ALAIN SCHÄRLIG *

# OPTYMALNA LOKALIZACJA PRZEDSIĘBIORSTWA

## (Zastosowania badań operacyjnych)

1. W p r o w a d z e n i e. W codziennej rzeczywistości liczne są problemy inwestycji zawierające kwestię lokalizacji. To właśnie świadczy o ważności niniejszego tematu.

Problem lokalizacji nie wszędzie występuje w tych samych terminach. Jeśli wartość dodana produkcji przedsiębiorstwa jest rzędu wielkości bliskiej kosztom transportu, to one dominują w rozumowaniu. Tak będzie na przykład w przypadku fabryki napojów bezalkoholowych. Jeśli na odwrót, wartość dodana jest rzędu wielkości przewyższającej znacznie koszty transportu, wówczas inne kryteria dominują w rozumowaniu, często mało wymierne, takie jak dostatek na miejscu kwalifikowanej siły roboczej; tak będzie na przykład w przypadku fabryki mechaniki precyzyjnej lub warsztatu obróbki diamentów.

Pierwszy przypadek nawiązuje do problemu rozmieszczenia, który obecnie jest bardzo kłopotliwy dla wielu gałęzi gospodarki. Zaostrzona konkurencja zmusza handel do redukcji wszystkich kosztów, wśród których jak się stwierdza, koszty dystrybucji mają znaczenie decydujące. Jednym ze sposobów zmniejszenia kosztów dystrybucji jest optymalna lokalizacja fabryki (lub magazynu), która ma zaopatrywać dany region.

W tej sprawie przymiotnik optymalny powinien być oczywiście używany w sensie relatywnym. Optymalizacja absolutna lokalizacji jest w rzeczy samej osiągalna tylko za cenę bardzo trudnych obliczeń wymagających wielu danych i znajomości spraw na ogół nieosiągalnych.

Niezbędne przybliżenie do najlepszego rozwiązania polegać będzie na stopniowaniu rozporządzalnych metod od najprostszych do bardziej skom-

* Alain Schärlig jest z wykształcenia matematykiem. Doktoryzował się na podstawie rozprawy ekonomicznej opublikowanej pod tytułem: *Localisatiori optimale et théorie des graphes,* Cahiers Vilfredo Pareto no 19 Genève 1969, Librairie Droz. A. Schärlig jest uczniem znakomitego C. Poosarda profesora w Dijon. Aktualnie prowadzi wykłady z zakresu badań operacyjnych przy Wydziale Nauk Ekonomicznych i Społecznych Uniwersytetu w Genewie (S.B.)

plikowanych. W pierwszej serii postępowań zadowolimy się minimalizacją kosztów transportu, w taki czy inny sposób. W drugiej serii uwzględnimy elementy dodatkowe, wśród których główne są różne wysokości kosztów produkcji, czyli ceny nakładów i wyników przywiązane do każdej lokalizacji.

Inną kwestią, która determinuje wybór technik postępowania, jest liczba fabryk lub magazynów, które należy zlokalizować. Gdy postępowanie ma dotyczyć wielu lokalizacji, to wtedy obliczenia stają się szybko bardziej skomplikowane. W rezultacie powoduje to, że uwzględniamy na ogół mało elementów. Na odwrót, jeśli chodzi o lokalizację tylko jednej jedynej działalności gospodarczej, można zagłębić się w rozmaitość elementów i zbliżyć się trochę bardziej do optymalizacji absolutnej. Z braku miejsca niniejsze opracowanie ograniczamy do tego drugiego przypadku i stąd tytuł: optymalna lokalizacja przedsiębiorstwa.

Taki dychotomiczny podział jest tym bardziej uzasadniony, że metody stosowane w każdym z tych dwóch przypadków są bardzo różne. Jeśli bierzemy pod uwagę wiele lokalizacji, to zbliżamy się do problemów przyjmowania różnych założeń; w takiej sytuacji Anglosasi często mówią o „problemach lokalizacji i alokacji",

2. Problem, którym się zajmujemy możemy najogólniej zdefiniować jako wybór lokalizacji dla aktywności zapewniając jej miejsce ruchu. Może tu chodzić zarówno o fabrykę, magazyn, centralną ciepłownię, centralę telefoniczną, ośrodek ambulatoryjny, jak i o szkołę, szpital lub też bibliotekę publiczną.

Wagi ruchu mogą mieć charakter fizyczny lub inny, w tym drugim przypadku mogą to być wagi w sensie czysto matematycznym, a nawet przenośnym. Ruch ten — do którego przy zastosowaniu pewnych metod dochodzą inne elementy — przede wszystkim minimalizujemy z punktu widzenia przybliżenia do optimum.

Najczęściej minimalizuje się ruch całkowity reprezentowany przez sumę iloczynów: „wagiXodległość" w odniesieniu do każdego rodzaju rozpatrywanego ruchu. Ewentualnie iloczyn ten powiększa się czynnikiem reprezentującym taryfę transportową, jeśli ona zmienia się w zależności od linii. Rzadziej minimalizuje się nie ruch całkowity, lecz największy spośród uwzględnianych kierunków ruchu. Tak jest w przypadku lokalizacji posterunku policji lub straży pożarnej, gdzie stajemy także przed problemem minimum.

Dla rozwiązania problemu lokalizacji przyjęto dwie kategorie metod. Pierwsze z nich mają charakter ciągły i sumaryczny, pozwalają tylko minimalizować ruch, mimo to są one użyteczne. Metody należące do drugiej kategorii mają charakter skokowy; są one bardziej udoskonalone aniżeli pierwsze, ale również trudniejsze w zastosowaniu.

3. Metody ciągłe. Hipoteza ciągłości. Ciągłość występuje w postaci hipotezy upraszczającej powierzchnię transportu, którą to hipotezę można streścić w dwóch punktach. Z jednej strony hipoteza ta zakłada, że lokalizacja jest możliwa tylko na rozpatrywanym terytorium, co pozwala nam sobie wyobrazić, że punkt lokalizacji przesuwa się ku optimum jak pion na powierzchni stojącej. Z drugiej strony zakłada się, że możliwa jest łączność między poszukiwaną lokalizacją a lokalizacjami danymi (początki lub zakończenia ruchu) w linii prostej, tak jak gdyby pion był połączony z gwoździami reprezentującymi te miejsca.

Na pierwszy rzut oka hipoteza ta wygląda na całkowicie nierealną. Tymczasem dla naszego użytku odkrywamy w niej ważne pozytywne właściwości. Pozwala ona na szybką odpowiedź, ponieważ wynikające z niej obliczenia są łatwe pod warunkiem wyrażonym wyżej, to jest że chcemy minimalizować jedynie ruch, czyli najczęściej koszty transportu. W końcu hipoteza ta daje na ogół dobrą aproksymację, jeśli teren nie jest zbytnio poprzecinany przeszkodami topograficznymi.

a) Problem w ujęciu Webera. Najbardziej rozpowszechniona metoda, która nawiązuje do hipotezy ciągłości sprowadza się do traktowania kwestii w ujęciu Webera. Początkowo problem polegał na poszukiwaniu lokalizacji fabryki między dwoma źródłami zaopatrzenia dla nakładów a miejscem zbytu produktów. Problem ten może być łatwo rozciągnięty na jakąkolwiek liczbę danych punktów, które nie muszą 6yć oznaczane jako źródła zaopatrzenia dla nakładów i miejsca zbytu dla produktów, ponieważ kierunek ruchu nie wchodzi w rachubę przy obliczeniach. W tej postaci problem Webera, w aspekcie matematycznym polega na uwzględnieniu n punktów:

$$P_i(x_i, y_i) \qquad i=1, \dots, n$$

na zaopatrzeniu każdego w wagę:

$$w_i \qquad i=1, \dots, n$$

i na znalezieniu punktu:

$$P(x, y)$$

takiego, że suma odległości dzielących go od punktu $P_i$, będzie miała wartość minimum; odległości te będą oczywiście pomnożone przez wagi $w_i$. W tym samym aspekcie matematycznym można także zastąpić wagi $w_i$ współczynnikami $a_i$, reprezentującymi iloczyny wag $w_i$ przez taryfy transportowe $r_i$ dla odpowiednich towarów. Z pomocą formuły Pitagorasa należy zminimalizować sumę:

$$F=\sum_{i=1}^{n} a_i \sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}\,. \tag{1}$$

Wiele metod służy do rozwiązania problemu Webera. Metodę mechaniczną zaproponował W. Miehle[1]. Powrót do obliczenia analogowego został opisany przez E. L. Brinka i J. S. De Cani[2] oraz przez S. Eilon i D. P. Deziel[3]. Można wreszcie zastosować metodę graficzną. Wszystkie zaś metody zostały opisane przez A. Schärliga[4]. Są to oczywiście metody analityczne, które budzą największe zainteresowanie. Jedna z nich opracowana przez R. C. Vergin i J. D. Rogers[5] została również opisana przez A. Schärliga. Z braku miejsca ograniczymy się do przedstawienia najbardziej znanej, opisanej również przez nas, polegającej na kolejnych przybliżeniach, która została niezależnie przedstawiona przez W. Miehle, H. W. Kuehn i R. E. Kuenne[6] oraz L. Coopera[7].

b) Rozwiązanie przez kolejne przybliżenia. W zasadzie, aby znaleźć wartość $x$ i $y$, które minimalizują sumę (1) należy przyrównać do zera ich różniczki.

$$\frac{\partial F}{\partial x}=0 \qquad \sum_{i=1}^{n} a_i \frac{(x-x_i)}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=0 \qquad \sum_{i=1}^{n} a_i \frac{(y-y_i)}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}=0$$

Jednakże ten system równań nie może być rozwiązany analitycznie. Dlatego autorzy proponują go rozwiązać w sposób następujący:

$$x=\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{x_i}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}} \tag{3}$$

$$y=\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{y_i}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}}$$

[1] W. Miehle, *Link-length Minimization in Networks,* Opns Res. 1958, t. 6, s. 232 - 243,

[2] E. L. Brink, J. S. De Cani, *An Analogue Solution to the General Transportation Problem with Specific Applications to Marketing Location.* Proceedings of the First International Conference on O. R., Oxford 1957.

[3] S. Eilon, D. P. Deziel, *Siting a Distribution Center, an Analogue Computer Application,* Man. Sci. 1966, luty, t. 12, nr 6, s. B 245 - 254.

[4] A. Schärlig, *Où placer l'usine? La localisation optimale d'une activité industrielle,* (w druku) Paris.

[5] R. C. Vergin, J. D. Rogers, *An Algorithm and Computational Procedure for Locating Economic Facilities,* Man. Sci, 1967, luty, t. 13, nr 6, s. B 240 - B 254.

[6] H. W. Kuehn, R. E. Kuenne, *An Efficient Algorithm for the Numerical Solution of the Generalized Weber Problem in Spatial Economics,* Journal of Regional Science 1962, t. 4, nr 2, s. 21 - 33.

[7] L. Cooper, *Location-Allocation Problems,* Opns Res. 1963, t.11, nr 3, s. 331 -343.

Wyrażenie to, rzadko spotykane, w którym zmienna znajduje się równocześnie po lewej i prawej stronie znaku równości pozwala stopniowo przybliżyć się do rozwiązania. Wychodzi się od pierwszego przybliżenia lokalizacji optymalnej, jej współrzędnym $x$ i $y$ przypisuje się wartość znajdującą się po prawej stronie i otrzymuje się po lewej stronie znaku równania nowe wartości *x i y,* które reprezentują współrzędne nowego przybliżenia, lepszego niż poprzednie. Wartości te podstawia się na nowo do wyrażenia po prawej stronie i tak dalej: za każdym razem wstawia się do wyrażenia po prawej stronie współrzędne dostarczone przez wyrażenie po lewej stronie podczas poprzedzającej iteracji. Postępowanie to kończymy, gdy różnica między ostatnim i przedostatnim przybliżeniem tak dla $x$ jak i dla $y$ jest mniejsza od tolerancji przyjętej z góry.

Pozostaje nam znalezienie pierwszego przybliżenia. Jego wybór jest ważny, ponieważ obliczenia ulegną tym większemu skróceniu im bliższe będzie to przybliżenie poszukiwanej lokalizacji optymalnej. Najprostsze postępowanie polega na przyjęciu dla tego przybliżenia środka ciężkości systemu:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{n} a_i} \qquad y = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} a_i} \qquad \textbf{(4)}$$

W niektórych przypadkach może okazać się korzystne — czego niestety nie można przewidzieć — podniesienie wag wyrażenia (4) do pewnej potęgi, którą ogranicza się na ogół do 5:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i^p \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{n} a_i^p} \qquad y = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i^p \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} a_i^p}$$

Dlatego program Fortrana przedstawiony przez A. Schärliga dla wszystkich operacji (pierwsze przybliżenia, potem kolejne przybliżenia) zaczyna się wyliczeniem pierwszych pięciu przybliżeń (z wartościami $p$ zmieniającymi się od 1 do 5) i polega następnie na wyborze najlepszego spośród nich, którym jest to, co daje u W. Miehle najsłabszą wartość $F$.

Program ten z sześćdziesięcioma instrukcjami wymaga szybko przetwarzającej maszyny, na minutę rzędu takiego jak IBM, dla dziesięciu punktów $P_i$. Podajemy tytułem przykładu, że dla dziewięciu miast szwajcarskich z liczbą mieszkańców większą niż 50 000, potraktowaną jako wagi (program OFIAMT, lipiec 1970) pierwszym najlepszym przybliżeniem było zawierające potęgę $p$=2. Po 12 iteracjach znaleziono najlepszą lokalizację optymalną odległą o około 10 kilometrów od tego przybliżenia, odpowiadającą miejscowości zwanej Marchstein, w Suhretal pomiędzy Sursee a Schöftland.

Możemy przytoczyć w tym rozdziale cztery inne sposoby potraktowania lokalizacji w przypadku hipotezy ciągłości. Ograniczymy się tylko do ich przypomnienia, odsyłając czytelnika do pracy A. Schärliga lub do referencji bibliograficznych do każdej z nich.

H. Steinmann i H. Meyer[8], zamiast punktów z problemu Webera rozpatrują drogi biegnące w linii prostej. Chodzi o zminimalizowanie całkowitego transportu między poszukiwaną lokalizacją a tymi drogami, mając na uwadze, że transport odbywa się po najkrótszych drogach, to znaczy wzdłuż prostopadłych spuszczonych z tych dróg na miejsce lokalizacji. Po różnych przekształceniach problem zostaje doprowadzony do programowania liniowego i może być rozwiązany metodą simplex.

Przyjmując takie same dane jak w problemie Webera, dążąc jednak do minimalizacji największego ruchu R. L. Francis[9] doprowadził badanie optymalnej lokalizacji do lokalizacji opartej na zasadzie minimum. Nie udało mu się jednak definitywnie rozwiązać problemu.

Z drugiej strony na uwagę zasługuje opracowanie U. Pfaffenbergera i R. Wiegerta[10], którzy interesują się lokalizacją ośrodka handlowego. Stale w warunkach hipotezy ciągłości, uwzględniając punkty dane z ich wagami, autorzy wprowadzają funkcję odległości. Funkcja ta wskazuje, przez jaką liczbę z przedziału od 0 do 1 rzeczywiste wagi powinny być pomnożone, gdy ośrodek handlowy znajduje się w odległości *r*, aby otrzymać wagi wynikające z aglomeracji — służące usytuowaniu ośrodka handlowego. Niestety nie została zaproponowana jakakolwiek metoda analityczna. Autorzy ograniczają się do udzielenia rady postępowania po omacku wskazując jedynie, jak powinien być postawiony problem.

W końcu, aby wyczerpać zagadnienie, wymienimy jeszcze jedno postępowanie decyzyjne i analityczne problemu Webera, zaproponowane przez R. F. Love[11]. Zaletą jego metody jest możliwość określenia — wprawdzie tylko w sposób przybliżony — stref zabronionych pod lokalizację. Niedogodnością, która przewyższa zalety, jest konieczność uciekania się do programowania nieliniowego.

4. Metody skokowe, a) Ogólna zasada. W przeciwieństwie do poprzednio omówionych metod, wynikających z założenia, że lokalizacja jest możliwa w nieskończonej liczbie punktów danej przestrzeni — metody skokowe dopuszczają tę lokalizację w tylko skończo-

[8] H. Steinmann i M. Meyer, *Über ein spezielles Standortproblem,* Ind Org. 1963, t. 32, nr 2, s. 59 - 62.

[9] R. L. Francis, *Some Aspects of a Minimax Location Problem,* Opns Res. 1967, t. 15, nr 6, ss. 1163 - 1169.

[10] U. Pfaffenberger, R. Wiegert, *Zur Bestiinmung des optimalen Standortes eines Einkaufszerítrums,* Unternehmensforschung 1965, t. 9, s. 121 - 131.

[11] R. F. Love, *The Location of Single Facilities in Three-Dimensional Space by Non-Linear Programtming,* Journal of Canadian OR Soc. 1967, t. 5, nr 3, s. 136 - 143.

nej liczbie punktów. Stosując skokowe metody bierze się pod uwagę *m* punktów preselekcjonowanych; w każdym z nich mogłaby być zlokalizowana działalność społeczna, która powinna być powiązana z danymi punktami. Ten sposób patrzenia na zagadnienie okazuje się szczególnie realistyczny, gdy chodzi o usytuowanie postoju taksówek, kabiny telefonicznej, kiosku, anteny radarowej, wszelkich urządzeń, których lokalizowanie wymaga hipotezy ciągłości.

Dwie główne korzyści płynące ze zastosowania tych metod polegają na tym, że z jednej strony pozwalają one, w przeciwieństwie do metod ciągłych, na eliminację stref oczywiście niemożliwych do przyjęcia lub niepożądanych, z drugiej strony pozostawiają one możliwość uwzględnienia pewnych właściwości każdego usytuowania, takich jak na przykład koszty produkcji. Wymagają one natomiast delikatnego rozstrzygnięcia celem znalezienia równowagi między dwiema przeciwstawnymi próbami: można wziąć pod uwagę mało punktów, co ułatwia obliczenia, ale wprowadza pewną arbitralność, bądź też można uwzględnić wiele punktów przez co odrzuca się arbitralność, ale naraża z góry na obliczenia niewykonalne.

Główna zasada tych metod polega na przeprowadzeniu symulacji w szerokim tego słowa znaczeniu, to znaczy, że bada się po kolei punkty wchodzące w rachubę. Dla każdego z nich wykonuje się serię obliczeń i określa się jako lokalizację optymalną punkt, dla którego funkcja ekonomiczna wynikająca z obliczeń, w zależności od przypadku, przyjmuje minimum albo maximum. Jeśli chodzi o odległość między punktami, jak to zobaczymy, może być ona wybrana z największą elastycznością.

Metoda Pitagorasa. Postępowanie to, które według naszej znajomości rzeczy nie było jeszcze przedmiotem żadnej publikacji (między innymi zostało zastosowane w pewnej wielkiej spółce naftowej) jest bardzo zbliżone do problemu Webera. Dla każdego spośród *m* punktów wchodzących w rachubę oblicza się odległość do *n* danych punktów, korzystając z formuły Pitagorasa (stąd więc nazwa przypisana metodzie). Oznacza to, że jeśli sama lokalizacja nie jest poszukiwana w płaszczyźnie transportu, to jednak właśnie transport jest podporządkowany tej hipotezie. Następnie oblicza się sumy iloczynów, „wagiXodległość" i wybiera lokalizację, odpowiadającą najniższej wartości tej sumy. Widać więc, że na tym poziomie interesujemy się tylko minimalizacją kosztów transportu.

Postępowanie to może być wzbogacone przez połączenie z różnymi czynnikami w drodze mnożenia: z taryfą transportową, jeśli stanowi ona zmienną między jednym a drugim punktem lub współczynnikiem (widzieliśmy, że używa się na przykład 1, 3), który w dużym przybliżeniu wyraża fakt, że rzeczywista odległość według drogi jest wyższa w porównaniu z odległością po linii lotu ptaka.

Metoda René Opper. Postępowanie zostało zaczerpnięte z książki P. Ventura i P. Gordon[12], która w różnych wypowiedziach na temat badania operacyjnego wprowadza na sceną jako autora: René Opper.

Tutaj uwzględnia się rzeczywistą odległość, przez którą przebiegają towary. Stąd dla każdego z m możliwych usytuowań ustala się odległość, przez którą mogłyby przebiegać towary do lub z każdego spośród *n* punktów. Odległość ta, drogą kołową lub żelazną, zależnie od rodzaju transportu, dla każdego towaru zostaje odczytana z publikowanych tablic. Następnie przekształca się te odległości na koszty transportu mnożąc je przez odpowiednie wagi transportowanych towarów i taryfy na każdy towar. Suma tych wszystkich kosztów stanowi całkowity koszt transportu, a usytuowanie, dla którego koszt ten jest minimalny, zachowujemy jako lokalizację optymalną.

Przyjęcie do obliczeń rzeczywistej odległości oznacza w badaniu pewną dozę geograficznego realizmu. Ponadto metoda ta jest również bardziej realistyczna aniżeli poprzednia w płaszczyźnie gospodarczej dzięki dwu układom, które przyczyniają się do rozszerzenia perspektywy kosztów transportu. Z jednej strony, skoro zamierzone usytuowanie znajduje się w tym samym miejscu, co źródło zaopatrzenia lub rynek zbytu, to odległości nie liczy się jako równej zeru (tak jak to się czyni automatycznie stosując metodę Pitagorasa), lecz przyjmuje się odległość umowną, która na przykład odpowiada minimalnej taryfie środkami transportu publicznego. Z drugiej strony, skoro surowce mogą pochodzić od różnych dostawców, znajdujących się w różnych miejscach, to dla każdego przewidzianego miejsca wyznacza się wszystkie możliwości i zachowuje się dostawcę, który spowoduje najmniejsze koszty transportu. I jeśli cena towaru różni się między jednym a drugim dostawcą, to różnicę cen u dostawców najdroższych dorzuca się w postaci fikcyjnego dodatku transportowego.

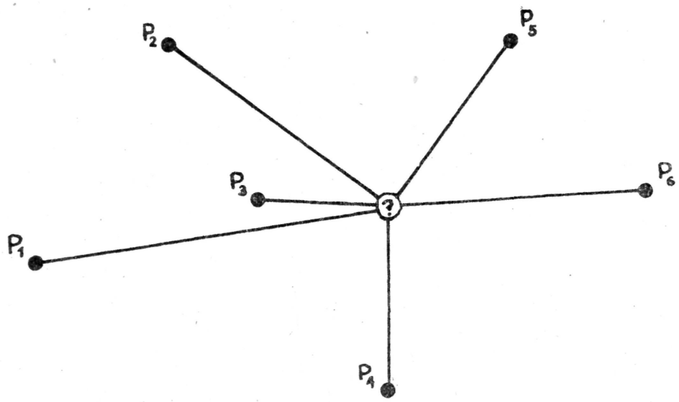
b) Metoda grafów i rachunku ekonomicznego. Metoda ta wywodzi się z teoretycznego modelu ekonomicznego, rozwiniętego przez autora niniejszego artykułu[13], na podstawie postępowania zaproponowanego przez C. Ponsarda[14]. Autor niniejszego artykułu przedstawił tę metodę w innym opracowaniu[15].

[12] E. Ventura, P. Gordon, *La drogue-miracle du Professeur Kashinawa, dix sketches sur la recherche opérationnelle,* Cercle du livre économique, Paris 1968, es. 220.

[13] A. Schärlig, *Localisation optimale et théorie des graphes,* Cahiers Pareto nr 19, Genève 1969, ss. 156. Porównaj recenzję tej pracy pióra B. Gruchmana w Ruchu Prawniczym, Ekonomicznym i Socjologicznym 1971, nr 4, s. 230 - 232.

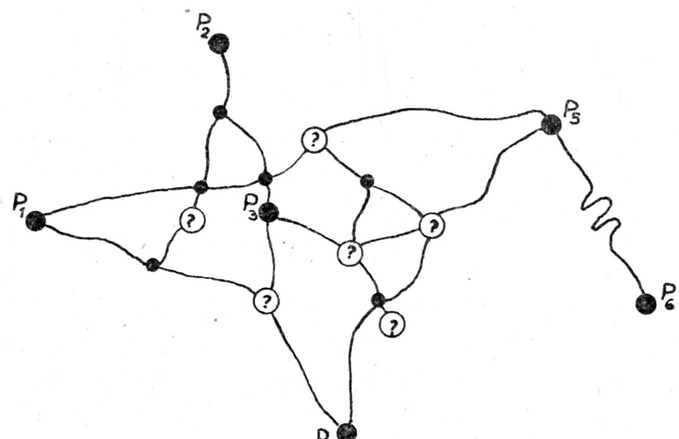
[14] C. Ponsard, *Une application de la théorie des graphes à l'analyse de l'espace économique: un modèle le localisation optimale de Vunité du production dans une structure de concurrence, w: Travaux sur l'espace économique,* Techniques économiques modernes, Paris 1966, nr 4, s. 1 - 21.

[15] A. Schärlig, *Où placer l'usine?* op. cit.




Rys. 1. Lokalizacja z sześcioma punktami źródeł zaopatrzenia lub rynków, według metody Webera

Metoda ta pozwala na jeszcze jedno bardziej systematyczne ujęcie ilościowe z punktu widzenia geografii aniżeli w postępowaniach poprzednich. W rzeczy samej dane zostają wprowadzone jako graf, to jest zbiorowość punktów połączonych łukami. Punkty oznaczają różne miejscowości na danym terytorium, łuki natomiast, z których każdy jest nosicielem pewnej wartości numerycznej, objaśniają odległość dzielącą miejscowości. Tutaj odległość może być rozumiana w najszerszym znaczeniu: może być ona wyrażona w kilometrach jak w poprzednich przypadkach, a także




Rys. 2. Lokalizacja z tymi samymi punktami źródeł zaopatrzenia lub rynków jak na rycinie 1; tym razem według metody grafów i rachunku ekonomicznego: punkty bez oznaczeń przedstawiają miejsca „jakiekolwiek", zaopatrzone znakiem zapytania są wstępnie przewidziane pod lokalizację.

topologicznie, to znaczy reprezentować mniejszą lub większą trudność transportu.

W zbiorowości punktów, które tworzą graf. rozróżniamy trzy zbiorowości: podzbiorowość punktów przewidzianych pod lokalizację, podzbiorowość punktów, które są źródłami jednego spośród niezbędnych nakładów oraz podzbiorowość punktów, które są rynkiem dla takiego lub innego produktu. Te trzy podzbiorowości mogą mieć punkty wspólne, z drugiej zaś strony pewne punkty grafu mogą nie należeć do żadnej z nich, czyli mogą być jakimikolwiek.

Aby proces mógł się rozwijać bez przeszkód, zakłada się, że istnieje lista nakładów oraz lista wyników, na których zapisy są kolejno numerowane od jedności aż do liczby koniecznej.

Także elementy ekonomiczne są tutaj brane w rachubę bardziej systematycznie. Jako dane uwzględnia się ceny jednostkowe każdego nakładu i. na każdym miejscu, z którego można go uzyskać; ceny jednostkowe każdego produktu na każdym rynku, na którym istnieje na niego popyt; jednostkowa cena transportu w przeliczeniu na jednostkę odległości dla każdego nakładu i każdego produktu; w końcu funkcja, która w każdym miejscu przewidzianego usytuowania wiąże koszt produktu z jego wytworzoną ilością.

Co do algorytmu, to można zaczynać, jeśli się rozporządza odpowiednim komputerem, od wyszukania wszystkich najkrótszych dróg pomiędzy każdą parą punktów w grafie. To wstępne obliczenie jest przede wszystkim wtedy użyteczne, jeśli podzbiorowości wymienione niżej reprezentują większość punktów grafu.

Następnie w odniesieniu do każdego miejsca przeprowadza się następujące operacje. Przedmiotem zainteresowania są przede wszystkim nakłady. Dla każdego z nich poszukuje się bądź to wśród rezultatów operacji podanych wyżej, bądź je teraz wyliczając, najkrótszą drogę, która dzieli każde ze źródeł z przewidzianym miejscem usytuowania; oblicza się koszt transportu na jednostkę nakładu, każdą z tych najkrótszych dróg; następnie dodając cenę jednostkową nakładu u jego źródła do kosztu transportu, określa się, jakie źródło zaopatrzenia jest najbardziej korzystne.

Następnie uwzględnia się wyniki. Dla każdego z nich, jak poprzednio, poszukuje się najkrótszej drogi między każdym rynkiem a przewidywanym miejscem usytuowania oraz oblicza się koszt transportu dla każdego wyrobu po każdej z tych najkrótszych dróg. W końcu rozdzielając ten koszt transportu według ceny jednostkowej płaconej na odpowiednim rynku poznajemy dochód „na miejscu", który przyniesie sprzedaż jednostki wyrobu na każdym z tych rynków.

Odtąd mogą powstać dwie możliwości. Po pierwsze może się okazać, że popyt na rynkach będzie wyższy aniżeli zdolność produkcyjna fabryki, którą zamierzamy założyć, co oznacza, że popyt możemy trakować jako nieograniczony (bardziej udoskonalona wersja tej metody, której tutaj nie przedstawiamy, pozwala w takim przypadku określić optymalną zdolność produkcyjną fabryki). Rynek, który dostarcza najwięcej dochodu w przeliczeniu na jednostkę produkcji jest więc jedynym, który uwzględniamy. Następnie oblicza się całkowity dochód z produkcji mnożąc przewidywaną zdolność produkcyjną fabryki przez dochód jednostkowy ustalony jak wyżej.

Druga możliwość polega na tym, że popyt jest ograniczony i znany na każdym rynku. Jeśli zadecydujemy, że zdolność fabryki będzie równa sumie popytów, to obliczamy całkowity dochód, który można zrealizować na każdym rynku, mnożąc popyt na rynku przez obliczony już dochód jednostkowy. Jeśli zaś zdolność produkcyjna fabryki ma być niższa aniżeli suma popytów,, to nasycamy jeden rynek po drugim w porządku malejącym dochodów jednostkowych. Następnie dochód całkowity jest obliczany w tych samych warunkach.

W końcu, znając ilości, jakie należy produkować, wzorzec fabrykacji, najkorzystniejsze ceny każdego nakładu i koszty produkcji, można ustalić całkowity koszt wytwarzania. Abstrahując od całkowitego dochodu, w najniższych kosztach będziemy mieli korzyści, które można osiągnąć z produkcji w badanym miejscu i z realizowanej sprzedaży. Powtarzając postępowanie dla każdego towaru kończymy rozpoznaniem całkowitych korzyści, które przedsiębiorstwo może zrealizować, jeżeli zostanie ono założone w miejscu, o które tutaj chodzi. A to jest oczywiście miejsce, z którym związana jest największa korzyść i które będziemy traktowali jako optymalną lokalizację.

5. Wnioski. Dopiero co zaprezentowane metody, mówiąc powściągliwie, są zaledwie ich szkieletami. Można te szkielety uzupełnić według zainteresowania szacunkiem takiego lub innego elementu. Przedstawiliśmy, czym one powinny być, co nie znaczy że one tym muszą być. Jest to właściwość, znamionująca metody ciągłe, którym niezwykle trudno dorzucić choćby najmniejszy element dodatkowy.

Z drugiej strony w wypowiedzi dotyczącej metod skokowych zauważymy słabe strony każdej z nich. Jednak należy podkreślić, że te słabe strony przyczyniają się z kolei do ulepszeń wnoszonych przez nie oraz że te słabe strony są znacznie przewyższane przez wspomniane ulepszenia. Oznacza to, że w zespole metod skokowych i w zakresie problematyki optymalnej lokalizacji otrzymuje się rozwiązanie bardziej realistyczne aniżeli przez stosowanie metod ciągłych.

Natomiast niepodważalne są korzyści, które mogą wnieść metody ciągłe, a szczególnie metoda Webera, przez jej kolejne przybliżenia i ogromną łatwość jej zastosowania. Dopuszczalne są tutaj dane mniej wypracowane (wystarczy na przykład odczytywać współrzędne na mapie, zamiast wyszukiwać możliwe powiązania między punktami), a obliczenia, jakie się na nich dokonuje, tak dla celów programowania jak i pod względem długości ich trwania, są znacznie zredukowane.

*Z języka francuskiego tłumaczył*
*Stanisław Borowski*

## OPTIMUM LOCATION OF AN ENTERPRISE
(Application of operational research)

### Summy

The problem in which the author is interested can be defined as choice of location for activities that would secure them place of movement.

Methods of two categories are used to solve the problem. Methods belonging under one of the categories are of continued and summary nature. Although they permit only of minimization of movement, they are useful. Weber problems in spatial economics where the author discusses in detail the solution of the problem by the method of successive approximations belong under that category.

Methods belonging under the other category are of discrete type. They are more improved and more difficult in application than the former ones. Besides the methods of Pitagoras and René Opper, the graph and economic calculus method developed at present by C. Ponsard and the author himself is particularly exposed.