_0$$

oraz

$$\Delta K_i = K_i - K_{i-1} = r_i p_i K_{i-1}.$$

Stąd

$$r = \frac{\Delta K_i}{p_i K_{i-1}}. \quad (2)$$

Założmy⁴, że $\Delta K_i = A_i$. Wobec tego:

$$r_i = \frac{\Delta K_i}{p_i K_{i-1}} = \frac{A_i}{p_i K_{i-1}} = \frac{p_i Y_i}{p_i K_{i-1}} = \frac{Y_i}{K_{i-1}}.$$

⁴ Założenie to w praktyce nigdy nie jest spełnione, gdyż znaczna część funduszu akumulacji jest przeznaczona na inwestycje nieprodukcyjne. Tu przyjmujemy to założenie wyłącznie dla prostoty, gdyż nie ma poważniejszych trudności do pokonania przy tworzeniu konstrukcji ogólniejszej, jednak zawilej numerycznie i mniej przejrzystej.

Stąd

$$r = \frac{Y_i}{K_{i-1}}. \quad (3)$$

Równość tę można uważać za definicję parametru r_i . Wobec tego:

$$\Delta K = w_1 K_0 \quad (1)$$

oraz

$$p_1 Y_1 = \Delta K_1 = \Delta K_0 + r_1 p_1 \Delta K_0 = \Delta K_0 (1 + w_1),$$

gdzie $w_1 = r_1 p_1$ jest współczynnikiem wzrostu dochodu narodowego. Ponieważ

$$\Delta K_i = p_i Y_i,$$

więc

$$p_i Y_i = p_{i-1} Y_{i-1} (1 + p_i r_i).$$

Jest to równanie różnicowe opisujące dynamikę wzrostu gospodarczego. Z równania tego otrzymujemy:

$$A_i = p_{i-1} Y_{i-1} (1 + p_i r_i) = A_{i-1} (1 + w_i)$$

oraz

$$C_i = C_{i-1} (1 + w_i).$$

Zauważmy, że

$$Y_1 = Y_0 (1 + r_1 p_1)$$

$$\dots$$

$$Y_n = Y_0 (1 + r_1 p_1) \dots (1 + r_n p_n).$$

Stąd

$$C_1 = q_1 Y_1 = Y_0 q_1 (1 + r_1 p_1)$$

$$\dots$$

$$C_n = q_n Y_n = Y_0 q_n (1 + r_1 p_1) \dots (1 + r_n p_n).$$

Przyjmując, że $Y_0 = I$, otrzymamy ostatecznie, że

$$C_i = (1 - p_i) \prod_{k=1}^i (1 + w_k). \quad (4)$$

Oznaczmy $K_n = k_n K_0$. Parametr k_n nazywać będziemy *współczynnikiem dynamiki wzrostu dochodu narodowego*. Ze wzoru na procent składany

$$k_n = (1 + pr)^n = \frac{Y_n}{Y_0} \quad (5)$$

wynikają natychmiast dwa proste wnioski:

$$1) \frac{1}{n} \ln k_n \leq \ln (1 + r);$$

2) p jest funkcją trzech zmiennych: parametru r charakteryzującego sprawność systemu gospodarczego, czasu n oraz parametru k_n , to jest współczynnika dynamiki wzrostu dochodu narodowego.

III. USTALENIE WARTOŚCI WSPÓŁCZYNNIKA k_n DYNAMIKI WZROSTU DOCHODU NARODOWEGO

Proces akumulacji wartości materialnych, koniecznej dla programowej realizacji rozszerzonej reprodukcji, wymagać może tak znacznych wyrzeczeń od społeczeństwa, że domaga się ono niekiedy zwolnienia tempa wzrostu gospodarczego. Często protesty są przejawem emocji i braku wiedzy ekonomicznej. Tę ignorancję ekonomiczną można niekiedy dostrzec u osób z wyższym wykształceniem, a nawet, co może brzmieć paradoksalnie, u osób z wyższym wykształceniem ekonomicznym. Właśnie biorąc pod uwagę te względy, warto rozpatrzyć parę liczbowych przykładów, które mimo ich elementarnego charakteru zachowują całą swą doniosłą gospodarczą aktualność.

PRZYKŁAD 1

Dwa współzawodniczące kraje A i B mają dochody narodowe odpowiednio równe Y_1 i Y_2 ; $Y_1 < Y_2$. Załóżmy, że liczba ludności w obu krajach i współczynnik wzrostu dochodu narodowego w kształtują się podobnie. Wiadomo, że kraj B wyznaczył sobie zadanie podwojenia wielkości dochodu narodowego. Wyznaczyć liczbę lat potrzebną dla osiągnięcia tego zadania przez kraj B , jeżeli $w_2 = 1$. Wyznaczyć liczbę lat potrzebną do osiągnięcia przez kraj A takiego samego poziomu dochodu narodowego, jaki został zaplanowany przez kraj B , jeżeli wiadomo, że w roku wyjściowym dochód narodowy kraju A jest mniejszy od dochodu narodowego kraju B , przy czym $Y_1 = .75 Y_2$. Przy takich założeniach otrzymamy następujące odpowiedzi:

1) ze wzoru (5) wynika, że

$$n_2 = \frac{\ln 2}{\ln 1.1} = 5.0409 \text{ lat};$$

2) zadanie zaplanowane przez kraj B i zrelatywizowane do dochodu kraju A wynosi: $2/.75 = 2.67$. Stąd:

$$n_1 = \frac{\ln 2.67}{\ln 1.1} = 10.1194 \text{ lat}.$$

Jak z tego wynika, osiągnięcie tego samego celu gospodarczego przez kraj A , biedniejszy „tylko” o 25% od kraju B , wymagać będzie dwukrotnie dłuższego czasu. Oznacza to, że jeżeli kraj chce wytrzymać gospodarczy wyścig, musi drogą akumulacji zwiększać swój majątek produkcyjny, a przez to także i swój dochód narodowy.

PRZYKŁAD 2

Kraj A , pragnąc zrealizować zadanie doścignięcia kraju B , tzn. osiągnięcia takiego samego dochodu narodowego, jaki zaplanowany został przez kraj B i w takim samym czasie co kraj B , decyduje się zwiększyć wartość parametru p . Przypuśćmy⁵, że współczynniki efektywności majątku produkcyjnego obu krajów są zbliżone, tzn. $r_1 \approx r_2$ i wynoszą .30. W takim razie

$$2.67 = (1 + .30p)^{5.0409}.$$

Rozwiązanie tego równania daje wartość:

$$p_1 = .717.$$

⁵ Liczby obu przykładów odpowiadają aktualnym realiom praktyki. I tak np. w naszym kraju w 1976 r. parametr $r = .35$.

Oznacza to, że dla dośnięcia kraju B przez kraj A , kraj A musiałby przez 5 lat przeznaczać na akumulację aż $0.717 Y_I$, pozostawiając na konsumpcję tylko $.0283_1 Y_I$. Jest to oczywiście niemożliwe. Tak więc zadanie dośnięcia bogatszego kraju okazało się w wyznaczonym czasie niewykonalne, mimo iż założyliśmy, że wszystkie pozostałe parametry obu krajów były jednokowe.

Pojawia się więc w sposób naturalny pytanie, jak wyznaczyć „maksymalną a zarazem dopuszczalną” wartość parametru p . Odpowiedź na to pytanie może być następująca: Najbardziej intensywny program rozwoju nie może doprowadzić do spadku dochodu narodowego na osobę ludności poniżej poziomu, gdy ten dochód był najniższy. Oczywiście, najniższy dobrobyt ma miejsce w momencie startu programu intensyfikacji rozwoju gospodarczego, czyli w roku t_0 . Oznacza to, że musi być spełniony warunek:

$$Y_i(1-p) \geq C_0, \text{ dla danego } C_0 \text{ oraz } i=1, 2, \dots, n.$$

Warunek ten musi być skorygowany ze względu na przyrost ludności. Przyjmując, że współczynnik przyrostu naturalnego wynosi g , musi być spełniona nierówność

$$Y_i(1-p) \geq C_0(1+g).$$

(W praktyce niezbędne są dalsze korekty, związane głównie z różnymi skutkami zjawiska inflacji). Ponieważ $Y_I(1-p)=C_I=C_0(1+w)$, przeto

$$\frac{1+w}{1+g}$$

jest współczynnikiem wzrostu konsumpcji na mieszkańca przy współczynniku akumulacji równym p .

IV. TABLICA WARTOŚCI FUNKCJI $P(r, n, k_n)$

Wyznaczanie wartości współczynnika akumulacji ze wzoru

$$k_n = (1+pr)^n$$

jest niewygodne. Parametr ten jest funkcją trzech parametrów: r , n , k_n . Oznacza to konieczność sporządzenia 20 tablic dla $n=1, 2, \dots, 20$, a każda z nich podawałaby wartość $P(r, n, k_n)$ dla wartości r zmieniających się od .02 co .02 do .4 oraz dla wartości k_n zmieniających się od 1 co .1 do 3. Zapiszemy to krótko w sposób następujący $P=P(r, n, k_n)$; $r(0.02, 0.02, 0.4)$. Tu tytułem ilustracji przytoczymy dwie takie tabele dla $n=5$ i $n=10$ oraz $r(0.05, 0.05, .04)$ i $k_n(1.2, 0.2, 2.0)$. W 1976 r. w Polsce $p=.345^6$, natomiast najwyższa w świecie wartość tego parametru, osiągnięta w Japonii wynosiła $p=.4$. Jak wynika z tabeli 1, dla podwojenia dochodu narodowego w ciągu 5 lat wymagane byłyby dwa warunki: 1) $r=.40$; 2) $p=.37$. Taki sam efekt można osiągnąć w okresie 10 lat przy warunkach łagodniejszych, np. $r=.30$ i $p=.24$.

⁶ Por. Rocznik Statystyczny 1977, s. 64 - 65.

Tabela 1

Wartości współczynnika akumulacji P ; $n=5$

$r \backslash k_n$	1.2	1.4	1.6	1.8	2
.05	.7427	X	X	X	X
.10	.3714	.6961	.9856	X	X
.15	.2476	.4641	.6571	.8316	.9913
.20	.1857	.3480	.4928	.6237	.7435
.25	.1485	.2784	.3942	.4990	.5948
.30	.1238	.2320	.3285	.4158	.4957
.35	.1061	.1999	.2816	.3564	.4249
.40	.0928	.1740	.2464	.3119	.3717

Uwaga.: Linia łamaną zaznaczono granicę dopuszczalnych wartości p , którą przyjęto jako równą 4. Znak X oznacza, że w danym miejscu tablicy nie występuje dopuszczalna wartość p .

Tabela 2

Wartość współczynnika akumulacji P ; $n=10$

$r \backslash k_n$	1.2	1.4	1.6	1.8	2
.05	.3680	.6844	.9624	X	X
.10	.1839	.3422	.4812	.6054	.7137
.15	.1227	.2281	.3208	.4036	.4785
.20	.0920	.1711	.2406	.3027	.3589
.25	.0736	.1369	.1925	.2422	.2871
.30	.0613	.1141	.1604	.2018	.2392
.35	.0526	.0978	.1375	.1730	.2051
.40	.0460	.0855	.1203	.1524	.1794

V. WYZNACZANIE MAKSYMALNEJ WARTOŚCI p Z UWZGLĘDNIENIEM POSTULATU UTRZYMANIA STANU POSIADANIA

Wzór na całkowitą konsumpcję w ciągu n lat ma postać następującą:

$$C_{n,r}^p = \sum_{i=1}^n C_i = (1-p)(1+rp) \frac{(1+rp)^n - 1}{rp}, \quad (6)$$

gdzie C_i oznacza część dochodu przeznaczoną na konsumpcję w roku i -tym. $C_{n,r}^p$ jest formalnie funkcją trzech zmiennych n , r , p , ponieważ jednak nas interesuje tylko wielkość p , przeto $C_{n,r}^p$ będziemy traktować jako rodzinę funkcji zależnych od argumentu p i od dwóch parametrów: dyskretnego parametru n i od ciągłego parametru r . Jest to ważne z tego względu, że tu nas interesuje taka wartość p , która maksymizuje $C_{n,r}^p$. Zadanie obliczania takiej wartości teoretycznie nie jest trudne,

gdyż wymaga wyznaczenia warunkowego ekstremum zmiennej $C_{n,r}^p$, przy warunku, że $0 < p < 1$. W praktyce występują jednak kłopoty dwojakiego rodzaju:

1) pochodna (2) jest wyrażeniem dosyć skomplikowanym, które ulega dodatkowej komplikacji, gdy uwzględni się warunek nałożony na p ; po wykonaniu wszystkich niezbędnych przekształceń otrzymuje się wielomian względem p zależny od n i r ; oznacza to, że wyznaczenie p wymaga wielokrotnego wyznaczania pierwiastka wielomianu, co oczywiście musi być wykonane przy pomocy komputera;

2) warunek $0 < p < 1$ daje często wartości p leżące zbyt blisko 1, aby mogły być zaakceptowane w praktyce; ustalenie arbitralnie dolnej wartości p nie jest łatwe, gdyż wartość ta istotnie zależy od r i n .

Właśnie ze względu na 1) i 2) wygodniej jest zrezygnować ze stosowania konwencjonalnego postępowania, z którego korzysta się przy znajdowaniu ekstremum funkcji, a zadowolić się sporządzeniem tablic zmiennej p . Tablice takie muszą być odpowiednio dokładne. Tu zadowolimy się dwoma przykładami takich tablic, sporządzonych dla $n=5$ i $n=10$.

Tabela 3

Wartości $C_{n,r}^p$; $n=5$

$r \backslash p$	.1	.2	.3	.4	.5	.6
.1	4.637	4.247	3.879	3.379	2.901	2.391
.2	<u>4.773</u>	4.506	2.946	3.803	3.359	2.846
.3	<u>4.926</u>	4.780	4.189	4.269	3.877	3.377
.4	<u>5.070</u>	5.069	4.881	4.786	4.465	3.992
.5	5.222	5.372	<u>5.428</u>	5.358	5.129	4.702
.6	5.378	5.692	5.961	<u>5.988</u>	5.878	5.519

Uwaga: Podkreśleniem zaznaczono maksymalną wartość $C_{n,r}^p$ w wyróżnionym wierszu.

Przyjmijmy przy wyznaczaniu wartości p dwa postulaty.

1) Proces akumulowania środków na inwestycje nie może spowodować obniżenia osiągniętej już zamożności społeczeństwa (postulat *utrzymania stanu posiadania* lub w skrócie: postulat USP). To pozornie oczywiste stwierdzenie dopuszcza jednak różnorodną interpretację. Tu będziemy rozumieć je w ten sposób, że możliwy jest wprawdzie okresowy spadek stopy życiowej ludności, musi on być jednak szybko zrekompensowany, tak aby w założonym w planie okresie n lat zachodziła nierówność:

$$C_{n,r}^p \geq n. \quad (7)$$

Z tabeli 3 wynika, że gdy $n=5$, postulat ten może być spełniony tylko w przypadku, gdy $r > .4$.

2) Przy założeniu, że postulat 1) jest spełniony, należy wyznaczyć p w taki sposób, aby $C_{n,r}^p$ osiągnęło maksimum (postulat maksymalnego tempa rozwoju). Jak wynika z tabeli 3, gdy $n=5$ możliwe są trzy wartości parametru p :

$$p=.1 \text{ gdy } r=.4$$

$$p=.3 \quad r=.5$$

$$p=.4 \quad r=.6$$

Wszystkie te wartości są w praktyce rzadko osiągalne, gdyż gospodarka niełatwo osiąga taką efektywność majątku produkcyjnego, aby r przekraczało wartość .4

Ze wzoru (6) i tabeli 3 wynikają natychmiast ważne wnioski praktyczne.

1) p zależy od r i n . Parametr r zależy od stanu gospodarki i efektywności gospodarowania i nie może być zadawany arbitralnie. Nie jest to parametr sterowania, lecz wielkość charakteryzująca stan systemu. Parametr n przybiera wartości naturalne ze względu na inercję gospodarki i konieczność zachowania ciągłości procesów gospodarczych (tzn. procesów przyrodniczych, demograficznych, technologicznych i społecznych). Trzeba przyjąć, że n może przybierać tylko następujące trzy wartości:

$$n=5, n=10, n=15.$$

Gdy $n=5$, mamy do czynienia z planowaniem krótkookresowym; gdy $n=10$ planowanie może być uważane za średniookresowe; gdy $n=15$ planowanie jest długo-okresowe, natomiast gdy $n>15$ w zasadzie mamy już do czynienia z przewidywaniem, futurologią, a nie planowaniem w przyjętym w praktyce znaczeniu tego słowa. Zauważmy, że gdy $r<0.3$, nie można stosować polityki intensywnego rozwoju przy horyzoncie planowania $n=5$. Stosowanie horyzontu planowania $n=15$ jest niewskazane ze względu na zbyt odległe czasowo w powszechnym odczuciu korzyści, które się osiągnie z ponoszonych obecnie wyrzeczeń. Oznacza to, że jedynym, możliwym do przyjęcia horyzontem planowania jest okres $n=10$.

2) Gdy $r=.4$ i $n=5$, maksymalną wartością parametru p jest brzegowa wartość tablicy wynosząca 0.1. Ale nawet przy tak niskim współczynniku akumulacji wystąpić może naruszenie postulatu USP, jeżeli $r<0.4$ (maksymalne wartości parametru p zaznaczono w tab. 3 podkreśleniem u dołu).

3) Gdy $r\leq 0.3$ i $n=5$, nie istnieje strategia inwestowania, która umożliwiałaby intensywny wzrost gospodarczy bez naruszenia zasady USP. Jeżeli nie mamy wpływu na wartość parametru r , oznacza to konieczność przyjęcia horyzontu $n=10$.

4) W Polsce wartość parametru $r\approx 0.35$. Według danych *Rocznika statystycznego* za 1977 r. mamy:

— produkcja czysta w milionach zł wynosiła 1 356 957;

— przeciętna wartość środków trwałych i obrotowych (bez środków trwałych w rolnictwie) wynosiła 3 690 372.

Stąd

$$r = \frac{1\,356\,959}{3\,690\,372} = .3677.$$

Oznacza to, że horyzont planowania w naszym kraju musiał być większy od 5 (tzn. powinien wynosić 10 lub 15 lat).

⁷ Ibidem, s. 65.

Tabela 4 przedstawia wartość $C_{n,r}^p$ przy $n=10$. Wnioski płynące z tej tabeli są następujące:

1) Nawet przy małej wartości $r=.2$ możliwe jest akumulowanie z wartością parametru $p=.1$ przy czym zachowany jest postulat USP.

2) Interesujące zjawisko występuje przy wartości $r=.3$. Maksymalna wartość parametru $C_{n,r}^p$ wypada przy wysokiej wartości współczynnika akumulacji $p=.4$. Tu dopiero stają się widoczne korzyści wynikające z intensywnej akumulacji i inwestowania.

Tabela 4

Wartości $C_{n,r}^p$; $n=10$

$r \backslash p$	.1	.2	.3	.4	.5	.6
.1	9.510	8.935	8.265	7.492	6.602	5.589
.2	10.052	9.989	9.780	9.387	8.766	7.862
.3	10.627	11.177	11.592	11.793	11.675	11.102
.4	11.238	12.516	13.758	14.840	15.575	15.695
.5	11.886	14.025	16.344	18.690	20.783	22.162
.7	12.574	15.723	19.428	23.542	27.703	31.199

3) Przy wysokich wartościach parametru r możliwe staje się osiągnięcie maksymalnego wzrostu poziomu życia ludności przy maksymalnych wartościach współczynnika akumulacji. Utrzymanie jednak takiego tempa akumulacji jest niemożliwe bez kredytu zagranicznego w początkowych latach wzrostu.

4) W okresie 10 lat następuje znaczny wzrost parametru k_n . Przy $n=10$, $r=.3$, $p=.4$ wartość parametru k_n wyniesie

$$k_{10}=1.12^{10}=3.106.$$

Jak z tego wynika, kolejny cykl gospodarczy miałby przeszło trzykrotnie wyższy punkt startowy w porównaniu z poprzednim.

VI. STAŁY PARAMETR r , ZMIENNY PARAMETR p_i ZJAWISKO OSCYLACJI W ROZWOJU GOSPODARCZYM

Do tej pory rozpatrywaliśmy przypadki, w których parametry r i p były stałe. Obecnie zbadajmy, jak zmieniałaby się sytuacja, gdyby r było stałe, zaś p zmienne. Sytuację tę przedstawimy na przykładzie. Zauważmy przede wszystkim, że przy zmiennej wartości parametru p wzór (6) ulegnie modyfikacji.

$$\begin{aligned}
 C_{n,r}^{p_i} &= \sum_{i=1}^n (1-p_i) \prod_{k=1}^i (1+rp_k) = \\
 &= \sum_{i=1}^n (1-p_i) H_{i-1}(1+rp_i),
 \end{aligned} \tag{8}$$

przy czym

$$H_{i-1} = \sum_{k=1}^{i-1} (1 + rp_k); \quad H_0 = 1.$$

Posługiwanie się tym wzorem zilustrujemy na przykładzie (tab. 5).

Średnia wartość parametru p wynosi $\frac{1}{5}\Sigma p_i = .2$. Przy stałej wartości parametru $p = .2$ oraz $n = .5$ i $r = .3$ w tabeli 3 mieliśmy $C_{n,r}^p = 4.780$.

Okazuje się więc, że akumulowanie w cyklu pięcioletnim, przy wartości parametru $r = .3$ i parametru $p = .2$, prowadziło do obniżenia poziomu życia ludności, obecnie natomiast, przy zmiennym parametrze p_i , zasada USP nie jest naruszona. Zbadajmy jak to zjawisko wyglądałoby w 10-letnim cyklu akumulacyjnym (tab. 6).

Tabela 5

Obliczanie $C_{n,r}^{p_i}$ przy danym wektorze $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$; $n = 5$; $r = .3$

i	p_i	$1 - p_i$	H_{i-1}	$H_{i-1}(1 + rp_i)$	$(1 - p_i)H_{i-1}(1 + rp_i)$
1	.3	.7	1	1.090	.763
2	.2	.7	1.09	1.188	.892
3	.2	.8	1.188	1.259	1.007
4	.2	.8	1.257	1.335	1.058
5	.0	1.0	1.335	1.335	1.335
					<u>5.005</u>

Tabela 6

Obliczanie $C_{n,r}^{p_i}$ przy danym wektorze $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$

i	p_i	$1 - p_i$	H_{i-1}	$H_{i-1}(1 + rp_i)$	$(1 - p_i)H_{i-1}(1 + rp_i)$
1	.6	.4	1	1.18	.472
2	.6	.4	1.18	1.392	.557
3	.5	.5	1.312	1.601	.800
4	.5	.5	1.601	1.841	.921
5	.4	.6	1.841	2.062	1.237
6	.4	.6	2.062	2.309	1.386
7	.3	.7	2.309	2.517	1.762
8	.3	.7	2.517	2.744	1.920
9	.2	.8	2.744	2.909	2.327
10	.2	.8	2.909	3.084	2.447
					<u>13.821</u>

Średnia wartość parametru $p = \frac{1}{10}\Sigma p_i = .4$. W tabeli 4 dla $n = 10$, $r = .3$ i $p = .4$ mieliśmy $C_{n,r}^p = 11.793$. Obecnie wartość ta wynosi 13.821, a więc jest znacznie większa. Nasuwa się tu pytanie, jak wyznaczyć wektor $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, który maksymalizowałby $C_{n,r}^p$.

Otóż, chociaż w literaturze pytaniu temu poświęca się wiele miejsca⁸, nie ma

⁸ Por. J. Tinbergen, H. C. Bos, *Mathematical Models of Economic*, New York 1967.

ono, wbrew pozorom, tak wielkiego znaczenia. Przyjmując skokowo i monofonicznie malejące wartości parametru p_i , zadanie daje się numerycznie rozwiązać. Sedno sprawy polega jednak na tym, że wysokie wartości parametru p_i dla małych wartości i zmusiłyby społeczeństwo do wielkich wyrzeczeń. Oznacza to, że stosowanie zmiennego współczynnika akumulacji jest praktycznie możliwe i sensowne tylko przy możliwości korzystania z zagranicznych kredytów lub gdy osiągnięty już poziom dochodu narodowego jest tak wysoki, że nawet mała jego część przeznaczona na konsumpcję gwarantuje wysoki poziom zamożności społeczeństwa.

Oprocentowanie kredytów zmniejsza jednak wartość parametru r w następnym cyklu akumulacyjnym. Oznacza to, że opłacalność kredytu wymaga wykonania innych, bardziej złożonych obliczeń, uwzględniających oprocentowanie, okres i warunki spłaty kredytu oraz przewidywaną stopę inflacji. Uwzględnienie wszystkich tych czynników pozwala wykonać obliczenia jedynie w sposób szacunkowy, a to oznacza, że problem optymalnego wyznaczenia wektora P traci na ostrości. Chodzi po prostu o to, że przy drogim kredycie nie warto stosować optymalnego wektora P . Ustalenie P będzie zależało od wysokości zaciągniętego kredytu. Najważniejszą sprawą przy stosowaniu uzmiennionej wartości parametru p jest to, że w każdym cyklu (pięcio- czy dziesięcioletnim) na początku należy stosować duże, a w końcu cyklu małe wartości parametru p . Powoduje to wystąpienie oscylacji pewnych wielkości ekonomicznych, towarzyszących procesowi wzrostu gospodarczego. Chodzi tu głównie o płace i konsumpcję, które wykazywać powinny wzrost w końcowej fazie cyklu, a zahamowanie w początkowej. Towarzyszy temu szybki wzrost akumulacji w początkowym okresie cyklu i zahamowanie w fazie końcowej

VII. ZMIENNY PARAMETR r_i i ZMIENNY PARAMETR p_i

Prowadzona stale intensywna działalność inwestycyjna może powodować wyczerpywanie się naturalnych zasobów gospodarczych (bogactw naturalnych, ziemi, zasobów wody, możliwości energetycznych, zasobów siły roboczej, atrakcyjnych rynków zbytu itp.). Znajduje to swój wyraz w szybkiej lub wolniejszej tendencji spadkowej parametru r . W takiej sytuacji ulegnie zmianie, rzecz oczywista, wzór służący do obliczania C_{n,r_i}^p . Przybierze on obecnie postać następującą:

$$C_{n,r_i}^{p_i} = \sum_{i=1}^n (1-p_i) \prod_{k=1}^i (1+r_k p_k). \quad (9)$$

Tak jak i poprzednio, zadanie sprowadza się do wyznaczenia wektora $P=(p_1, p_2, \dots, \dots, p_k)$, który maksymizowałby

$$C_{n,r_i}^{p_i}$$

przy uwzględnieniu warunków

$$0 < p_i < 1, \quad C_{n,r_i}^{p_i} \geq n.$$

Posługiwanie się tym wzorem pokażemy na przykładzie (tab. 7).

Poszczególne kolumny tabeli przedstawiają różne rozwiązania problemu, uzyskane drogą heurystyczną. Rozwiązanie to można określić mianem potencjalnych

Tabela 7

Heurystyczne przykłady strategii akumulowania
(sześć hipotetycznych wektorów) $n=5$

$r_1 \backslash \bar{p}$	.1	.14	.20	.20	.22	.3
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
.40	.1	.2	.3	.4	.4	.5
.38	.1	.2	.2	.2	.3	.4
.36	.1	.1	.2	.2	.2	.3
.32	.1	.1	.2	.1	.1	.2
.30	.1	.1	.1	.1	.1	.1
$\bar{r} = .35$						
$C_{n,r_i}^{p_i}$	5.020	5.144	5.149	5.268	5.278	5.050

strategii akumulowania (inwestowania). Kolumnie piątej odpowiada maksymalna wartość parametru $C_{n,r_i}^{p_i} = 5.278$. Oznacza to, że przy założeniu, iż jest to najlepsza znaleziona strategia, jej zastosowanie, przy średniej wartości parametru $\bar{r} = .35$, pozwoli zrealizować łączną konsumpcję w wysokości 5.278. Porównując ten wynik z tabeli 3 można przekonać się, że zastosowana obecnie strategia przy $\bar{r} = .35$ i $\bar{p} = .22$ dała lepszy wynik niż poprzednio otrzymany dla $r = .4$.

VIII. DOKŁADNE WYZNACZENIE OPTIMALNEJ STRATEGII AKUMULOWANIA

Przytoczone w punktach VI i VII strategie akumulowania (tab. 5, 6, 7) były rozwiązaniami heurystycznymi. Znalezienie rozwiązania dokładnego jest dosyć kłopotliwe rachunkowo, lecz łatwe z teoretycznego punktu widzenia. Zadanie, które należy rozwiązać, ma postać następującą:

Znaleźć taki wektor

$$P = (p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (10)$$

aby

$$C_{n,r_i}^{p_i} = \sum_{i=1}^n (1-p_i) \prod_{k=1}^i (1+r_k p_k) \rightarrow \max, \quad (11)$$

z uwzględnieniem warunków:

$$0 < p_i < b_i; \quad C_{n,r_i}^{p_i} \geq n, \quad (12)$$

gdzie $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ oraz $(r_1, r_2, \dots, r_n)$; są to dwa wektory o składowych b_i, r_i spełniające warunki

$$0 < b_i < 1; \quad 0 < r_i < 1.$$

Rozwiązanie zadania (10)–(12) otrzymać można np. za pomocą algorytmu Gaussa-Seidela. Oto opis algorytmu.

Oznaczmy literą $k=1, 2, \dots$ — numer iteracji,

1) Kładziemy $k=1$ i przyjmujemy, że

$$p_2^{(k-1)} := p_3^{(k-1)} := \dots p_n^{(k-1)} := 0.$$

2) Definiujemy

$$u_1^{(k)} = \frac{(-1 + r_1) + r_1 \sum_{m=2}^n (1 - f_m) \prod_{m=2}^n (1 + r_m f_m)}{2r_1},$$

gdzie

$$f_2 := p_2^{(k-1)}, f_3 := p_3^{(k-1)}, \dots, f_n := p_n^{(k-1)}$$

oraz

$$p_1^{(k)} = \begin{cases} u_1^{(k)} & \text{jeżeli } u_1^{(k)} < b_1 \wedge u_1^{(k)} > 0 \\ b_1 & \text{,, } u_1^{(k)} \geq b_1 \\ 0 & \text{,, } u_1^{(k)} \leq 0. \end{cases}$$

$i := 2, \dots, n-1$

$$u_i^{(k)} := \frac{(-1 + r_2) \prod_{l=1}^{i-1} (1 + r_l f_l) + r_i \sum_{m=i+1}^n \frac{1 - f_m^{(k)}}{1 + r_i f_i} \prod_{j=1}^m (1 + r_j f_j)}{2r_i \prod_{l=1}^{i-1} (1 + r_l f_l)},$$

gdzie

$$f_1 := p_1^{(k)}, \dots, f_{i-1} := p_{i-1}^{(k)}, f_{i+1} := p_{i+1}^{(k-1)}, \dots, f_n := p_n^{(k-1)}$$

oraz

$$p_i^{(k)} = \begin{cases} u_i^{(k)} & \text{jeżeli } u_i^{(k)} < b_i \wedge u_i^{(k)} > 0 \\ b_i & \text{,, } u_i^{(k)} \geq b_i \\ 0 & \text{,, } u_i^{(k)} \leq 0 \end{cases}$$

4) $u_n^{(k)} := 0$.

5) $k := k+1$.

Obliczamy

$$p_1^{(k+1)}, p_2^{(k+1)}, \dots, p_n^{(k+1)}.$$

7) Badamy, czy

$$\max_i |p_i^{(k)} - p_i^{(k+1)}| < \varepsilon.$$

Jeżeli tak, to skok do 8. Jeżeli nie, to skok do 5.

8) Druk:

$$p_1^{(k+1)}, p_2^{(k+1)}, \dots, p_n^{(k+1)} \text{ oraz } C_{n,r_i}^{p_i}.$$

9) Koniec.

Elementarnego programu obliczeń $C_{n,r_i}^{p_i}$ nie przytaczam.

Optymalną strategię akumulowania nazywać będziemy wektor $P^* = (p_1^*, \dots, p_n^*)$, który dla danego horyzontu planowania n i wektora efektywności gospodarowania

$R=(r_1, \dots, r_n)$ daje maksymalną konsumpcję $C_{n,r_i}^{p_i}$. Oto dwa przykłady (tab. 8 i 9) obliczeń wykonanych za pomocą opisanego wyżej algorytmu.

Tabela 8

$n=5$		
i	r_i	p_i
1	.40	1
2	.38	.68
3	.35	.07
4	.32	0
5	.30	0

Maksymalną wartość parametru $C_{5,r_i}^{p_i}$ oblicza się za pomocą wzoru:

$$\begin{aligned} \max C_{5,r_i}^{p_i} = & [(1-p_1^*)(1+r_1 p_1^*) + \\ & + (1-p_2^*)(1+r_1 p_1^*)(1+r_2 p_2^*) + \dots \\ & \dots (1-p_5^*)(1+r_1^* p_1)(1+r_2 p_2^*) \dots (1+r_5 p_5^*)]. \end{aligned}$$

W naszym przykładzie wartość ta wynosi

Otrzymaliśmy wyższą wartość niż poprzednio w tabeli 7. Zauważmy, że tę wartość otrzymaliśmy przy średniej wartości $\bar{p}$ wynoszącej

$$\bar{p} = \frac{1 + .68 + .07}{5} = .35 < .4.$$

Otrzymany wektor optymalnej strategii akumulowania narzuca bardzo wysokie tempo akumulowania: 1, .68 w pierwszych dwóch miesiącach. Oczywiście, tak znaczne akumulowanie nie jest w praktyce możliwe bez bardzo znacznych kredytów, niskoprocentowych i udzielonych na tak wygodnych warunkach spłaty, aby mogły być przyjęte. Do tej sprawy wrócimy później, natomiast obecnie przejdźmy do przykładu następnego.

Tabela 9

$n=10$		
i	r_i	p_i
1	.40	1
2	.38	1
3	.35	1
4	.32	1
5	.30	1
6	.30	.8398
7	.28	.2143
8	.25	0
9	.22	0
10	.20	0

$$C_{10, r_t}^{p_t} = 23.3828.$$

Jest to relatywnie bardzo wysoka wartość parametru C , jeżeli weźmiemy pod uwagę, że $\bar{r} = .3$. Przy stałej strategii akumulowania tak wysoką konsumpcję można było otrzymać przy parametrze $r = .5$ (patrz tab. 4). Praktyczną przydatność tej strategii zmniejsza fakt, że zakłada ona bardzo wysokie średnio tempo akumulacji. Rzeczywiście $\bar{p} = .6$. Bez kredytów zagranicznych taka strategia akumulowania nie miałaby szans realizacji.

IX. KREDYTY ZAGRANICZNE I ICH OPŁACALNOŚĆ

Mało krajów dysponuje rezerwami gospodarczymi, które wystarczyłyby na realizację optymalnej strategii akumulowania bez konieczności uciekania się do pożyczek zagranicznych. Jedynie kraje arabskie, Iran, RFN, Szwajcaria i Japonia posiadają takie rezerwy. Załóżmy jednak, gdyż to będzie bardziej zbliżone do rzeczywistości, że trzeba prowadzić politykę intensywnego rozwoju bez posiadania takich rezerw. Wtedy nie pozostaje nic innego jak tylko albo zaciągnąć pożyczkę zagraniczną, albo odstąpić od stosowania optymalnego wariantu inwestycyjnego. Rozpatrzmy to na dwóch przykładach.

Zacznijmy od przypadku, gdy $n = 5$. Przypuśćmy, że chcemy realizować optymalną strategię akumulowania (1, .68, 0, 0, 0), a jednocześnie, aby nie obniżyć zbytnio rocznej konsumpcji, zaciągać kredyt zagraniczny, który pozwoliłby realizować tę strategię z uwzględnieniem nierówności

$$p_i \leq .4.$$

Nierówność tego typu, w której stała liczbowa jest mniejsza od 1, nazywać będziemy *nierównością relaksacji* lub *zasadą relaksacji*.

Przypuśćmy, że udało się nam otrzymać wygodny, niskoprocentowy kredyt zagraniczny według następujących uzgodnień:

$$\begin{array}{ll} .60 \text{ jednostki kredytu na } 5 \text{ lat,} \\ .28 \quad \quad \quad \text{,,} \quad \quad \quad \text{na } 4 \text{ lata;} \end{array}$$

oprocentowanie wynosi 6 % rocznie.

Jak się łatwo przekonać, gdy horyzont planowania jest krótki i wynosi $n=5$, nawet tak dogodny kredyt nie stwarza możliwości realizacji strategii rozwoju z zachowaniem postulatów USP.

Mamy bowiem

$$\begin{array}{r} .6 \times 1.06^5 = .8029 \\ .28 \times 1.06^4 = .3545 \\ \hline 1.1564 \end{array}$$

Stąd część dochodu, jaka po spłacie kredytu może być przeznaczona na konsumpcję, wyniesie:

$$5.84 - 1.16 = 4.68 < 5.$$

A tak oto przedstawiałyby się sytuacja, dla $n=10$ oraz $P=(1, 1, 1, 1, 1, .8398, .2143, 0, 0, 0)$. Oto uzgodnienia kredytowe, które umożliwiają realizację zasady relaksacji ze stałą .4:

.60 jednostki kredytu na 10 lat				
.60	„	„	„	9 lat
.60	„	„	„	8 lat
.60	„	„	„	7 lat
.60	„	„	„	6 lat
.4398	„	„	„	5 lat ;

oprocentowanie wynosi 6% rocznie.

Zadłużenie, które powstanie po upływie 10 lat wyniesie:

$$\begin{aligned}
 .60 \times 1.06^{10} &= 1.0745 \\
 .60 \times 1.06^9 &= 1.0137 \\
 .60 \times 1.06^8 &= .9563 \\
 .60 \times 1.06^7 &= .9022 \\
 .60 \times 1.06^6 &= .8511 \\
 .4398 \times 1.06^5 &= .5886 \\
 &\quad \underline{5.3864}
 \end{aligned}$$

Stąd część dochodu, jaka po spłacie kredytu może być przeznaczona na konsumpcję, wyniesie:

$$23.3828 - 5.3864 = 17.9964 > 10.$$

X. OPTYMALNA, ZRELAKSOWANA STRATEGIA AKUMULOWANIA

Poszukiwanie optymalnego wektora P rzadko może przynieść korzyści praktyczne. Oto trzy najważniejsze powody tego stanu rzeczy:

- W praktyce nie zdarza się nigdy, aby środki materialne zakumulowane i zainwestowane przynosiły korzyści natychmiast, tak jak to się dzieje w analizowanym modelu teoretycznym. Nigdy nie mamy do czynienia z systemem o odpowiedzi natychmiastowej. Zawsze występuje pewne opóźnienie między ponoszeniem nakładów inwestycyjnych a uzyskiwaniem określonych korzyści produkcyjnych.

- W praktyce nie mamy do czynienia z jednym makroskopowym systemem gospodarczym, lecz z licznym i różnorodnym zbiorem mikrosystemów. Oznacza to, że dla każdego z tych mikrosystemów należałoby wyznaczyć odrębny wektor optymalnej strategii.

- Wyznaczenie optymalnej strategii nie jest możliwe bez znajomości wektorów

efektywności gospodarowania, a to z kolei wymaga prognozowania tych wielkości na 10 jednostek czasu naprzód, co jest na pewno sprawą trudną.

Właśnie z tych i tym podobnych powodów nie ma potrzeby konstruowania skomplikowanych, zawiłych modeli wzrostu gospodarczego. Warto natomiast przyjąć następujące upraszczające założenia:

— Procesy akumulowania, inwestowania, produkcji i umorzenia majątku produkcyjnego, realizowane w wielu różnych obiektach gospodarczych, przebiegają w sposób „uśredniony” dla całego zbioru obiektów, tak że można zignorować zjawisko opóźnienia odpowiedzi systemu na impuls inwestycyjny.

— Akumulacja, a następnie i inwestycje podnoszą wartość parametru r , natomiast moralne i fizyczne zużycie majątku produkcyjnego obniżają jego wartość. Są to procesy powolne, można więc przyjąć, że jeżeli $n \leq 10$, to parametr r jest praktycznie stały lub wykazuje wolny monotoniczny spadek. Założenie to ma nie tylko walor merytoryczny, ale i pragmatyczny: uwalnia nas ono od konieczności precyzyjnego prognozowania zmian parametru r , co jest zadaniem trudnym, jeżeli nie wręcz niemożliwym.

Założenia te pozwalają znaleźć optymalne strategie akumulowania dla różnych stałych, z góry zadanych wartości parametru r . I tak na przykład gdy $r = .4$, $n = 5$ oraz gdy $p_i \leq 4$, to

$$P = (.4, .4, .25, 0, 0);$$

$$\max C_{5, p_i}^4 = 5.5738.$$

A oto jak przedstawia się rozwiązanie, gdy $r = .4$, $n = 10$, $p_i \leq 4$:

$$P = (.4, .4, .4, .4, .4, .4, .4, .4, .25, 0, 0);$$

$$\max C_{10, p_i}^4 = 16.4934.$$

Tu jest właściwe miejsce na definicję 2.

DEFINICJA 2

Wektor $P = (p_1, \dots, p_n)$ taki, że

$$\sum_{i=1}^n (1 - p_i) \prod_{k=1}^i (1 + r_k p_k) \geq n$$

nazywać będziemy *dopuszczalną strategią akumulowania*. Jeżeli ponadto

$$\sum_{i=1}^n (1 - p_i) \prod_{k=1}^i (1 + r_k p_k) \rightarrow \max,$$

to strategię będziemy nazywać *optymalną*. Jeżeli wektor P ma dodatkowo jeszcze tę własność, że $0 < p_i < b_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, będziemy go określać mianem *optymalnej zrelaksowanej strategii akumulowania*.

Liczbę b , spełniającą warunek

$$\max_i p_i \leq b < 1$$

nazywać będziemy *stałą relaksacji*.

Przykłady strategii

$$P = (.4, .4, .25, 0, 0)$$

oraz

$$P = (.4, .4, .4, .4, .4, .4, .4, .25, 0, 0)$$

stanowią ilustrację optymalnych, zrelaksowanych strategii akumulowania. W obu przykładach stała relaksacji wynosi .4. Optymalna, zrelaksowana strategia akumulowania jest wektorem, którego składowe na ogół są równe b lub zero. Oznacza to, że wektor ten może być dobrze aproksymowany wektorem bulowskim utworzonym z zer i jedynek. Oznaczmy ten wektor symbolem P^B . Wektor ten tworzymy następująco

$$p_i^B = \begin{cases} 0 & \text{gdy } \frac{p_i}{b} < .5 \\ 1 & \text{gdy } \frac{p_i}{b} \geq .5 \end{cases}$$

Oto przykłady optymalnych bulowskich strategii akumulowania:

$$P^B = (.4, .4, .4, 0, 0),$$

$$C_{5, p_i}^4 = 5.5616;$$

(przy stałym tempie akumulowania mieliśmy $C_{5, .4}^4 = 4.786$ (patrz tab. 3))

oraz

$$P^B = (.4, .4, .4, .4, .4, .4, .4, 0, 0)$$

$$C_{5, p_i}^B = 16.4679$$

(przy stałym tempie akumulowania wielkość ta wynosiła $C_{10, .4}^4 = 14.840$ (patrz tab. 4)).

Zastosowanie wektora bulowskiego daje następujące cztery korzyści:

- ułatwia znalezienie rozwiązania optymalnego;
- ułatwia stosowanie w praktyce optymalnej strategii akumulowania ze względu na jej prostą bulowską strukturę;
- daje wynik istotnie lepszy niż gdyby utrzymać stałe tempo akumulowania;
- umożliwia realizację rozwoju gospodarczego z jednoczesnym szybkim podnoszeniem stopy życiowej ludności.

Nie ulega wątpliwości, że sterowanie gospodarką w sposób cykliczny jest zadaniem trudnym. Wahania cykliczne, potrzebne do maksymalizacji tempa wzrostu gospodarczego, nie pozostają bez wpływu na całość organizmu społeczno-gospodarczego, który ze względu na swą znaczną inercję ma naturalną tendencję do funkcjonowania w sposób jednostajny. Planowe wprowadzanie cykli akumulacyjnych, inwestycyjnych i konsumpcyjnych wymagać musi uruchomienia znacznych sił hamowania i przyspieszania, co jest możliwe tylko wtedy, gdy kadra specjalistów technicznych i ekonomicznych jest przygotowana do elastycznego kierowania gospodarką, a społeczeństwo jest już dostatecznie dojrzałe, aby akceptować drgania i oscylacje systemu gospodarczego.

THE OSCILLATION PHENOMENON IN ACCELERATED ECONOMIC GROWTH

Summary

Since a long time it has been a very puzzling question for economists: how should national income be divided for consumption and accumulation to avoid economic stagnation on the one hand and introduction of too top gear into economic system on the other. Many economic models have been constructed, which should enable answering this question with the aid of various methods or more advanced mathematic tools. It is a common feature of these models that production, savings, investment processes have been considered as some sequential time functions and given in the form of statistical time series. At the same time such function has been sought (known as a strategy of national income division) for which adequate values of an integrated income would be the highest. All the attempts have been of only descriptive significance, since no practical utilization of them has been noted down in literature.

In the paper the author is trying once more to answer the old question: how to divide the national income. The considerations concern optimal partition of national income for parts destined for accumulation and consumption with the aid of a mathematical model, in which a Boolean vector is used for optimization.

The suggested model has such advantage that its parameters estimation is possible on generally available information of the Central Statistical Office and it does not call for complicated mathematical calculations. It benefits by simplification of finding the optimal solution and using optimal strategy of accumulation in practice results in a significantly better issue than when stable accumulation rate is maintained. It enables at the same time — what's the most important thing — fulfilment of a strategy of accelerated economic growth with simultaneous quick raise of the population's standard of living. As a result the model enables controlling the economy in a cyclical way. It assumes introduction of accumulation, investment and consumption cycles. Its realization calls for adequate preparation to elastic controlling the economy from technical and economic specialists. From the society a great maturity is required for the acceptance of oscillations and fluctuations.