

CZESŁAW KULIK

## PRÓBA USTALENIA FUNKCJI EKSPORTU

Badając problematykę handlu zagranicznego powinno się m. in. rozważyć następujące zagadnienia:

1. Czy należy prowadzić wymianę z wszystkimi możliwymi partnerami, czy też dobrać jednego lub grupę;
2. Czy korzystniejsze jest prowadzenie wymiany z partnerami bogatszymi, czy z biedniejszymi;
3. Czy ważnym czynnikiem jest odległość dzieląca kontrahentów;
4. Czy problemy zawarte w punktach 1—3 w zasadzie obejmują główne czynniki określające wielkość i kierunek wymiany, czy też dobrać jeszcze inne, tzw. zmienne objaśniające;
5. Jaki typ modelu ekonometrycznego należy sformułować, aby ustalić związki między badanymi zmiennymi.

Celem niniejszej pracy jest próba znalezienia odpowiedzi na postawione pytania oraz sformułowania odpowiedniego modelu ekonometrycznego, a następnie jego weryfikacji za pomocą empirycznych materiałów statystycznych.

W odniesieniu do pierwszego problemu wydaje się oczywiste, że realizowanie zasady międzynarodowego podziału pracy będzie tym pełniejsze, im więcej państw będzie uczestniczyć w wymianie. Dalszym argumentem jest fakt, że zawsze należy się liczyć z możliwością utraty jakiegoś rynku, a jak wiadomo, zdobywanie nowej pozycji na innych rynkach nie jest łatwe. Już choćby z tych przyczyn można się zgodzić na to, że wymianę należałoby prowadzić z możliwie dużą liczbą partnerów.

Następny problem to, czy i o ile korzystniejsze jest prowadzenie wymiany z partnerami bogatszymi, czy też z biedniejszymi. Otóż wydaje się, że prowadzenie wymiany z partnerami bogatszymi (o większym dochodzie narodowym) jest korzystniejsze, gdyż w tym przypadku możliwe jest osiągnięcie bądź wyższych cen, bądź korzystniejszych warunków płatności. Ponadto kraje bogatsze reprezentują z reguły wyższy stopień postępu gospodarczego, technicznego itp., toteż w przypadku stosowanych m. in. przez Polskę umów kompensacyjnych możliwe jest osiągnięcie w zamian za towary eksportowe — dóbr ważnych dla realizacji szybszego postępu w kraju. Wynikałoby z tego, że tym korzystniejsze jest prowadzenie wymiany, z im bogatszym krajem jest realizowane.

Dalsze zagadnienie było sformułowane następująco: czy i o ile ważnym czynnikiem wpływającym na wymianę jest odległość kontrahentów. Otóż oczywistą jest rzeczą, że koszty transportu zależą w prostym stosunku od odległości. Problem się komplikuje jedynie przez różnorodność środków transportu, występowanie w praktyce prócz opłat transportowych, kosztów ubezpieczenia, cła itp. Trudności może również stwarzać problem, czy odległości mają być mierzone między granicami państw uczestniczących w wymianie, czy też między stolicami lub innymi centrami przemysłowymi i handlowymi. W każdym razie można się zgodzić, że (w przybliżeniu) im odległość między kontrahentami jest większa, tym wymiana staje się mniej korzystna.

Wydaje się, że poruszone powyżej zagadnienia obejmują w zasadzie główne czynniki określające wielkość i kierunek wymiany i można dokonać próby ustalenia ścisłych związków między nimi, jednak należy się zastanowić nad formą, jaką w tym przypadku należałoby zastosować. Jak zwykle w takich przypadkach, można poszukiwać bądź całkowicie nowych form, bądź wzorować się na ustalonych w innych dziedzinach badań. To drugie postępowanie będzie przedstawione poniżej.

Prawo ciężenia powszechnego (grawitacji) Issaca Newtona<sup>1</sup> zostało w pewnym stopniu wykorzystane przez J. H. Thüнена<sup>2</sup>, który poszukiwał powiązań między rodzajem i wielkością produkcji rolniczej a odległością gospodarstwa od rynku zbytu. Dalszym przykładem jest praca I. Isarda<sup>3</sup>, który operuje pojęciem przestrzennego potencjału, wzorowanym na potencjale pola grawitacyjnego. Według niego, dwa obszary wpływają na siebie wprost proporcjonalnie do swej masy, a odwrotnie proporcjonalnie do odległości. Należy jednak podkreślić, że obydwaj cytowani ostatnio autorzy nie przedstawili swych twierdzeń w konkretnej postaci modelu ekonometrycznego. Wzorując się na przytoczonych pracach omawiających stosunki wewnątrz krajowe, można dokonać próby ustalenia, czy podobne prawidłowości występują również na gruncie międzynarodowym.

Na podstawie dotychczasowych rozważań można postawić hipotezę, że wielkość handlu zagranicznego danego kraju z innym krajem zależy wprost proporcjonalnie od potencjału gospodarczego (dochodu narodowego) kontrahentów, a odwrotnie proporcjonalnie do odległości (ze względu na koszty transportu). W celu weryfikacji tej hipotezy zostaną przykładowo przeprowadzone za pomocą metod statystycznych badania eksportu Polski w 1960 r. Wszystkie kraje, z którymi Polska zawierała w tym czasie transakcje handlowe, zostały podzielone na dwie grupy:

<sup>1</sup> I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, cz. I, De Motu Corporum, 1686.

<sup>2</sup> J. H. Thünen, *Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie*, t. I, 1826, szczeg. wyd. 1842.

<sup>3</sup> I. Isard, *Methods of Regional Analysis*, New York 1960.

1. kraje socjalistyczne, 2. kraje pozostałe. Powyższy podział został dokonany ze względu na przynależność tych krajów od innych ugrupowań politycznych, militarnych (Pakt Atlantycki — Układ Warszawski) oraz gospodarczych (EWG—RWPG) itp., co w dużym stopniu wpływało na stopień preferencji lub dyskryminacji tych krajów w obrotach międzynarodowych.

Z każdej grupy wybrano po siedem krajów uczestniczących w wymianie towarowej z Polską, począwszy od największych, ze względu na badaną cechę. Rozmiary transakcji dokonanych z tymi krajami objęły w pierwszej grupie 88,2% eksportu polskiego, natomiast w drugiej grupie 58%. Do ustalonych w ten sposób grup weszły kraje, z którymi Polska dokonywała większość transakcji handlowych, zatem prawidłowości, jakie wystąpią w poniższych badaniach, będzie można przenosić na pozostałych kontrahentów nie uwzględnionych obecnie lub takich, którzy wystąpią w przyszłości.

Podstawową czynnością jest konstrukcja modelu ekonometrycznego, w tym przypadku dla określenia wielkości eksportu, za pomocą tzw. zmiennych objaśniających. Z materiałów liczbowych zawartych w tabeli 1 i 2 wynika, że związek między badanymi zmiennymi nie ma charakteru prostoliniowego, a więc model powinien mieć postać raczej nieliniową, ażeby dobrze odpowiadał rzeczywistości. Przede wszystkim można określić, że eksport jest funkcją wielu zmiennych (funkcją wieloraką):

$$Y=f(x_1, x_2, \dots, x_m),$$

gdzie  $Y$  — wielkość eksportu,  $X_1, X_2, \dots, X_m$  — zmienne niezależne, objaśniające kształtowanie się wielkości eksportu.

Następnie należy dobrać odpowiedni typ funkcji. Najprostszym ekonometrycznym modelem eksportu może być funkcja typu Cobb-Douglassa<sup>4</sup>:

$$Y=a_0 \cdot X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2} \cdot \dots \cdot X_m^{a_m},$$

gdzie  $a_0, a_1, \dots, a_m$  — parametry szacowane metodą najmniejszych kwadratów (pozostałe oznaczenia jak poprzednio).

Posługiwanie się bezpośrednio tą postacią równania w praktyce nastroczałoby duże trudności, dlatego przekształca się je na równanie liniowe w postaci logarytmicznej rozwiniętej:

$$\log Y = \log a_0 + a_1 \log X_1 + a_2 \log X_2 + \dots + a_m \log X_m$$

lub skróconej:

$$\log Y = \log a_0 + \sum_{s=1}^m a_s \log X_s.$$

Parametry tej funkcji szacuje się za pomocą metody najmniejszych kwa-

<sup>4</sup> Por. J. Tinbergen, *Shaping the World Economy*, "New York 1962.

drat ów, podanej niżej. Poszukiwane wartości niewiadomych  $a_0, a_1, \dots, a_m$  wyznacza się tak, aby funkcja:

$$S^2 = \sum (\log Y - \log a_0 - \sum_{s=1}^m a_s \log X_s)^2 = \text{minimum}$$

$$\text{dla } \bar{a}_0, a_1, \dots, a_m \quad (\log a_0 = \bar{a}_0).$$

Różniczkując funkcję  $S^2$  kolejno względem  $\bar{a}_0, a_1, \dots, a_m$ , uzyskuje się  $m$  równań postaci:

$$\frac{\partial S^2}{\partial a_t} = 2 \sum (\log Y - \log a_0 - \sum_{s=1}^m a_s \log X_s) \cdot \log X_s$$

$$(t=0, 1, 2, \dots, m).$$

Z warunku na minimum otrzymuje się:

$$\sum (\log Y - \log a_0 - \sum_{s=1}^m a_s \log X_s) \log X_s = 0.$$

Z powyższego równania uzyskuje się i równań o  $m$  niewiadomych:

$$\sum \log Y \cdot \log X_s = \sum (\log a_0 + \sum_{s=1}^m a_s \log X_s) \cdot \log X_s$$

lub w formie rozwiniętej:

$$\sum \log Y = N \log a_0 + a_1 \sum \log X_1 + a_2 \sum \log X_2 + \dots + a_m \sum \log X_m,$$

$$\sum \log Y \log X_1 = \log a_0 \sum \log X_1 + a_1 \sum (\log X_1)^2 + a_2 \sum \log X_1 \log X_2 + \dots + a_m \sum \log X_1 \log X_m,$$

$$\sum \log Y \log X_2 = \log a_0 \sum \log X_2 + a_1 \sum \log X_1 \log X_2 + a_2 \sum (\log X_2)^2 + \dots + a_m \sum \log X_2 \log X_m,$$

$$\begin{array}{ccccccc} \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot & & \cdot \end{array}$$

$$\sum \log Y \log X_m = \log a_0 \sum \log X_m + a_1 \sum \log X_1 \log X_m + a_2 \sum \log X_2 \log X_m + \dots + a_m \sum (\log X_m)^2.$$

Mając sformułowany model można by przy jego pomocy przystąpić do właściwych badań. Zanim to jednak nastąpi, uprzednio zostanie przeprowadzona analiza korelacji związków zachodzących między badanymi zmiennymi<sup>5</sup>. Analiza korelacji rozpatrywanych zmiennych została przeprowadzona na wartościach logarytmicznych, ze względu na stwierdzony raczej nieliniowy ich związek.

Zależność między eksportem do krajów socjalistycznych ( $Y$ ) a docho-

<sup>5</sup> Zaznaczyć należy, że badanie korelacji na tak małej ilości obserwacji może budzić zastrzeżenia. Ostre kryteria istotności współczynnika korelacji ze względu na  $N < 10$  mogą dać wyniki negatywne. Jest to jednak specjalny przypadek, gdzie rozszerzenie próby, szczególnie w odniesieniu do państw socjalistycznych, byłoby trudne lub wręcz niemożliwe.

dem narodowym importerów<sup>6</sup> ( $X_2$ ) była dodatnia i duża ( $r_{YX_1} = 0,967550785$ ), natomiast związek między eksportem ( $Y$ ) a odległością ( $X_2$ ) był trochę mniej ścisły ( $r_{YX_2} = -0,6975405748$ ) i ujemny. Współczynnik korelacji wielorakiej przyjął bardzo dużą wartość dodatnią ( $R_{Y.X_1X_2} = 0,98962$ ). Osiągnięte wyniki przemawiają za tym, że dochód narodowy ( $X_1$ ) i odległość ( $X_2$ ) w znacznym stopniu określały rozmiary eksportu ( $Y$ ).

Obecnie można przystąpić do określenia funkcji wielorakiej według modelu sformułowanego w poprzednio podanych równaniach. Rozpatrzmy początkowo model trójwymiarowy. Obliczenia zostały przedstawione w tabeli 1. Badana funkcja została określona następująco:

$$\log Y' = 3,3394967 + 0,6540447 \log X_1 - 0,7056404 \log X_2.$$

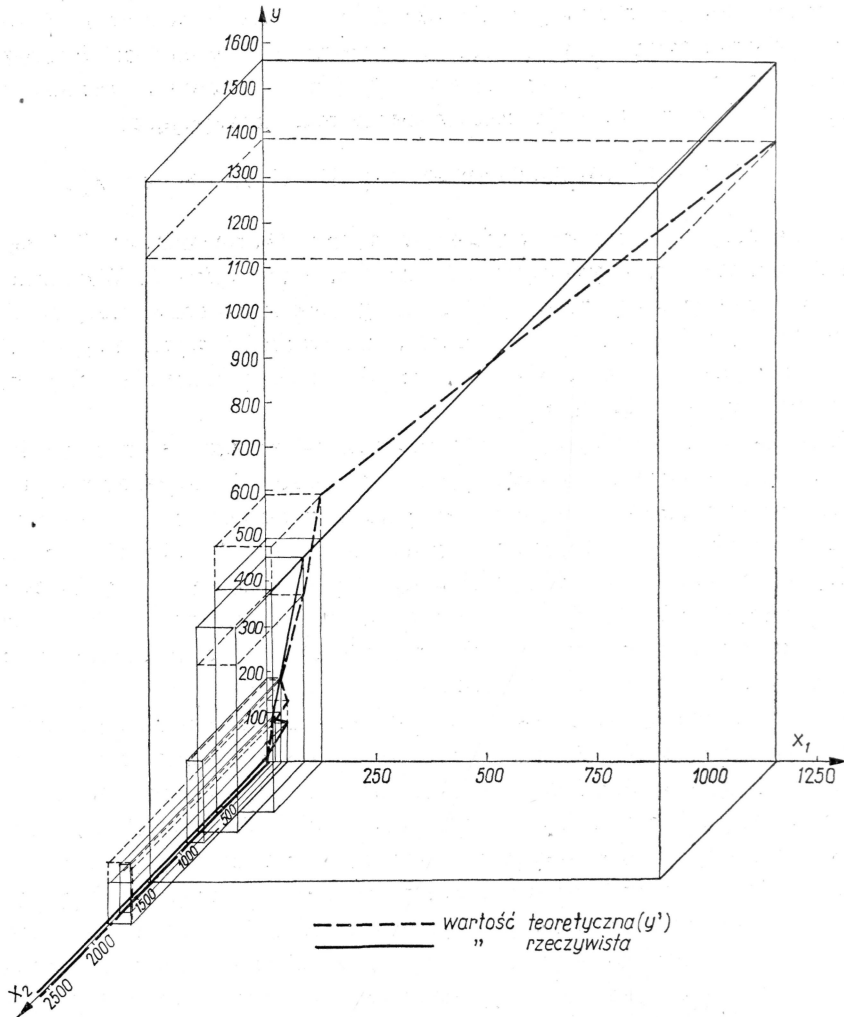
Uzyskane przy jej pomocy wartości eksportu teoretycznego ( $Y'$ ) są zbliżone do wartości rzeczywistych ( $Y$ ). Ilustruje to rycina 1. Widoczne jest, że eksport rzeczywisty do krajów silnie gospodarczo rozwiniętych (ZSRR, CSRS) był „preferowany” w stosunku do wartości wynikających z rozpatrywanej funkcji, zaś eksport do krajów słabiej rozwiniętych (np. Rumunii) był „dyskryminowany”.

Podobne badania zostały przeprowadzone w odniesieniu do krajów pozostałych. Obliczenia zostały podane w tabeli 2. Uzyskane wyniki są jednak mniej zadowalające. Korelacja między eksportem ( $Y$ ) a dochodem narodowym ( $X_1$ ) była stosunkowo mniejsza ( $r_{YX_1} = 0,8329531$ ), a zależność między eksportem ( $Y$ ) a odległością ( $X_2$ ) była bliska zera i przy tym dodatnia ( $r_{YX_2} = 0,01283266$ ). Współczynnik korelacji wielorakiej przyjął wartość podobną do miary związku między eksportem a dochodem narodowym, mianowicie ( $R_{Y.X_1X_2} = 0,83298$ ).

Wartości funkcji wielorakiej w odniesieniu do państw pozostałych przedstawiono w tabeli 2 i na rycinie 2, jednak wystąpiły tam dość duże różnice między wartościami teoretycznymi a empirycznymi. Jedną z przyczyn rozbieżności mogą być niewłaściwie określone wartości zmiennej ( $X_2$ ) — odległości, które były przyjęte według rozkładu jazdy PKP i mierzone między stolicami państw uczestniczących w wymianie. Było to słuszne w odniesieniu do państw socjalistycznych, do których towary eksportowane przewozi się głównie koleją. Do wielu krajów pozostałych towary przewozi się jednak drogą morską, ale ponieważ nie dotyczy to

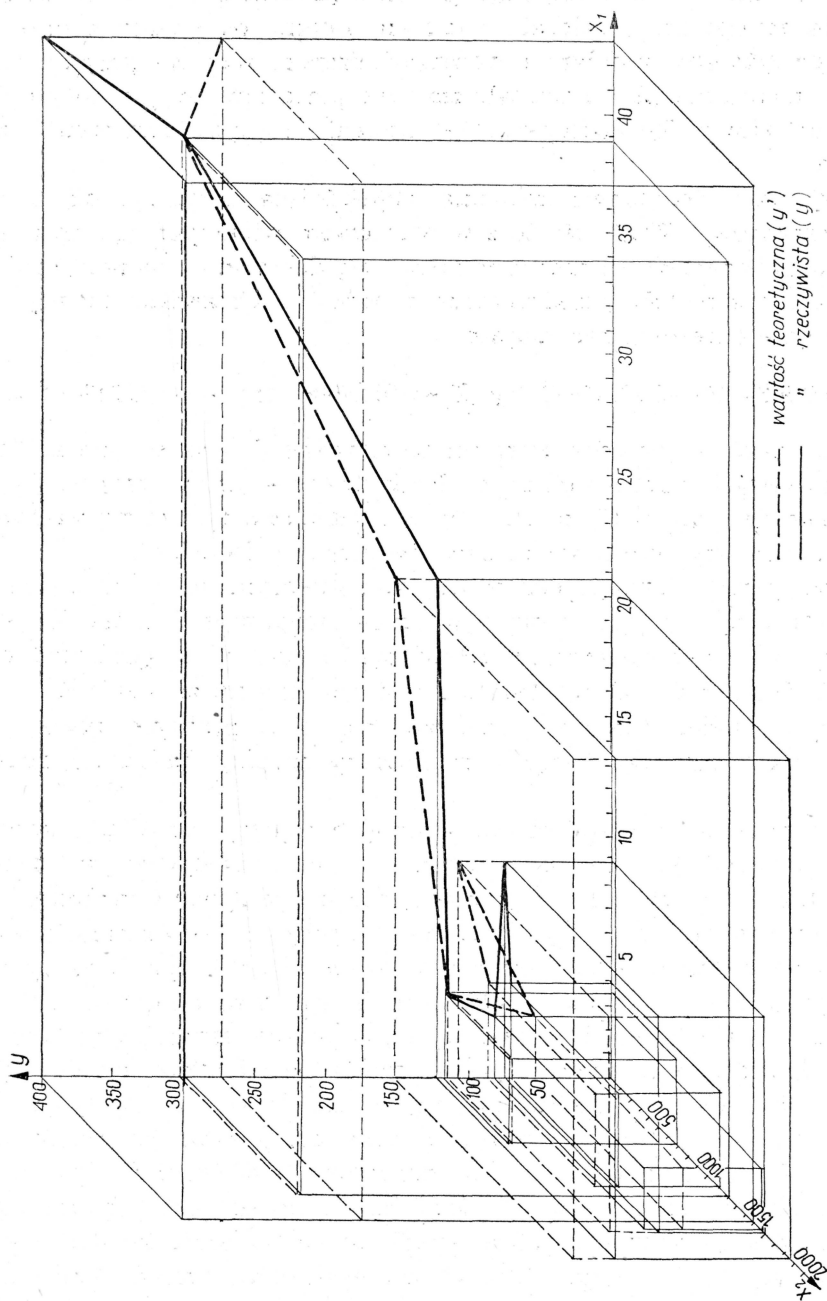
<sup>6</sup> Dochód narodowy został oszacowany na podstawie materiałów statystycznych zawartych w pracach: A. Bodnar, *Kraje RWPG na nowym etapie rozwoju ekonomicznego*, Gospodarka Planowa 1961, nr 5, s. 39; Demografie Yearbook U. N. 1961, D. P. 3; J. Gwiaździński, *O efektywności wykorzystania stali w gospodarce narodowej*, Gospodarka Planowa 1964, nr 3—9, s. 1—12; A. Karpiński, B. Zielińska, *Niektóre problemy rozwoju Polski w latach 1956—1961 na tle innych krajów socjalistycznych*, Gospodarka Planowa 1962, nr 6, s. 4; B. Zielińska, *Porównanie dochodu narodowego Polski i niektórych krajów kapitalistycznych*, Gospodarka Planowa 1959, nr 1—2, s. 63; L. J. Zimmerman, *Arme en rijke landen*, Hague 1960, s. 29—31.

wszystkich krajów pozostałych, a ponadto określenie współczynnika sprwadającego wiele rodzajów transportu do wspólnej podstawy byłoby trudne, zatem W dalszych badaniach można dokonać próby sformułowania funkcji przyjmując odległość podaną w zaokrągleniu w linii prostej między Warszawą a granicami państw pozostałych.



Ryc. 1. Zależność eksportu ( $Y$ ) od dochodu narodowego ( $X_1$ ) i odległości do kraju importera ( $X_2$ ) w 1960 r. (kraje socjalistyczne)

Ważniejszą przyczyną omawianych rozbieżności była jednak prawdopodobnie zbyt mała liczba zmiennych niezależnych ( $X_i$ ) określających wielkość eksportu ( $Y$ ) i tu należy szukać możliwości poprawy określenia rozpatrywanej funkcji. Przede wszystkim należy rozważyć, od czego w znacznym stopniu prócz uwzględnionych czynników zależał eksport do



Ryc. 2. Zależność eksportu ( $Y$ ) od dochodu narodowego ( $X_1$ ) i odległości do kraju importera ( $X_2$ ) w 1960 r. (kraje socjalistyczne)

krajów pozostałych. Otóż, jak wiadomo, w tym czasie Polska dążyła do wyrównania bilansu płatniczego (szczególnie z krajami zachodnimi) drogą zawierania tzw. umów kompensacyjnych, stąd wniosek, że wielkość eksportu do danego kraju zależała w dużym stopniu od wielkości importu. Wobec powyższego w dalszych badaniach import zostanie przyjęty jako zmienna niezależna ( $X_1$ ). Pozostałe zmienne niezależne to, jak dotychczas, dochód narodowy ( $X_2$ ) i odległość ( $X_3$ ). Zmieniły się tylko oznaczenia (sub-Skrypty).

Przyjmując dodatkową zmienną objaśniającą uzyskuje się model czterowymiarowy. Wiąże się to z wystąpieniem większych niż uprzednio trudności obliczeniowych oraz niemożliwością dokonania ilustracji graficznej. Obliczenia zostały przedstawione w tabeli 3. Omawiana funkcja została obecnie określona następująco:

$$\log Y' = 0,50841239 + 0,89216977 \log X_1 + 0,03591460 \log X_2 - 0,12252612 \log X_3$$

Uzyskane przy tej pomocy wartości teoretyczne ( $Y'$ ) są bardzo zbliżone do rzeczywistych wartości eksportu. Rozbieżność — np. na korzyść Włoch, a na niekorzyść np. NRF, można chyba z łatwością tłumaczyć wpływem czynników natury pozaekonomicznej, zwłaszcza politycznej.

Rozpatrywana funkcja eksportu jest pierwszym próbnym modelem ekonometrycznym, wyjaśniającym w uproszczony sposób działanie głównych czynników określających wielkość oraz strukturę geograficzną eksportu. Wybór funkcji Cobb-Douglassa został dokonany ze względu na jej prostotę, a przez to możliwość zastosowania jej w praktyce, ponadto ze względu na nieliniowy związek zachodzący między badanymi zmiennymi.

Dobór zmiennych niezależnych (dochód narodowy, odległość, import) określających wielkość eksportu można uzasadnić rzeczywistymi związkami o charakterze ekonomicznym, łączącymi rozpatrywane zmienne. Wydaje się oczywiste, że im wyższy potencjał gospodarczy (mierzony wielkością dochodu narodowego) reprezentuje dany kraj, tym wyższy jest jego popyt i podaż na rynku światowym, a więc tym większym jest importerem i eksporterem. Działanie to występuje w stosunku do wszystkich możliwych kontrahentów, jednak zależy od odległości między tymi krajami. Im większa jest odległość, tym wyższe koszty transportu obciążają wymieniane dobra, powodując z kolei coraz mniejszą opłacalność wymiany. Te dwie zmienne (dochód narodowy i odległość) wpływają na wielkość eksportu z przeciwnych kierunków. Import przyjęty jako dodatkowa zmienna w modelu cztero wymiarowym w odniesieniu do „krajów pozostałych”, z którymi Polska zawierała tzw. umowy kompensacyjne, w dużej mierze (wprost proporcjonalnie) wyznacza rozmiary eksportu.

Ogólnie można stwierdzić, że rozważane zmienne dość dobrze wyjaśniały kształtowanie się wielkości oraz struktury geograficznej polskiego

eksportu w badanych latach. W przyszłych badaniach, być może, celowe byłoby uwzględnienie w modelu dodatkowych zmiennych niezależnych, takich jak np. potencjał państw uczestniczących w wymianie pod względem posiadanych środków transportu oraz sieci transportowej, zasobów bogactw mineralnych czy naturalnych, rozmiarów inwestycji itp. Interesujące byłoby również dokonanie prób zastosowania na tym polu innego typu funkcji, zwłaszcza o charakterze dynamicznym. Wstępne badania tego rodzaju podjęte przez autora wykazały, że mogą one mieć duże praktyczne znaczenie, są jednak ogromnie obszerne i pracochłonne, dlatego zostanie im poświęcone odrębne opracowanie.

Rozpatrywana w niniejszej pracy funkcja eksportu opiera się na założeniu stałej elastyczności względem zmiennych niezależnych, co jest pewnym uproszczeniem rzeczywistości, poza tym ma ona charakter statyczny. W modelu dynamicznym można rozważać kształtowanie się wymiany między np. Polską a każdym kontrahentem odrębnie w ciągu dłuższego okresu czasu, przy pomocy innej postaci funkcji w stosunku do przedstawionej powyżej. W takim przypadku należałoby wyrugować zmienną „odległość”, bowiem w całym rozpatrywanym okresie między danymi dwoma krajami przyjmuje ona wartość stałą. Na jej miejsce należałoby wprowadzić nową zmienną, np. „dochód narodowy eksportera (Polski)”, ewentualnie inne zmienne niezależne. Ponadto należałoby wprowadzić zmienną nadającą funkcji charakter dynamiczny, tj. „czas”. W tym przypadku funkcja eksportu mogłaby np. przyjąć postać:

$$Y = a_0 X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2} \cdot \dots \cdot X_m^{a_m} \cdot 10^{a_{m+1} t}$$

lub w postaci logarytmicznej:

$$\log Y = \log a_0 + a_1 \log X_1 + a_2 \log X_2 + \dots + a_m \log X_m + a_{m+1} t,$$

gdzie  $Y$  — wielkość eksportu,  $X_1$  — wielkość dochodu narodowego eksportera,  $X_2$  — wielkość dochodu narodowego importera,  $X_{2+1} \dots X_m$  — ew. pozostałe zmienne niezależne,  $t$  — lata badanego okresu,  $a_0, a_1, \dots, a_m, a_{m+1}$  — parametry funkcji szacowane za pomocą metody najmniejszych kwadratów.

Duże trudności oszacowania wartości określających proponowaną postać funkcji wynikają m. in. z braku odpowiednich materiałów statystycznych, ich nieporównywalności wyływającej z odmiennych kryteriów kwalifikacji wartości w krajach socjalistycznych i w krajach pozostałych, a często ze względu na tajność tych materiałów. Jakkolwiek niniejsza praca ma charakter raczej metodologiczny i opiera się na materiałach statystycznych w pewnym stopniu nieaktualnych; wydaje się, że przedstawiona funkcja eksportu może znaleźć zastosowanie w praktyce jako jedno z narzędzi pomocnych w planowaniu rozmiarów transakcji międzynarodowych, zwłaszcza zawieranych z krajami, które w charakterze nowych partnerów wkraczają na rynek światowy.

Kraje socjalistyczne w 1960 r. Zależność eksportu (Y) od dochodu narodowego (X<sub>1</sub>) i odległości do kraju importera (X<sub>2</sub>)

Lp.	Kraj imp.	Eksport w mln zł dewizowych Y	Dochód narodowy w \$ X <sub>1</sub>	Odległość w km X <sub>2</sub>	log Y	log X <sub>1</sub>	log X <sub>2</sub>	log Y log X <sub>1</sub>	(log X <sub>1</sub> ) <sup>2</sup>	log X <sub>1</sub> · log X <sub>2</sub>	(log X <sub>2</sub> ) <sup>2</sup>	log Y log X <sub>2</sub>
1	ZSRR	1560,9	1160,0	1320	3,1933751	3,0644580	3,1205739	9,78596387219580	9,39090283376400	9,56286765244620	9,73798146536121	9,96516298996989
2	NRD	498,6	126,0	560	2,6977523	2,1003705	2,7481880	5,66627934722715	4,41155623727025	5,77221300365400	7,55253728334400	7,41393049783240
3	CSRS	452,2	87,4	780	2,6553306	1,9415114	2,8920946	5,15535463066884	3,76946651632996	5,61503463577844	8,36421117534916	7,67946728947476
4	Węgry	186,0	35,0	900	2,2695129	1,5440680	2,9542425	3,50428224447720	2,38414598662400	4,56155130849000	8,72754874880625	6,70469146347825
5	Bulgaria	110,5	23,0	1660	2,0433623	1,3617278	3,2201081	2,78250324938194	1,85430260129284	4,38491071877518	10,36909617568561	6,579847493464463
6	Rumunia	92,8	48,0	1790	1,9675480	1,6812412	3,2528530	3,30792276057760	2,82657197257744	5,46883048114360	10,58105263960900	6,40014441444400
7	Albania	13,2	1,8	2600	1,1205739	0,2552725	3,4149733	0,28605170088775	0,06516404925625	0,87174877172425	11,66204263971289	3,82672994917687

$$\begin{bmatrix} 7 \\ 11,9486494 & 24,7021102 \\ 21,6030334 & 36,2371566 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15,9474551 \\ 30,4883578 \\ 48,5699741 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 11,9486494 & 4,3063643 & 0 \\ 21,6030334 & -0,6381391 & 0,2297577 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1,7069499 & 3,0861476 & 2,2782078 \\ 0 & 1 & -0,1481851 & 0,7586101 \\ 0 & 0 & 1 & -0,7056404 \end{bmatrix}$$

$$a_2 = -0,7056404$$

$$a_1 + (-0,7056404 \cdot -0,1481851) = 0,7586101 \quad a_1 = 0,6540447$$

$$\log a_0 + (0,6540447 \cdot 1,7069499) + (-0,7056404 \cdot 3,0861476) = 2,2782078 \quad \log a_0 = 3,3394967$$

$$\log Y' = 3,3394967 + 0,6540447 \log X_1 - 0,7056404 \log X_2$$

Eksport	Eksport
empiryczny	teoretyczny
Y	Y'

1560,9	1560,9
498,6	498,6
452,2	452,2
186,0	186,0
110,5	110,5
92,8	92,8
13,2	13,2

-S<sub>y</sub> = 77,8

Zależność eksportu do krajów socjalistycznych ( $Y$ ) od dochodu narodowego ( $X_1$ )

$$r_{YX_1} = \frac{\frac{\sum \log X_1 \log Y}{N} - \frac{\sum \log X_1}{N} \cdot \frac{\sum \log Y}{N}}{\sqrt{\frac{\sum (\log X_1)^2}{N} - \left(\frac{\sum \log X_1}{N}\right)^2} \sqrt{\frac{\sum (\log Y)^2}{N} - \left(\frac{\sum \log Y}{N}\right)^2}}$$

$$r_{YX_1} = \frac{\frac{30,4883578}{7} - \frac{11,94864494}{7} \cdot \frac{15,9474551}{7}}{\sqrt{\frac{24,7021102}{7} - \left(\frac{11,94864494}{7}\right)^2} \sqrt{\frac{38,9792419}{7} - \left(\frac{15,9474551}{7}\right)^2}}$$

$$r_{YX_1} = 0,967550785$$

$$\sigma_{r_{YX_1}} = \frac{1 - r_{YX_1}^2}{\sqrt{N-1}} = \frac{1 - 0,9361545}{\sqrt{7-1}} = \frac{0,0638455}{2,4495} = 0,026064707$$

$$3 \sigma_{r_{YX_1}} < r_{YX_1} ; 0,078194121 < 0,967550785,$$

a więc korelacja jest istotna.

Zależność eksportu do krajów socjalistycznych ( $Y$ ) od odległości do krajów importerów ( $X_2$ )

$$r_{YX_2} = -0,6975405748$$

$$\sigma_{r_{YX_2}} = 0,20960898$$

$$3 \sigma_{r_{YX_2}} < r_{YX_2} ; 0,62882694 < 0,6975805748,$$

a więc korelacja jest istotna.

## ZAŁĄCZNIK 2 DO TABELI 1

Zależność (formalna) między dochodem narodowym ( $X_1$ ) a odległością ( $X_2$ )

$$r_{X_1 X_2} = -0,54012303$$

Współczynnik korelacji wielorakiej

$$R_{Y.X_1 X_2} = \sqrt{\frac{r_{YX_1}^2 + r_{YX_2}^2 - 2 r_{YX_1} \cdot r_{YX_2} \cdot r_{X_1 X_2}}{1 - r_{X_1 X_2}^2}}$$

$$R_{Y.X_1 X_2} = \sqrt{\frac{0,9361545 + 0,4865628 - 2 \cdot 0,9675508 \cdot -0,6975406 \cdot -0,5401230}{1 - 0,2917329}}$$

$$R_{Y.X_1 X_2} = 0,98962$$

$$\sigma_{R_{Y.X_1 X_2}} = \frac{1 - R_{Y.X_1 X_2}^2}{\sqrt{N-1}} = 0,004237599$$

$$3 \sigma_{R_{Y.X_1 X_2}} < R_{Y.X_1 X_2} ; 0,0127127797 < 0,98962,$$

a więc zależność jest istotna.

Kraje pozostałe w 1960 r. Zależność eksportu (Y) od dochodu narodowego (X<sub>1</sub>) i odległości do kraju importera (X<sub>2</sub>)

Lp.	Kraj	Eksport w mln zł dewizowych Y	Dochód narodowy w \$ X <sub>1</sub>	Odległość w km X <sub>2</sub>	log Y	log X <sub>1</sub>	log X <sub>2</sub>	log Y log X <sub>1</sub>	(log X <sub>1</sub> ) <sup>2</sup>	log X <sub>1</sub> log X <sub>2</sub>	(log X <sub>2</sub> ) <sup>2</sup>	log Y log X <sub>2</sub>
1	W. Brytania	395,5	42,950	1492	2,5971465	4,6329632	3,1737688	12,03248415950880	21,46434801255424	14,70395405570816	10,07280839585344	8,24274253072920
2	NRF	299,5	38,830	1214	2,4763968	4,5891674	3,0842187	11,36459946402432	21,06045742522276	14,15399591251038	9,51240498942969	7,63774931918016
3	Włochy	121,8	20,640	1883	2,0856473	4,3147097	3,2748503	8,99896263608881	18,61671979527409	14,13002835545791	10,72464448741009	6,83018268609919
4	Austria	117,2	3,450	686	2,0689276	3,5378191	2,8363241	7,31949157979716	12,51616398432481	10,03440157477031	8,04473440024081	5,86814921303516
5	Finlandia	82,5	2,550	1577	1,9164539	3,4065402	3,1978317	6,52847725179678	11,60451613421604	10,893542223888434	10,22612758152489	6,12849703300963
6	Szwecja	73,3	8,960	1602	1,8651040	3,9523080	3,2046625	7,37146546003200	15,62073852686400	12,66581323605000	10,26986173890625	5,97702884740000
7	Dania	70,9	3,900	1124	1,8506462	3,5910646	3,0507663	6,64579005594452	12,89574496137316	10,95549886280298	9,30717501721569	5,64588906018306
					14,8603223	28,0245722	21,8224224	60,26127060719239	113,77868883982910	87,53723423618408	68,15775661058086	46,33023868963540

$$\begin{bmatrix} 7 & 28,0245722 & 21,8224224 & 14,8603223 \\ 28,0245722 & 113,7786888 & 87,5372342 & 60,2612706 \\ 21,8224224 & 87,5372342 & 68,1577566 & 46,3302387 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 28,0245722 & 1,5820253 & 0 \\ 21,8224224 & 0,1709414 & 0,1081264 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4,0035103 & 3,1174889 & 2,1229031 \\ 0 & 1 & 0,1080522 & -0,4853395 \\ 0 & 0 & 1 & -0,7363058 \end{bmatrix}$$

$$a_2 = -0,7363058$$

$$a_1 = (-0,7363058 \cdot 0,1080522) = 0,4853395 \quad a_1 = 0,5648990$$

$$\log a_0 + (-0,5648990 \cdot 4,0035103) + (-0,7363058 \cdot 3,1174889) = 2,1229031 \quad \log a_0 = 2,1567494$$

$$\log Y' = 2,1567494 + 0,5648990 \log X_1 - 0,7363058 \log X_2$$

log Y'	teoretyczny	empiryczny
N log = 273,5	395,5	395,5
" = 300,8	299,5	299,5
" = 152,3	121,8	121,8
" = 116,6	117,3	117,3
" = 53,3	82,5	82,5
" = 107,1	73,3	73,3
" = 86,9	70,9	70,9

$$S_y = 50,8$$

Zależność eksportu do krajów pozostałych (Y) od dochodu narodowego importerów ( $X_1$ )

$$\underline{r_{YX_1} = 0,8329531}$$

$$\sigma r_{YX_1} = 0,12500065$$

$$3\sigma r_{YX_1} < r_{YX_1} ; 0,37500195 < 0,8329531,$$

a więc korelacja jest istotna.

Zależność eksportu do krajów pozostałych (Y) od odległości do krajów importerów ( $X_2$ )

$$\underline{r_{YX_2} = 0,01283266}$$

$$\sigma r_{YX_2} = 0,40817934$$

$$3\sigma r_{YX_2} > r_{YX_2} ; 1,22453802 > 0,01283266,$$

a więc korelacja jest nieistotna.

Zależność (formalna) między dochodem narodowym ( $X_1$ ) a odległością ( $X_2$ )

$$\underline{r_{X_1X_2} = 0,0244197}$$

Współczynnik  $\underline{R_{Y \cdot X_1 X_2} = 0,83296}$

$$\sigma R_{Y \cdot X_1 X_2} = 0,12497762$$

$$3\sigma R_{Y \cdot X_1 X_2} < R_{Y \cdot X_1 X_2} ; 0,37493286 < 0,83296,$$

a więc zależność jest istotna.

Kraje pozostałe w 1960 r. Zależność eksportu ( $X_1$ ), dochodu narodowego ( $X_2$ ) i odległości do kraju importera ( $X_3$ )

Lp.	Kraj	Eksport $Y$ w mln zł dewizow- wych	Import $X_1$ w mln zł dewizow- wych	Dochód narodowy $X_2$ w mln \$	Odległość $X_3$ w km	$\log Y$	$\log X_1$	$\log X_2$	$\log X_3$	$\log Y \log X_1$	$(\log X_1)^2$
1	W. Brytania	395,5	355,3	42950	1270	2,5971465	2,5505952	4,6329632	3,1038037	6,62426939659680	6,50553587426304
2	NRF	299,5	283,5	38830	667	2,4763968	2,4525531	4,5891674	2,8241258	6,01501670831961	6,01501670831961
3	Włochy	121,8	86,5	20640	840	2,0856473	1,9370161	4,3147097	2,9242793	4,039932399002153	3,75203137165921
4	Austria	117,2	91,5	3450	500	2,0689276	1,9623693	3,5378191	2,6989700	4,06000000616268	3,85089326958249
5	Finlandia	82,5	70,8	2550	1000	1,9164539	1,8500333	3,4065402	3,0000000	3,54550353291487	3,42262321110889
6	Szwecja	73,3	70,3	8960	880	1,8651040	1,8469553	3,9323080	2,9444827	3,444767371785120	3,41124388019809
7	Dania	70,9	54,1	3900	700	1,8506462	1,7331973	3,5910646	2,8450980	3,20753499709526	3,00397288072729
						14,86032230	14,33271960	28,02457220	20,34075950	30,99549869831242	29,96131719585862

c. d. tabeli 3

Lp.	Kraj	Eks- port $Y$ w mln zł de- wizo- wych	Im- port $X_1$ w mln zł de- wizo- wych	Do- chód naro- dowy $X_2$ w mln \$	Odle- głość $X_3$ w km	$\log X_1 \log X_2$	$\log X_1 \log X_3$	$\log Y \log Y_2$	$(\log X_2)^2$	$\log X_2 \log X_3$	$\log Y \log X_3$	$(\log X_3)^2$
1	W. Brytania	395,5	355,3	42950	1270	11,81681369969664	7,91654681896224	12,03248415950880	21,46434801255424	14,37980832212384	8,06103291614205	9,63359740813369
2	NRF	299,5	283,5	38830	667	11,25517673328894	6,92631848557998	11,3645994602432	21,06044742522276	12,96038605485892	6,99365609391744	7,97568653422564
3	Włochy	121,8	86,5	20640	840	8,35766215572617	5,66437608499673	8,99896263608881	18,61671979527409	12,61741626121921	6,09901522649089	8,55140942440849
4	Austria	117,2	91,5	3450	500	6,94250759079363	5,29637586962100	7,31949157979716	12,51616398432481	9,54846761632700	5,58397352457200	7,284439060900000
5	Finlandia	82,5	70,8	2550	1000	6,30221280778866	5,55009900000000	6,52847725179678	11,60451613421604	10,21962060000000	5,74936170000000	9,000000000000000
6	Szwecja	73,3	70,3	8960	880	7,29973620783240	5,43832792852331	7,37146546003200	15,62073852686400	11,63750253107160	5,49176646170080	8,669977837059929
7	Dania	70,9	54,1	3900	700	6,22402364884558	4,93111617183540	6,64579005594452	12,89574496137316	10,21693071133080	5,26526980232760	8,09458262960400
						58,19813266397202	41,72316125951866	60,26127060719239	113,77868883982910	81,58013209693137	43,24407572515078	59,20969342787111

7	14,33271960	28,02457220	20,34085950	14,86032230	7	0	0	0
14,33271960	29,96131719	58,19813266	41,72316125	10,99549870	14,33271960	0	0,61462609	0
28,02457220	58,19813266	113,77868884	81,58013210	60,26127061	28,02457220	0,81694391	0,49616871	0
20,34085950	41,72316125	81,58013210	59,20969343	43,24407573	20,34085950	0,07461476	0,13537398	0,08105012
1	2,04753130	4,00351030	2,90582278	2,12290310				
0	1	1,32916920	0,12172955	0,92499130				
0	0	1	0,09320539	0,02449451				
0	0	0	1	-0,12252612				

$$a_3 = -0,12252612$$

$$a_2 + (0,09320539 \cdot -0,12252612) = 0,02449451 \quad a_2 = 0,03591460$$

$$a_1 + (1,32916920 \cdot 0,03591460) + (0,12172955 \cdot -0,12252612) = 0,92499130 \quad a_1 = 0,89216977$$

$$\log a_0 + (2,04753130 \cdot 0,89216977) + (4,00351030 \cdot 0,03591460) + (2,90582278 \cdot -0,12252612) = 2,12290310 \quad \log a_0 = 0,50841239$$

log Y'	Eksport	
	teoretyczny	empiryczny
log Y' = -0,50841239 + 0,89216977 X <sub>1</sub> + 0,03591460 X <sub>2</sub> - 0,12252612 X <sub>3</sub>	Y'	Y
log Y <sub>1</sub> = -0,50841239 + 2,27556393 + 0,16639102 - 0,38029702 = 2,57007032	N log = 371,6	395,5
log Y <sub>2</sub> = -0,50841239 + 2,18809373 + 0,16481811 - 0,34602918 = 2,51529505	„ = 327,7	299,5
log Y <sub>3</sub> = -0,50841239 + 1,72814721 + 0,15496107 - 0,35830060 = 2,03322007	„ = 107,9	121,8
log Y <sub>4</sub> = -0,50841239 + 1,75076657 + 0,12705936 - 0,33069432 = 2,05654400	„ = 113,9	117,2
log Y <sub>5</sub> = -0,50841239 + 1,65054378 + 0,12234453 - 0,36757836 = 1,91372234	„ = 82,0	82,5
log Y <sub>6</sub> = -0,50841239 + 1,64779769 + 0,14194556 - 0,36077604 = 1,93737960	„ = 86,6	73,3
log Y <sub>7</sub> = -0,50841239 + 1,54630624 + 0,12897165 - 0,34859882 = 1,83509146	„ = 68,4	70,9

$$S_y = 15,8$$

Zależność eksportu do krajów pozostałych ( $Y$ ) od importu ( $X_1$ )

$$\underline{r_{YX_1}=0,9895498} \qquad \sigma r_{YX_1}=0,008487936$$

$$3\sigma r_{YX_1} < r_{YX_1} ; 0,025463808 < 0,9895498,$$

a więc korelacja jest istotna.

Zależność eksportu do krajów pozostałych ( $Y$ ) od dochodu narodowego importerów ( $X_2$ )

$$\underline{r_{YX_2}=0,8329531} \qquad \sigma r_{YX_2}=0,1250066$$

$$3\sigma r_{YX_2} < r_{YX_2} ; 0,37500198 < 0,8329531$$

a więc korelacja jest istotna.

Zależność eksportu do krajów pozostałych ( $Y$ ) od odległości do krajów importerów ( $X_3$ )

$$\underline{r_{YX_3}=0,26686755} \qquad \sigma r_{YX_3}=0,37917195$$

$$3\sigma r_{YX_3} > r_{YX_3} ; 1,13751585 > 0,26686755,$$

a więc korelacja jest nieistotna.

Zależność między eksportem ( $Y$ ) a dochodem narodowym ( $X_2$ ) i importem ( $X_1$ )

$$r_{YX_2 \cdot X_1}=0,1625845$$

Zależność (formalna) między dochodem narodowym ( $X_2$ ), odległością ( $X_3$ ) i importem ( $X_1$ )

$$r_{X_2 X_3 X_1}=0,2141307$$

Zależność między importem ( $X_1$ ) a dochodem narodowym importerów ( $X_2$ )

$$\underline{r_{X_1 X_2}=0,8284822} \qquad \sigma r_{X_1 X_2}=0,12803317$$

$$3\sigma r_{X_1 X_2} < r_{X_1 X_2} ; 0,38409951 < 0,8284822,$$

a więc korelacja jest istotna.

Zależność (formalna) dochodu narodowego ( $X_2$ ) od odległości ( $X_3$ )

$$r_{X_2 X_3}=0,3607507$$

Zależność importu z krajów pozostałych ( $X_1$ ) od odległości ( $X_3$ )

$$\underline{r_{X_1 X_3}=0,2972369}$$

Współczynnik korelacji wielorakiej

$$R_{YX_1 X_2 X_3} = \sqrt{1 - (1 - r_{YX_1}^2)(1 - r_{YX_2 X_1}^2)(1 - r_{X_3 X_2 X_1}^2)}$$

$$R_{YX_1 X_2 X_3} = \sqrt{1 - (1 - 0,9792088)(1 - 0,0026434)(1 - 0,0459520)}$$

$$\underline{R_{YX_1 X_2 X_3} - 0,99005}$$

$$R_{YX_1 X_2 X_3} = 0,00877736$$

$$3\sigma R_{YX_1 X_2 X_3} < R_{YX_1 X_2 X_3} ; 0,024232209 < 0,99005,$$

a więc zależność jest istotna.

## AN ATTEMPT OF ESTABLISH THE EXPORT FUNCTION

## Summary

The aspects on which the volume and geographical structure of export depend as well as an attempt to establish the proper mathematical function are discussed in the article.

It has been stated on the basis of obtained data that the volume of export of a given country to all the other countries is directly proportional to the economic potential (gross national income) of the partners and is reciprocally proportional to the distance between these countries.

As the simplest econometric export model the Cobb-Douglas function has been used:

$$Y = a_0 \cdot X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2}$$

where:  $Y$  — the volume of export,  $X_1$  — gross national income,  $X_2$  — distance,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  — parameters calculated by means of the least-squares method.

The verification of this function by statistical data concerning Polish export shows that the function gives values nearing the real volume of this export.