

CLAUDE PONSARD*

CZAS, PRZESTRZEŃ I ICH STRUKTURY FORMALNE

Czy zdefiniowanie pojęć czasu i przestrzeni jest możliwe bez scharakteryzowania ich stosunków? Filozofia arystotelesowska naucza, że przestrzeń jest sumą miejsc zajmowanych przez ciała. Ta koncepcja jest więc związana z pojęciem procesu czasowego (ustawienie ciał). Jeżeli definicja przestrzeni zawiera czas, jakże rozdzielić oba pojęcia?

Długo po Arystotelesie, Leibniz wydaje się pierwszy eliminować czas z definicji przestrzeni, uważając tę ostatnią za „porządek współlistnienia”. Ściśle biorąc, cała koncepcja stosunków współlistnienia, spadkobierczyni myśli Leibniza, ogranicza czas do momentu, ale go nie pomija. Implikuje ona pojęcie jednoznaczności zdarzeń zachodzących w przestrzeni. Począwszy od tego, odstęp czasu dzielący dwa momenty pozwala ująć w pewną formę trwanie, a z nim ruch w przestrzeni. Ale wiadomo., że teoria ograniczonej względności wiąże pojęcie momentu z systemem referencji i — jak pisze Pierre Jacglé — „ruch jednego systemu referencji względem innego przeobraża chwilę pierwszego systemu w trwanie w innym systemie”¹. Matematycznie przestrzeń relatywistyczną otrzymuje się dodając czwarty wymiar do przestrzeni zwykłej. Czas staje się jednym z wymiarów przestrzeni.

Przedmiotem dalszych rozważań nie jest pogłębienie analizy sporów filozoficznych i koncepcji naukowych dotyczących czasu i przestrzeni, od Arystotelesa do Einsteina. Na to byłaby konieczna gruba księga. Ujmując skromniej, praca ta ogranicza się do badania struktur formalnych czasu i przestrzeni. Pod tym względem

* Profesor Claude Ponsard jest dyrektorem Institut de Mathématiques Economiques na Wydziale Nauk Ekonomicznych i Zarządzania Uniwersytetu w Dijon. Jest wybitnym specjalistą w dziedzinie zastosowań matematyki do badań przestrzennych w ekonomii. Zajmuje się możliwościami zastosowania teorii podzbiorów rozmytych do klasycznej teorii użyteczności oraz teorii konsumpcji. Ostatnie zainteresowania badawcze Profesora Ponsarda zmierzają do wykorzystania teorii grafów transferowych i teorii podzbiorów rozmytych do analizy przestrzennej w ekonomii. Wynikiem tych badań są między innymi: *Economie et espace, Essai d'intégration du facteur spatial dans l'analyse économique* (1955); *Histoire des théories économiques spatiales* (1958); *Un modèle topologique d'équilibre économique interrégional* (1969); *L'introduction à une théorie des espaces économiques imprécis* (1975); *On the Axiomatization of Fuzzy Subsets Theory* (1975); *Alé a et Flou* (1977); *Esquisse de simulation d'une économie régionale; L'apport de la théorie de systèmes flous* (1978); *Fuzzy Economie Spaces'* (1980); *L'équilibre spatial de consommateur dans un contexte imprécise* (1980).

¹ P. Jacglé, *Essai sur l'espace et le temps*, Paryż 1976.

dwa pytania zasługują na uwagę. Najpierw, czy czas i przestrzeń przedstawiają struktury formalne podobne czy różne? Będziemy usiłowali wykazać, że czas ma tylko jedną jedyną strukturę formalną, podczas gdy przestrzeń może posiadać mnogość różnych struktur formalnych. Ten wniosek prowadzi więc do odrzucenia idei podobieństwa między czasem jako rozkładem elementów w trwaniu a przestrzenią jako rozdzieleniem tych samych elementów w continuum, mimo że ten pogląd jest potocznie rozpowszechniony i ujmujący przez pewien rodzaj symetrii pojęć, które wywołuje. Następnie, jakie są własności porównywalne czasu i przestrzeni, które wynikają z ich struktur formalnych właściwych. Odpowiedź na pierwsze pytanie pozwala przewidzieć, że te własności będą musiały być starannie rozpoznane.

Całokształt tych rozważań będzie oparty głównie na naukach humanistycznych i społecznych, szczególnie na nauce ekonomii. Stan nowoczesnej wiedzy o czasie i przestrzeni jest bardzo zależny od postępów fizyki i od odkrycia praw rządzących materią. Ale wolno myśleć, że nauki o człowieku — przez różnorodność przestrzeni, które opisują, przez treść, którą nadają czasowi, i przez związki, które ustalają między nimi, mogą pozwolić w przyszłości na rozszerzenie i odnowienie ich ogólnych koncepcji. Zakłada się, że liczne pojęcia matematyczne użyte w głównej części tej pracy są znane.

I. JEDNOWARIANTOWOŚĆ STRUKTURY FORMALNEJ CZASU I RÓŻNORODNOŚĆ STRUKTUR FORMALNYCH PRZESTRZENI

Czas jest wymierny, co w istocie kryje trzy różne pojęcia, całkowicie prawdziwe w tym, co go dotyczy: czas jest wymierny w znaczeniu teorii miary w matematyce; istnieje ogólnie przyjęty system jednostek miary, dysponuje się w praktyce dokładnymi instrumentami pomiarowymi. Wynika z tego ta właściwość czasu, że jest on całkowicie uporządkowany przez relację inkluzji, ponieważ wyraża się w odstępach, ewentualnie nieskończenie małych, za pomocą jednostek, które są wielokrotnościami najmniejszej z nich, ujętej w wybrany system miar.

Twierdzenie, że ta struktura całkowitego następstwa przez inkluzję jest jedyną posiadaną przez czas, stawia nas przed następującym problemem. Jednowariantowość tej struktury formalnej jest oczywista dla czasu chronologicznego, ale czy jest ona także prawdziwa dla trwania? W naukach humanistycznych i społecznych przeciwstawia się często czas (chronologiczny) czasowi trwania, podejmując w ten sposób filozoficzne odróżnienie Bergsona. Na przykład, w nauce ekonomii Raymond Barre w swojej pracy doktorskiej przeciwstawia „czas wymierny” (określony przez podziały kalendarza) „czasowi struktur” (lub czasowi działania sił ekonomicznych)².

To prawda, że czas jest, w pewnym sensie, przeżywany. W ekonomii człowiek dokonuje swego wyboru spożycia, produkcji i wymiany dla horyzontu czasowego. Określa on jasno lub ulega sam przez się antycypacjom. Podobnie na poziomie ogólnych mechanizmów ekonomicznych, przesunięcia, odroczenia i opóźnienia po-

² R. Barre, *La période dans l'analyse économique. Une approche à l'étude du temps*, Paryż 1950.

wodują brak równowagi, odraczają sytuacje równowagi lub utrzymują wahania mniej lub więcej okresowe. Do tego czasu egzystencjalnego dochodzi czas historyczny, który jest syntetyczny, w przeciwieństwie do pierwszego, który jest analityczny.

Ale jeżeli znajomość czasów struktur, w sensie czasów operacyjnych, pozwala na prosty opis chronologiczny, nie wynika z tego, że struktura formalna czasu jest wieloraka. Nie należy mieszać definicji czasu z rolą, jaką odgrywa, ani też jego podziału na okresy z jego strukturą formalną właściwą. W ekonomii okres kształtowania dochodu i okres jego wydawania są z pewnością różne, ale oba sprowadzają się do odstępów czasu chronologicznego, lub jeśli kto woli — czasu wymiernego. Nie zmienia w niczym natury czasu to, że odstępów są różne, są one mierzone w terminach „długość czasu”, tzn. w terminach czasu chronologicznego.

W sposób ogólny, czas struktur, utworzony z czasów właściwych czynnikom lub zorganizowanym zespołom czynników, może być zawsze rzucony na oś czasu chronologicznego i odstępów, z których jest utworzony, podporządkowują się mu całkowicie przez inkluzję. Można tu postawić zarzut. Trwanie, jeśli jest trwaniem doświadczenia psychologicznego, jest z natury subiektywne. Czy może być ono mierzalne obiektywnie? Odpowiedź jest w zasadzie negatywna, poza przypadkami uprzywilejowanymi. Ale wtedy można zabrać się do „wartościowania” (miara rozmyta) w sensie podzbiorów rozmytych. Na przykład, długość jakiegoś doświadczenia psychologicznego (trwanie jakiegoś wzruszenia, wrażenia itp.) może być bardzo krótka, krótka, długa lub bardzo długa. Wiadomo, że miara jest szczególnym przypadkiem wartościowania³. Struktura formalna czasu nie wchodzi w rachubę. Natomiast przestrzeń nie zawsze jest mierzalna i przedstawia wielorakość struktur formalnych, co czyni jej traktowanie bardziej delikatnym niż czasu.

Podczas gdy czasy struktur obiektywnie czy subiektywnie są wymierne lub podlegające wartościowaniu i układają się na osi czasu wymiernego przestrzeni, również strukturalne, które spotyka się w naukach humanistycznych i społecznych, nie mogą zawsze odnosić się do jednej przestrzeni wymiarowej (np. przestrzeń trójwymiarowa). Wynika z tego, że w przeciwieństwie do czasu, rozróżnienie przestrzeni abstrakcyjnych i przestrzeni konkretnych podwaja się jeszcze przez rozróżnienie ich struktur formalnych, wielorakich i nieredukowalnych do jednej spośród nich. Na przykład abstrakcyjna przestrzeń punktów izochronicznych dla danego sposobu przesunięcia od danego punktu ma strukturę formalną różną od struktury rozważanej przestrzeni konkretnej i nie daje się do niej zredukować. Ogólnie mówiąc, sposoby przeciwstawienia przestrzeni odwołują się do struktur formalnych mniej lub więcej „mocnych”. Przestrzeń konkretna (albo geograficzna) ma strukturę formalną najsilniejszą, ponieważ jest to przestrzeń krzywa wyposażona w odległość geodezyjną. Kiedy jest obserwowana w dostatecznie małej skali, aproksymuje się ją przez przestrzeń już bardziej abstrakcyjną, dwuwymiarową, lub trójwymiarową wyposażoną w odległość. Istnieje więc tyle przestrzeni metrycznych, ile się określa przyporządkowań odległości. Wybór jednej odległości zależy od typu przesunięcia rozważanego

³ A. Kaufmann; *Introduction à la théorie des sous-ensembles flous*, t. I - II, Paryż 1973 - 1977; M. Prévot, *Sous-ensembles flous. Une approche théorique*, Paryż 1977.

w przestrzeni: odległość euklidesowska, prostoliniowa, odległość centralna, sieć odległości itd. Jeśli struktura przestrzeni jest jeszcze silniejsza, łączy się do niej przestrzeń wektorową wyposażoną w normę (przestrzeń normowana). Dowodzi się, że każda przestrzeń wektorowa, wyposażona w regularną normę, jest przestrzenią metryczną, ale ta wzajemność jest prawdziwa tylko dla klasy przestrzeni z metryką miar Minkowskiego.

Tak więc przyjęte zwyczajowo, np. w ekonomii przestrzennej, wyróżnianie odległości euklidesowskiej ma za skutek ograniczenie analizy do szczególnego przypadku i ten wybór nie zawsze jest uzasadniony czy to dlatego, że inna odległość może być bardziej odpowiednia dla obserwowanego sposobu przesunięcia, czy też, że wykorzystanie przestrzeni metrycznej jest nawet niepotrzebne.

Większość definicji odległości jest krępująca w tym sensie, że przyjęcie ich implikuje zaspokojenie wymagań ograniczających do rozważanej przestrzeni. Można więc zdefiniować bardziej ogólne pojęcia, osłabiając lub odrzucając jeden lub więcej aksjomatów o odległości. Osłabiając aksjomat tożsamości, opisuje się przestrzenie nieregularne. Osłabiona wersja aksjomatu symetrii pozwala opisać przestrzenie niesymetryczne. Odrzucenie aksjomatu symetrii i osłabione sformułowanie aksjomatu tożsamości prowadzą do przestrzeni metrycznych „ubogich” (nieregularnych i niesymetrycznych). W końcu rozważane przestrzenie mogą przedstawiać — i często przedstawiają — takie cechy charakterystyczne, że są one odwzorowane przez przestrzenie metryczne kompaktowe i/lub pokrewne i/lub kompletne. Przestrzeń „Polak” może być jednocześnie kompaktowa, pokrewna i kompletna.

Wszystkie przestrzenie, dotychczas wspomniane, posiadają, chociaż w różnym stopniu, bogate struktury formalne. Dlatego też można przedkładać nad nie przestrzenie o strukturach formalnych słabszych, jakimi są przestrzenie typologiczne. Bada się wtedy własności konfiguracji geometrycznych, które pozostają niezmiennie, kiedy są podległe homeomorfizmom. Mimo że niepełny, obraz „geometrii kauczukowej” Frechta jest wygodny i intuicyjny. Pomaga zrozumieć, że inwarianty topologiczne są niezależne od wszelkiej odległości.

Ciekawe jest stwierdzenie, że pewne dyscypliny, wyspecjalizowane przecież w badaniu przestrzeni, np. analiza ekonomiczna przestrzenna, nie zwracają się prawie nigdy do topologii, aby opisać przestrzenie, które omawiają. A przecież, czy topologia, z greckiego *topos logos*, nie jest nauką o miejscach?

Wiadomo, że pojęcie struktury topologicznej na danej przestrzeni może być wprowadzone trzema różnymi sposobami. Można najpierw określić rodzinę zbiorów otwartych lub zamkniętych, odpowiadającą własnościom dobrze znanym. Można także utworzyć topologię na pojęcie sąsiedztwa i jego własnościach. W końcu można określić odwzorowanie całości, części zbioru w tej całości sprawdzając pewne własności. Można również przejść z jakiegokolwiek (jednej) z tych definicji jednej topologii do innej. Od tych przestrzeni topologicznych ogólnych przechodzi się do przestrzeni topologicznych szczegółowych kompaktowych i/lub połączonych, których własności są często spójne z charakterystykami przestrzeni rozważanych. Mniej bogate we własności niż przestrzenie metryczne, przestrzenie topologiczne pozwalają na opis dość elastyczny przestrzeni fizycznych i ludzkich, za każdym razem, gdy odle

głość nie istnieje, lub, jeśli istnieje — jest bez znaczenia dla badanych zjawisk. Ponadto badanie inwariantów (niezmienników) topologicznych prowadzi do pogłębionego poznania struktur wspólnych przestrzeniom odwzorowującym różne konfiguracje.

Na koniec, jeśli struktura formalna przestrzeni jest bardzo „słaba”, lepiej jest odwzorować ją za pomocą grafu, to znaczy za pomocą pary złożonej ze zbioru punktów skończonego lub nie i z połączeń (lub odwzorowania wieloznaczne tego zbioru na nim samym). Spadkobierczyni dawnej „Analysis Situs” w sensie Henri Poincarégo, teoria grafów, uogólniona przez teorię hipergrafów, traktuje tylko o relacjach położenia punktów lub zbiorów punktów, jednych w stosunku do drugich. Jej pojęcia drogi, cyklu, środka, punktu peryferyjnego, odstępów itd. pomagają w eleganckim sformalizowaniu opisu przestrzeni bardzo „prostych”, scharakteryzowanych jedynie przez miejsca połączone między sobą przez relację binarną. Teoria grafów, elegancka, jest również potężna i operatywna, ponieważ jej algorytmy są ściśle związane z jej twierdzeniami. Np. sławne twierdzenie Fermata znalezienia punktu, którego odległość od innych punktów tego samego zbioru jest minimalna, spowodowała i jeszcze powoduje płodne rozwiązania w ramach przestrzeni metrycznych; jest ono łatwiejsze do rozwiązania przy użyciu jednego z licznych algorytmów najkrótszej drogi do określenia środka grafu ukierunkowanego.

Niezwykła prostota struktury formalnej grafu jest zresztą zgodna z uwzględnieniem konfiguracji bardzo urozmaiconych. Graf w sensie Berge’a przyjmuje w istocie szczególne postaci, jak diagrafu w sensie Poly’ego i grafu przepływu itd. Struktury tak różne, jak sieci transportowe, rozgałęzienia i drzewa hierarchii są dobrze ujęte w karby przez teorię. Zagadnienia drogi i przepływów znajdują tyle rozwiązań, ile wymaga ich rozmaitość. Postępy teorii grafów są ciągłe, najświeższy z nich był dowodem sławnej hipotezy czterech barw (barwienie kart, przy minimalnej liczbie różnych barw).

Ostatecznie, mnogość struktur formalnych przestrzeni okazuje się ogromnie duża. Oznaczenia poprzednie nie pretendują do wyczerpania tematu. Należałoby się jeszcze odwołać do topologii algebraicznej, do topologii różniczkowej, do teorii podzbiorów rozmytych itd., by rozprawiać o nieskończenie urozmaiconych strukturach przestrzeni. Przeciwnie, jedność struktury formalnej czasu powoduje tylko to, że wybór narzędzia matematycznego do omawiania go jest prosty: równania o różnicach skończonych (czas dyskretny) lub równania różniczkowe (czas ciągły).

Różnorodność struktur formalnych przestrzeni stanowi więc delikatne zagadnienie wyboru jego modelowania. Zatrzymanie a priori modelu zwykłego bez wystarczającej argumentacji naraża na zamknięcie analizy w przypadku niepotrzebnie szczególnym, nawet na usytuowanie jej w przestrzeni nieodpowiedniej. Tak więc zwyczaj stosowany w ekonomicznej analizie przestrzennej rozpatrywania podzbioru wypukłego przestrzeni euklidesowskiej nie zawsze jest usprawiedliwiony w omawianiu licznych płaszczyzn ekonomicznych. Zawsze trzeba baczyć na fakt, że wyniki analizy przestrzennej są prawdziwe tylko w ramach wybranego modelu abstrakcyjnego i nie rozciągają się na model abstrakcyjny inny. Na przykład w gospodarce miejskiej miasto, według Alonzo, monocentryczne i euklidesowe, nie aproksymuje modeli miejskich bardziej złożonych, przeciwnie do otrzymanej myśli. Jest ona

niezdatna do zdania z tego rachunku sprawy, ponieważ model matematyczny nie jest odpowiedni dla modelu konkretnego lub, innymi słowy, ponieważ struktura formalna przestrzeni miejskiej złożonej pluricentrycznej i nieeuklidesowej nie jest sprowadzalna do struktury jedynej, struktury przestrzeni miejskiej monocentrycznej i euklidesowej.

Wypada więc wybierać, w każdym przypadku, model stosowny, pozostający w zależności zarówno od cech charakterystycznych rozważanej przestrzeni, jak i wyników jej analizy. Dany jest przykład prosty dwu przestrzeni ekonomicznych, umyślnie mało różniących się, ale których modelowanie musi być urozmaicone, by respektować ich wzajemne struktury formalne: przestrzeń przepływów interregionalnych i przestrzeń prądów handlowych interregionalnych. Pierwsza jest całkowicie reprezentowana przez graf, w którym regiony są wierzchołkami, a strumienie łukami obciążonymi. Zachodzą jedynie odnośne położenia regionów powiązanych między sobą strumieniami. Ich konfiguracja jest całkowicie opisana przez połączony graf⁴. Natomiast przestrzeń strumieni handlowych interregionalnych musi być reprezentowana przez przestrzeń metryczną o dwu wymiarach i odpowiednio rozdzielona. Dobra są rzeczywiście towarem wewnętrznym lub towarem eksportowym zależnie od tego, czy są one wymieniane wewnątrz, czy na zewnątrz granicy swego regionu produkcyjnego. W konsekwencji położenie, kształt i powierzchnia regionów, jak również warunki transportu (które nakazują wybór odległości) i różne właściwości regionalne (gust spożyców, warunki produkcji i handlu itd.) muszą być brane pod uwagę. Struktura formalna takiej przestrzeni jest bogatsza niż struktura formalna strumieni interregionalnych. Ponieważ jedność struktury formalnej czasu i mnogość struktur formalnych przestrzeni jest w pełni poznana, pozostaje nam wykazać, że te struktury formalne wprowadzają do porównywalności w czasie i przestrzeni.

II. STRUKTURY FORMALNE I WŁASNOŚCI PORÓWNAWCZE CZASU I PRZESTRZENI

Dyskusja skieruje się na własności ukierunkowania, odwracalności, jednorodności i ciągłości, które są zasadnicze. Czas wyposażony w strukturę porządku zupełnego przez inkluzję jest ukierunkowany. Banalny obraz strzałki czasu wyraża myśl, że odstępy czasu wymiernego i trwania czasu struktur układają się na osi ukierunkowanej czasu chronologicznego. Natomiast kwestia poznania, czy przestrzeń jest ukierunkowana, nie dopuszcza jedynej, a także prostej odpowiedzi, bo zależy ona od struktury formalnej, którą posiada ona według swych cech charakterystycznych. Przestrzeń geograficzna (konkretna i syntetyczna) jest ukierunkowana (strony świata); każdy punkt jest tam oznakowany przez współrzędne biegunowe, natomiast przestrzenie abstrakcyjne nieskończenie są ukierunkowane. Badanie tej własności odsyła z całą ścisłością do badania izotropii przestrzeni. W fizyce środowisko jest

⁴ C. Ponsard, *Un modèle topologique d'équilibre économique interrégional*, Paris 1969.

izotropem wtedy i tylko wtedy, gdy jego własności są identyczne we wszystkich kierunkach dookoła punktu danego w przestrzeni. Jest to więc własność miejscowa, prawdziwa w tym punkcie. Wtedy i tylko wtedy gdy jest ona prawdziwa w każdym punkcie przestrzeni, jest ona ogólna. Wprowadzając pojęcie kąta, ta definicja implikuje, że przestrzeń jest koniecznie metryczna i wyposażona w odległość euklidesową. W nauce ekonomii np. izowektory (miejsca punktów, w których koszt transportu jest stałą, poczynając od danego środka) tworzą zbiór kół dookoła rozważanego punktu. Taka przestrzeń ekonomiczna jest izotropem. Można jednak uogólnić tę definicję, zapożyczoną z fizyki, wyposażając przestrzeń w inną odległość. Na przykład w przestrzeni metrycznej prostoliniowej, izowektory tworzą wokół danego środka zbiór kwadratów, których przekątne są równoległe do osi układu ortonormalnego. W ogólności przestrzeń jest izotropem wtedy i tylko wtedy, gdy każda izolinia (miejsca punktów takich, by funkcja była stałą, np. izowektor, izodapan, izostan itd.) danego środka jest związana ze sferą skojarzoną z metryką. Z tego wynika, że ta sama przestrzeń może być izotropem dla jednej wielkości lub funkcji i anizotropem dla innej wielkości lub funkcji. W końcu pojęcie izotropii, pojęcie metryczne, nie ma znaczenia w przypadku przestrzeni topologicznych. Czy można iść dalej i określić izotropie przestrzeni niezależnie od wszelkiej odległości? Prawdą jest, że jeżeli przestrzeń jest przedstawiona przez graf ukierunkowany, to i ona także jest ukierunkowana. Ale wtedy izotropia miesza się pospolicie z ukierunkowaniem.

Badanie własności odwracalności jest bardzo związane z badaniem własności poprzedniej. Ukierunkowany czas jest nieodwracalny. Znaczenie (sens) jego upływu jest jedyne. Niektórzy autorzy utrzymują, że czas jest niekiedy odwracalny. Nawiązują oni do pewnych praw fizyki, które są istotnie odwracalne w stosunku do czasu. Odnoszą się one do prawa zachowania energii i charakteryzują ruchy cykliczne. Jednakże mówienie o inwersji czasu jest błędem językowym. Dokładniejsze jest powiedzenie, że w przypadku tych praw sens upływu czasu jest dowolny, lub lepiej jeszcze, że te prawa są obojętne dla znaczenia upływu czasu. Stwierdzenie np. że wahadło kołysze się z lewa na prawo lub z prawa na lewo jest ekwiwalentne. Ale poza tym „na prawo” i „na lewo” są pojęciami przestrzennymi, czas konieczny na ruch okresowy jest ukierunkowany i nieodwracalny. W układzie osi ortonormalnych sinusoida przedstawiająca ruch cykliczny ma natężenie odczytywane na osi rzędnych i fazy czytane na osi odciętych (oś czasu chronologicznego).

Badanie odwracalności przestrzeni jest znów bardziej złożone niż badanie nieodwracalności czasu. Przestrzeń geograficzna jest miejscowo odwracalna lub miejscowo nieodwracalna zależnie od warunków przesunięć, które zmieniają się według miejsc i mogą być przedstawione. Dla przestrzeni abstrakcyjnych trzeba odsunąć pokusę łączenia odwracalności z izotropia. Przestrzeń może być odwracalna i anizotropowa. W przypadku przestrzeni metrycznych, własności symetrii, takie przestrzenie są odwracalne przez pewnik symetrii odległości. W ten sam sposób niektóre przestrzenie metryczne słabe (przestrzenie niesymetryczne) są nieodwracalne. Natomiast w przypadku przestrzeni połączonych z grafem istnienie własności symetrii przestaje być warunkiem odwracalności koniecznym i wystarczającym. Jeżeli jakaś droga jest zawsze odwracalna na grafie nieukierunkowanym lub na grafie

ukierunkowanym i symetrycznym, nie wypływa z tego, że jest nieodwracalny na grafie ukierunkowanym i niesymetrycznym, ponieważ może ona zawierać jeden lub wiele obwodów. W tym ostatnim przypadku nieodwracalność ma za warunek brak cykli w grafie.

Sprawdza się na nowo, że wielorakość struktur formalnych przestrzeni pociąga za sobą istnienie różnych własności odmiennych i właściwych każdej z nich. Tak samo dzieje się z własności jednorodności. Przez jednorodność oznacza się cechę doskonałej równomierności. Jasne jest, że czas wymierny ma własność jednorodności. Czy jest to jeszcze prawdziwe w odniesieniu do czasu struktur? Spojrzenie powierzchowne może prowadzić do sformułowania odpowiedzi przeczącej na to pytanie. Widocznie fazy ruchu okresowego np. zdają się dobrze przedstawić odmienne charaktery (cykle ekonomiczne, procesy wzrostów nichomotetycznych itd.). Podobnie wielkie okresy historyczne lub cykle Kondratiewa... Ale rozumowanie w ten sposób prowadzi do przeniesienia na czas cech ilościowych i jakościowych, które należy do samych zjawisk (współczynnik fluktuacji wielkości ekonomicznych, zmiany społeczeństw itd.). Widać więc, że czas struktur jest zawsze sprowadzalny do czasu wymiennego: jest więc jak i on jednorodny. Jego pozorna heterogeniczność jest tylko owocem złudnej asymilacji ruchów, które tworzą się podczas samego czasu. Natomiast jeśli się nawet rozważa przestrzeń jako zwykłą podporę zjawisk fizycznych i działalności ludzkich, zmuszeni jesteśmy stwierdzić, że ten porządek współistniejących, w sensie Leibniza, jest wyposażony w struktury formalne różne, zależnie od relacji odpowiednich związków i innych względów (hierarchii, zależności itd.). Dlatego też istnienie lub nieistnienie własności jednorodności zależy także od struktury formalnej przestrzeni. Na płaszczyźnie konkretnej przestrzeń geograficzna jest lokalnie różnorodna, ponieważ jej jednolitość jest bardzo niedoskonała i zależna od branej pod uwagę skali obserwacji. Na płaszczyźnie abstrakcyjnej trzeba znowu wprowadzić rozróżnienia.

Przestrzeń abstrakcyjna jest zawsze jednorodna dla danej funkcji wtedy i tylko wtedy, jeżeli ta funkcja jest stała w każdym punkcie. Jednorodność więc jest własnością globalną przestrzeni, której nie powinno się mieszać z izotropią. Ta sama przestrzeń może być jednorodna dla jednej funkcji, a różnorodna dla innej funkcji. Na przykład w analizie ekonomicznej przestrzennej żywność ziemi może być stała w każdym punkcie danej przestrzeni, ale dla funkcji transportu okazuje się, że koszty transportu powinny być stałe lub zależne tylko od odległości do przebycia (a nie od punktów początkowych i końcowych), aby przestrzeń była jednorodna dla tej ostatniej funkcji. Tak samo również jeżeli metryka jest inwariantna przez translację (metryka Minkowskiego), przestrzeń jest jednorodna dla tej metryki⁵.

W przestrzeniach topologicznych własność jednorodności pozwala na podzielenie ich na podzbiory, charakteryzujące się doskonałą jednolitością. Sąsiedztwo jednego punktu zawiera wszystkie punkty posiadające te same co on cechy charakterystyczne. Oczywiście, topologia przestrzeni, ale dla funkcji transportu okazuje

⁵ M. Prévôt, *Espaces topologiques et métriques en analyse économique spatiale*, praca doktorska, Université de Dijon 1975.

się, że koszty transportu powinny być stałe lub zależne tylko od odległości do przebycia (a nie od punktów początkowych i końcowych), aby przestrzeń była jednorodna dla tej ostatniej funkcji. Tak samo również jeżeli metryka jest inwariantna przez translację (metryka Minkowskiego), przestrzeń jest jednorodna dla tej metryki. W przestrzeniach topologicznych własność jednorodności pozwala na podzielenie ich na podzbiory charakteryzujące się doskonałą jednolitością. Sąsiedztwo jednego punktu zawiera wszystkie punkty posiadające te same co on cechy charakterystyczne, Oczywiście, topologia przestrzeni zależy od rozważanej funkcji, ponieważ to właśnie ta funkcja pozwala na zbudowanie całej rodziny podzbiorów sprawdzających aksjomaty sąsiedztwa. W końcu jeśli jakiś graf połączony z przestrzenią jest wszędzie wyposażony w tę samą wartość na swych łukach lub w ten sam potencjał na swych wierzchołkach, ta doskonała jednolitość wyraża-własność jednorodności rozważanej przestrzeni.

W końcu, podobnie jak poprzednie, własność ciągłości nastrocza problemy istnienia delikatniejsze dla przestrzeni niż dla czasu. Czas jest z całą oczywistością ciągły, jeśli bierze się pod uwagę czas wymierny. Abstrakcyjnie można powiedzieć, że czas struktur jest nieciągły, pod warunkiem, że się nie zapomina, iż nieciągłość nie leży w jego istocie. Na osi czasu chronologicznego progi czasu struktur odznaczają się w pewnych punktach i odległości oddzielające te punkty są tylko „przestrzeniami czasu”, mówiąc językiem potocznym, aie przestrzeniami czasu ciągłego. Nazywa się to także przeciągiem czasu.

W przypadku przestrzeni definicja własności ciągłości jest przede wszystkim zagmatwana dwuznacznością terminologii. W matematyce ciągłość jest przedmiotem ścisłej definicji. W naukach stosowanych, zwłaszcza w naukach humanistycznych i społecznych, mianem ciągłości oznacza się niewłaściwie własność dostępności. Na przykład sławna płaszczyzna von Thünera lub płaszczyzna Löscha zwane są ciągłymi w tym znaczeniu, że można dotrzeć do wszystkich ich punktów, wychodząc z jakiegokolwiek bądź punktu. Dyskusja powinna być prowadzona używając terminu „dostępność”, a zachowując określenie „ciągłość” tylko w przypadku dobrze uzasadnionym i po odrzuceniu wszelkiej niejasności. W tym sensie przestrzeń geograficzna jest lokalnie ciągła i lokalnie nieciągła, zależnie od możliwości stworzonych przez sposoby przemieszczenia i skalę obserwacji. I znów przestrzenie abstrakcyjne wymagają odróżnień często subtelnych.

Jeżeli rozważana przestrzeń może być przedstawiona przez przestrzeń metryczną, własność dostępności wyraża się różnie, zależnie od odległości branej pod uwagę. Istotnie, przestrzeń nazywa się ciągłą wtedy i tylko wtedy, jeżeli dla każdej pary punktów istnieje jedna zarządzana przez wybrane odległości, tak że ciągłość jednej przestrzeni metrycznej jest relatywizowana do tej odległości. Tak więc w przypadku odległości euklidesowej droga jest odcinkiem łączącym punkty początkowy i końcowy, a własność ciągłości, dostępności, wyraża się przez własność wypukłości. I w przypadku odległości prostoliniowej tor jest linią łamaną ciągłą, włączoną w przestrzeń, łączącą dwa z jej punktów i mającą boki równoległe do osi układu ortonormalnego; jeżeli taki tor istnieje dla każdej pary punktów przestrzeni, zwany jest torem ciągłym i własność wypukłości nie jest warunkiem koniecznym ciągłości

i wystarczającym. W przypadku sieci odległości przestrzeni jest ciągła wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie łuki Jordana dające się sprostować, które tworzą drogi między każdą parą punktów, są włączone do tej przestrzeni. Ten ostatni przypadek jest ciekawy, bo pozwala na wskazanie równoważności (ekwiwalencji) między ciągłością a łukami. Więc w matematyce nazywa się ciągłą każdą przestrzeń zwartą i spójną, podczas gdy tu przestrzeń zwana ciągłą jest powiązana łukami, ale niekoniecznie zwarta. Wskazuje się, że w przypadku szczególnym przestrzeni wektorowej unormowanej domkniętej obie definicje ciągłości są podobne. Dowód opiera się na dwu wnioskach: z jednej strony, że każda przestrzeń wektorowa unormowana jest powiązana łukami, z drugiej strony zaś, że ta przestrzeń jest zwarta, gdyż jest oddzielona i spełnia własność skończonego pokrycia. W końcu zauważa się, że ponieważ każda przestrzeń wektorowa jest wypukła, pojęcie ciągłości mogło być często niesłusznie mieszane z pojęciem wypukłości — co jest prawdziwe tylko w przypadku przestrzeni metrycznych euklidesowych.

Definicję sąsiadującą z ciągłością przestrzeni odnajduje się w przypadku przestrzeni topologicznych, odrzucając pojęcie metryczne łuku prostowalnego i zachowując łączność przez łuki. Mówi się wówczas, że dana przestrzeń jest ciągła wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdej pary punktów istnieje jeden tor zgodny z rozważaną siecią (a nie z użytą metryką). Definicja toru jest osłabiona i twierdzenie o własności ciągłości staje się bardziej ogólne. Dowodzi się, że przestrzeń jest ciągła wtedy i tylko wtedy, gdy jest powiązana łukami dla toru należącego co najmniej do zespołu przesunąć: zgodnych z siecią łączącą dwa jakiekolwiek punkty.

Na koniec, jeżeli przestrzeń jest przedstawiona przez graf połączony, jej ciągłość, jeżeli taka istnieje, wyraża się przez własność łączności. Gdy graf jest ukierunkowany, upodabnia się ona do silnego powiązania. Natomiast trzeba uważać na fakt, że własność ciągłości nie jest sprawdzona w przypadku grafu ukierunkowanego i połączzonego pól silnie. W tym przypadku można mówić co najwyżej o ciągłości częściowej albo o półciągłości. Wreszcie własność ciągłości może być prawdziwa tylko lokalnie, to znaczy dla podzbiorów punktów tworzących składową powiązaną lub składową powiązaną pojedynczo. Wiadomo, że teoria digrafów w rozumieniu Polya szeroka rozwija badanie własności powiązania. Pojęcia łuków i wierzchołków pośrednich, mostów i łuków bazowych itd. pomagają pogłębić badania własności wrażliwości przestrzeni, które okazują się silnie związane z ciągłością. Tak samo dzieje się z teorią grafów nie ukierunkowanych z rozwinięciami, które poświęca ona grafom nierozczłonkowanym.

*

Koncepcja pewnego rodzaju symetrii pojęć czasu i przestrzeni, w której chwila i trwanie byłyby w stosunku do pierwszego tym, czym punkt i ciągłość w stosunku do drugiej, nie wytrzymuje badań ich struktur formalnych właściwych i własności porównawczych, które one wprowadzają.

Ostatecznie czas okazuje się o wiele mniej zasobny niż przestrzeń w porównaniu tych struktur formalnych i tych własności. Z tego wynika, że analiza przestrzenna przedstawia olbrzymie specyficzne trudności, dalekie od opanowania, i jest zro-

zumiały, że nauki stosowane, jak np. ekonomia, rozwijają szerzej traktowanie przedmiotów swych badań poprzez czas (kinematyka i dynamika) lub w danej chwili (statyka). Ale, abstrahując od przestrzeni, sprowadzają one z natury rzeczy swe analizy do jednego punktu. Należy podkreślić mocno, że wyniki ich są słuszne tylko dla świata dość osobliwego, sprowadzonego do jednego punktu. Wyniki te nie rozszerzają się na przestrzeń obejmującą więcej niż jeden punkt lub continuum punktów. Badanie wielorakich formalnych struktur przestrzeni i własności z nich wypływających odbiera uczonemu wszelką nadzieję na uogólnienie jego wyników poza świat, dla którego je ustalił, czy ten świat będzie punktem, czy nawet przestrzenią, która jest z konieczności przypadkiem szczególnym.

Z języka francuskiego tłumaczyła Czesława Rutkowska

TIME, SPACE AND THEIR FORMAL STRUCTURES

Summary

Consideration on formal structures of time and space mainly based on humanistic and social sciences is proposed in the study.

The first part answers the question whether these formal structures are similar or different. The author supports the opinion that time possesses one formal structure while there are many different formal structures in the case of space. Time has a structure of complete succession by inclusion relation. It is verified not only by measurable (or chronological) time, but also by structural (or operational) time. On the other hand, space is connected with so differentiated presentation ways, that it produces various configurations. It results from this, that formal structures with which abstract spaces are equipped, together with considered physical and human spaces are numerous and more or less strongly dependent on this whether metric spaces, topological spaces or graphs are concerned.

A problem of supplementary nature towards the first one, and namely of comparative properties of time and space, introduced by their adequate formal structures, is discussed in the second part. The discussion concerns four main properties: direction, reversibility, homogeneity and continuity. Time direction is obvious while space direction refers to examination of isotropy properties. Irreversibility of time is visible for its reversibility, which is sustained sometimes, is a false problem. On the other hand, reversibility problem for space depends on symmetry properties, except directed and non-symmetrical graphs (condition of the lack of peripheries). While time is homogeneous, space is once homogeneous and once heterogeneous. Continuity is connected with the nature of time. In the case of space it depends on conditions of accessibility, and continuity notions in empirical meaning and in mathematical meaning are not similar, unless in some particular case.

An opinion is underlined in the conclusion, that time is less abundant than space in proper formal structures and comparative properties.