

ZDZISŁAW BOGUCKI

MODEL EKONOMICZNO-MATEMATYCZNY BRANŻY PRZEMYSŁOWEJ

Część pierwsza

I. WPROWADZENIE

Model ekonomiczno-matematyczny branży przemysłu maszynowego jest próbą zastosowania techniki cyfrowej do zarządzania i ciągłego sterowania rozwojem określonego odcinka gospodarczego. Istnieje możliwość rozszerzenia modelu na inne, podobne branże przemysłu. Algorytm modelu opracowany jest w systemie współpracy „człowiek-komputer”, tzn. że po wypełnieniu części tablic danych wejściowych przez „człowieka” istnieje określony stopień ingerencji tegoż człowieka w czasie realizacji obliczeń, cały zaś ciężar obliczeń i doboru parametrów w określonych ramach spada na „komputer”. Układy sprzężenia zwrotnego pozwalają na obliczenie konsekwencji zmian parametrów lub niedotrzymania wyników obliczeń w praktyce życia gospodarczego.

Model rozwoju branży w układzie wielowariantowym wiąże wzajemnie dla każdego zakładu produkcyjnego branży i dla całej branży następujące relacje: 1. zapotrzebowanie odbiorców, 2. program produkcji, 3. specyfikacje nakładów inwestycyjnych, 4. możliwości produkcyjne, 5. limity nakładów inwestycyjnych. Wielowariantowość obliczeń pozwala na dobór najbardziej odpowiedniego rozwiązania (wariantu) z punktu widzenia: 1. efektywności inwestycji, 2. układu programów produkcyjnych, 3. podziału nakładów inwestycyjnych, 4. kierunków rozwoju branży i przemysłu, 5. wielkości programów zapotrzebowania, 6. możliwości realizacji żądanych przyrostów zdolności produkcyjnych. Model obejmuje wielkie zbiory danych wejściowych wzajemnie ze sobą związanych. Zmiana poszczególnego zbioru w sensie ilości, wartościowości lub doboru elementów zbioru powoduje różnice ilościowe i rodzajowe w innych zbiorach.

Dla obliczenia masowych i wielokryteriowych zagadnień wynikła konieczność „modyfikacji” rachunku macierzowego i wprowadzenia do modelu teorii macierzy przestrzennych wielowymiarowych oraz rachunku elementów macierzy. Określone relacje modelu są ujęte w formie macierzy wielowymiarowych przestrzennych, obejmujących wielkie zbiory

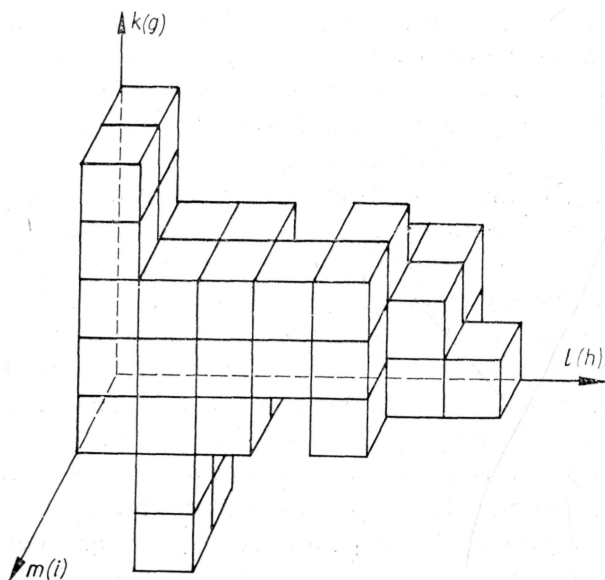
danych wejściowych lub pośrednich. Poszczególne zaś macierze są powiązane z innymi macierzami za pomocą analitycznych zależności funkcjonalnych (rachunek elementów macierzy).

W wyniku obliczeń otrzymuje się układy optymalnych, dla przyjętych kryteriów optymalności, zależności: 1. programu produkcji, 2. możliwości produkcyjnych, 3. nakładów inwestycyjnych, w układzie dla każdego zakładu produkcyjnego branży i dla całej branży.

W części drugiej omówiony zostanie zarys rachunku macierzy przestrzennych wielowymiarowych oraz rachunek elementów macierzy w ujęciu umożliwiającym śledzenie realizacji modelu ekonomiczno-matematycznego branży przemysłu. Z braku miejsca podano tylko ogólny zarys. Następnie opisane będą zależności związane z programem produkcji oraz relacje: 1. program produkcji, 2. możliwości produkcyjne, 3. nakłady inwestycyjne¹.

II. ZARYS RACHUNKU MACIERZY PRZESTRZENNYCH WIELOWYMIAROWYCH

Poniżej przedstawiony będzie zarys rachunku macierzy przestrzennych wielowymiarowych począwszy od macierzy trójwymiarowych. Na podstawie tych macierzy wprowadzono definicje macierzy przestrzennych



Ryc. 1. Macierz przestrzenna trójwymiarowa

¹ W opracowaniu niniejszym zawarte są fragmenty pracy doktorskiej pisanej pod kierunkiem prof. dra inż. S. Chajtmiana w Katedrze Organizacji Ekonomiki i Planowania w Przemysle Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej. Model ekonomiczny był również omawiany na seminariach naukowych w Zakładzie Ekonometrii Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Poznaniu.

oraz szereg definicji szczególnych przypadków macierzy przestrzennych, takich jak macierze trójwymiarowe foremne oraz macierze dwuwymiarowe płaskie, zwane po prostu macierzami i znane z algebry wyższej. Ograniczymy się do omówienia tylko tych elementów rachunku, które znajdują zastosowanie w modelu ekonomiczno-matematycznym branży przemysłu.

W modelu branży poszczególne zbiory danych wejściowych zestawia się w formie tablic macierzy przestrzennych trój-, cztero- i pięciowymiarowych. Z tych tablic drogą rachunku elementów macierzy przelicza się, analizuje i bilansuje dane, zestawiając je w formie tablic danych wynikowych również wielowymiarowych.

Zbiór k, l, m liczb rozmieszczonych w postaci bryły przestrzennej, zawierającej określone ilości wierszy w kierunku osi k

$$h=l' \dots 0 \dots l''$$

oraz

$$i=m' \dots 0 \dots m''$$

w kierunku osi l

$$i=m' \dots 0 \dots m''$$

oraz

$$g=k' \dots 0 \dots k''$$

a w kierunku osi m

$$g=k' \dots 0 \dots k''$$

oraz

$$h=l' \dots 0 \dots l''$$

nazywa się macierzą przestrzenną trójwymiarową.

Macierz przestrzenną trójwymiarową można w skrócie zapisać:

$$A=[a_{ghi}] \quad \text{dla} \quad \begin{array}{l} g(k' \dots 0 \dots k'') \\ h(l' \dots 0 \dots l'') \\ i(m' \dots 0 \dots m'') \end{array}$$

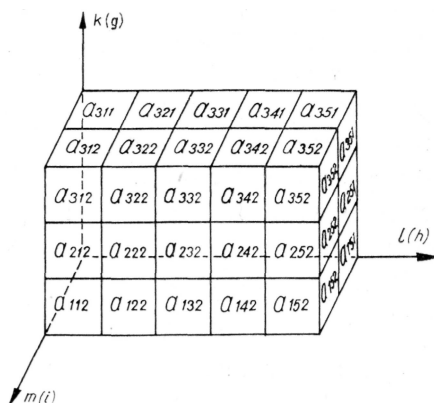
Liczba a_{ghi} nazywa się elementem macierzy. Elementami macierzy mogą być liczby rzeczywiste, zespolone, operatory, podmacierze, bloki, funkcje jednej lub wielu zmiennych itd.

Wskaźniki bieżące (indeksy) elementów w poszczególnych wierszach macierzy oznaczono:

$$\begin{array}{ll} g(k' \dots -2 \dots 0 \dots 2 \dots k'') & \text{w kierunku osi } k \\ h(l' \dots -2 \dots 0 \dots 2 \dots l'') & \text{w kierunku osi } l \\ i(m' \dots -2 \dots 0 \dots 2 \dots m'') & \text{w kierunku osi } m \end{array}$$

Oznaczenia osi współrzędnych, jak i wskaźników początkowych oraz końcowych elementów poszczególnych wierszy macierzy pokrywają się i są oznaczone odpowiednio jak wyżej: k, l, m . Ilość elementów w poszczególnych wierszach macierzy może być różna.

Tytułem ilustracji powyższych definicji pokazano na rycinie 1 przykład macierzy przestrzennej trójwymiarowej, narysowanej w układzie współrzędnych prostokątnych k l m .



Ryc. 2. Macierz prostopadłościenną

Z kolei omówimy kilka szczególnych przypadków macierzy przestrzennych trójwymiarowych.

Gdy zbiór liczb k , l , m jest rozmieszczony w postaci prostopadłościannu, zawierającego wiersze:

$$g = k' \dots -2 \dots 0 \dots 2 \dots k''$$

$$h = l' \dots -2 \dots 0 \dots 2 \dots l''$$

$$i = m' \dots -2 \dots 0 \dots 2 \dots m''$$

a ilość elementów w poszczególnych wierszach macierzy przybiera tę samą wielkość, to macierz taką nazywa się macierzą prostopadłościenną. Dla macierzy prostopadłościennej:

$$k \neq l \neq m$$

lub

$$k \neq l = m$$

lub

$$k = l \neq m$$

Przykład tej macierzy podano na rycinie 2. W tym przypadku macierz posiada następującą ilość elementów:

$$k = 1, 2, 3$$

$$l = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$m = 1, 2$$

Gdy w przypadku macierzy prostopadłościennej

$$k = l = m$$

to macierz taką nazywa się macierzą sześcienną.

W szczególności macierze, które charakteryzują się zbiorem liczb, rozmieszczonych w postaci:

$$k \times l \times a$$

lub

$$k \times a \times m$$

lub

$$a \times l \times k$$

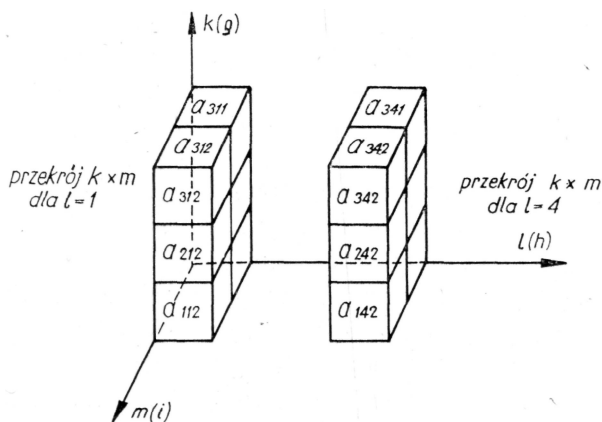
gdzie a jest skalarem

$$k = g' \dots 0 \dots g''$$

$$l = h' \dots 0 \dots h''$$

$$m = i' \dots 0 \dots i''$$

nazywa się przekrojem płaskim macierzy przestrzennej lub macierzą płaską lub po prostu macierzą. Dla ilustracji zaznaczono na rycinie 3 przekroje płaskie macierzy prostopadłościowej.



Ryc. 3. Przekroje płaskie macierzy -prostopadłościowej

Należy podkreślić, że macierz nie jest liczbą, lecz zbiorem liczb w odpowiednio uporządkowanych elementach. Ze zbiorem tym nie można kojarzyć żadnej wartości liczbowej. Do wartości liczbowych dochodzi się dwoma ściśle określonymi drogami: 1. za pomocą obliczania wyznacznika danej macierzy; teoria wyznaczników jest znana z algebry i nie będzie w tym miejscu omawiana; 2. za pomocą rachunku elementów macierzy, który zostanie pokrótce omówiony w następnym rozdziale.

Macierz przestrzenną trójwymiarową można określać różnymi sposobami i przedstawiać w postaci: 1. rysunku aksonometrycznego macierzy; 2. rozwinięcia macierzy; 3. układu przekrojów płaskich; 4. zapisu tabelarycznego. Przykłady rysunków macierzy podano na rycinie 1 i 2 oraz dwóch przekrojów macierzy na rycinie 3.

Macierz uwidoczniiona na rycinie 2 posiada następujące rozwinięcie:

			k	przekrój $k \times l$				
			a_{311}	a_{321}	a_{331}	a_{341}	a_{351}	
			a_{211}	a_{221}	a_{231}	a_{241}	a_{251}	
			a_{111}	a_{121}	a_{131}	a_{141}	a_{151}	
a_{311}	a_{211}	a_{111}	a_{111}	a_{121}	a_{131}	a_{141}	a_{151}	
a_{312}	a_{212}	a_{112}	a_{112}	a_{122}	a_{132}	a_{142}	a_{152}	
przekrój $m \times k$				przekrój $l \times m$				
$h=1$			m	$g=1$				

Ta sama macierz w układzie przekrojów płaskich przyjmie następującą postać:

$$A = [a_{ghi}] = \begin{cases} \begin{bmatrix} a_{311} & a_{321} & a_{331} & a_{341} & a_{351} \\ a_{211} & a_{221} & a_{231} & a_{241} & a_{251} \\ a_{111} & a_{121} & a_{131} & a_{141} & a_{151} \end{bmatrix} & i=1 \\ \begin{bmatrix} a_{312} & a_{322} & a_{332} & a_{342} & a_{352} \\ a_{212} & a_{222} & a_{232} & a_{242} & a_{252} \\ a_{112} & a_{122} & a_{132} & a_{142} & a_{152} \end{bmatrix} & i=2 \end{cases}$$

Omawianie macierzy przestrzennych wielowymiarowych zostanie ograniczone do kilku stwierdzeń, koniecznych do śledzenia analizy modelu.

Podobnie jak dla macierzy trójwymiarowej, zbiór k, l, m, n, \dots liczb rozmieszczonych w postaci uporządkowanej w bryle przestrzennej, spełniającej analogiczne warunki, nazywa się macierzą przestrzenną wielowymiarową. Macierz wielowymiarową (powyżej 3 wymiarów) można określić trzema sposobami: 1. jako rozwinięcie macierzy, 2. jako układy przekrojów płaskich oraz 3. jako zapis tabelaryczny.

III. RACHUNEK ELEMENTÓW MACIERZY

Algebra macierzy płaskich umożliwia przeprowadzenie działań na macierzach, jak np. dodawanie i odejmowanie, mnożenie macierzy przez liczbę, mnożenie macierzy przez macierz itp. Za pomocą elementów dwóch macierzy wykonuje się działania arytmetyczne między macierzami, traktując je jako w pewnym sensie wyodrębnione, zamknięte zbiory liczbowe.

Rachunek elementów macierzy rozszerza znacznie możliwości wykonywania działań matematycznych, dodając do znanych właściwości algebry macierzy płaskich zasady przeprowadzania działań określonych elementami macierzy z określonymi elementami innej macierzy. Niech

$$A = [a_{ghij} \dots],$$

gdzie

$$\begin{aligned} g(k' \dots 0 \dots k'') \\ h(l' \dots 0 \dots l'') \\ i(m' \dots 0 \dots m'') \\ j(n' \dots 0 \dots n'') \end{aligned}$$

będzie dowolną macierzą przestrzenną wielowymiarową. Nazwijmy macierz A macierzą pierwotną w stosunku do macierzy B :

$$B = [b_{GHJ} \dots]$$

gdzie

$$\begin{aligned} G(K' \dots 0 \dots K'') \\ H(L' \dots 0 \dots L'') \\ I(M' \dots 0 \dots M'') \\ J(N' \dots 0 \dots N'') \end{aligned}$$

która jest również macierzą przestrzenną wielowymiarową dowolnej (większej albo mniejszej) wymiarowości. Macierz B nazywamy macierzą wtórną w stosunku do macierzy A . Każdy element macierzy wtórnej B wylicza się za pomocą określonych zależności funkcjonalnych z elementów macierzy pierwotnej A :

$$b_{GHJ} \dots = f(a_{ghij} \dots)$$

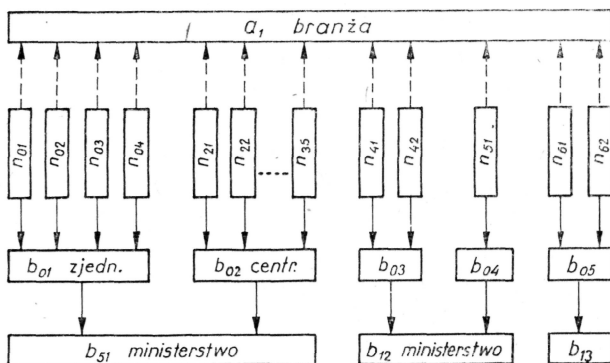
Z powyższej definicji wynika, że: 1, z jednej macierzy pierwotnej można utworzyć jedną lub dowolną ilość macierzy wtórnych, oraz 2. na jedną macierz wtórną składa się jedna macierz lub dowolna ilość macierzy pierwotnych.

IV. ALGORYTM GŁÓWNY MODELU EKONOMICZNO-MATEMATYCZNEGO BRANŻY PRZEMYSŁU CIĘŻKIEGO

Branża przemysłu ciężkiego stanowi skomplikowany układ organizacyjny i składa się z kilkunastu do kilkudziesięciu zakładów produkcyjnych, które są zarządzane przez jedno lub kilka (kilkanaście) zjednoczeń (zrzeszeń, zarządów itp.). Częstość się zdarza, że zakłady określonej branży są zgrupowane w jednym resorcie, chociaż jest szereg przypadków, w których zakłady produkcyjne znajdują się w kilku różnych resortach. Takie zależności organizacyjne komplikują niezmiernie sterowanie zarządzaniem i rozwojem branży.

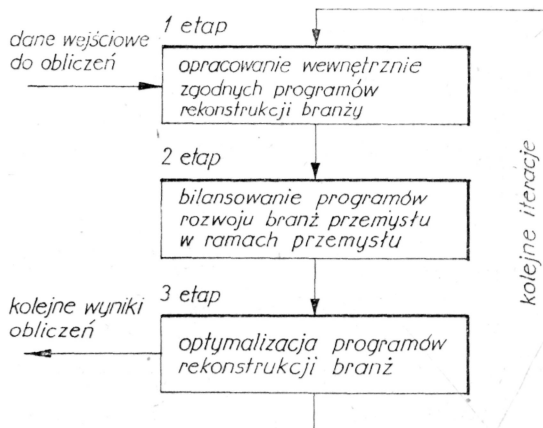
Na rycinie 4 pokazano przykładową strukturę branży przemysłu ciężkiego. Określonymi jednostkami organizacyjnymi są przedsiębiorstwa produkcyjne, jednostki nadrzędne (zjednoczenia), no i cała branża, obejmująca kilka zjednoczeń. Przedmiotem działania jest zapotrzebowanie od-

biorców i budowany na tej podstawie program produkcji oraz program przedsięwzięć inwestycyjnych zapewniających pokrycie zapotrzebowania na podstawie przyjętych kryteriów optymalizacji.



Ryc. 4. Struktura branży przemysłu ciężkiego

Pod pojęciem „zarządzanie branżą” rozumie się planowanie, organizowanie, koordynację i podejmowanie decyzji w zakresie produkcji i nakładów inwestycyjnych. Jest to również bazą do innych czynności, takich jak planowanie kosztów produkcji, kooperacja, zapotrzebowanie materiałowe itd.



Ryc. 5. Etapy opracowywania programów rozwoju przemysłu

Optymalizacja wariantowych programów w ramach jednej branży i z punktu widzenia potrzeb tej branży nie jest rozwiązaniem optymalnym i prawidłowym dla całej gałęzi przemysłu. Rozwój i interesy jednej branży mogą być w sprzeczności z potrzebą całego przemysłu. Wydaje się, że opracowywanie programów rozwoju przemysłu winno przebiegać w trzech etapach (patrz rycina 5):

1 etap — opracowywanie wewnętrznie zgodnych programów rozwoju i rekonstrukcji branży (dla każdej branży osobno) za pomocą jednolitych

metod badawczych z określeniem przybliżonych i porównywalnych wskaźników;

2 etap — bilansowanie i analizowanie programów rozwoju branż w skali całego przemysłu, przy uwzględnieniu optymalizacji międzybranżowej i międzygałęziowej;

3 etap — na podstawie założeń wzrostu przemysłu oraz danych uzyskanych z 2 etapu obliczeń, optymalizacja programów poszczególnych branż.

Dla umożliwienia realizacji powyższych celów została podjęta próba opracowania niniejszego modelu branży.

Algorytm modelu branży składa się z dwóch części. Część pierwsza, omawiana w niniejszym opracowaniu, składa się z następujących układów:

1. na podstawie zapotrzebowania odbiorców — opracowanie programów produkcji: obliczenia dla parametrów charakteryzujących wyroby w rozbiciu na wyroby, zakłady produkcyjne i warianty podziału programu produkcyjnego;

2. ustalenie zapotrzebowania na możliwości produkcyjne, konieczne do realizacji obliczonych poprzednio programów produkcyjnych: obliczenia dla parametrów charakteryzujących zakłady produkcyjne w rozbiciu na te zakłady i warianty programu produkcji;

3. analiza struktury przedsięwzięć inwestycyjnych, koniecznych do uzyskania obliczonych poprzednio zapotrzebowań możliwości produkcyjnych: obliczenia dla parametrów charakteryzujących poszczególne przedsięwzięcia inwestycyjne w rozbiciu na te przedsięwzięcia, zakłady produkcyjne i wersje rozdziału nakładów inwestycyjnych;

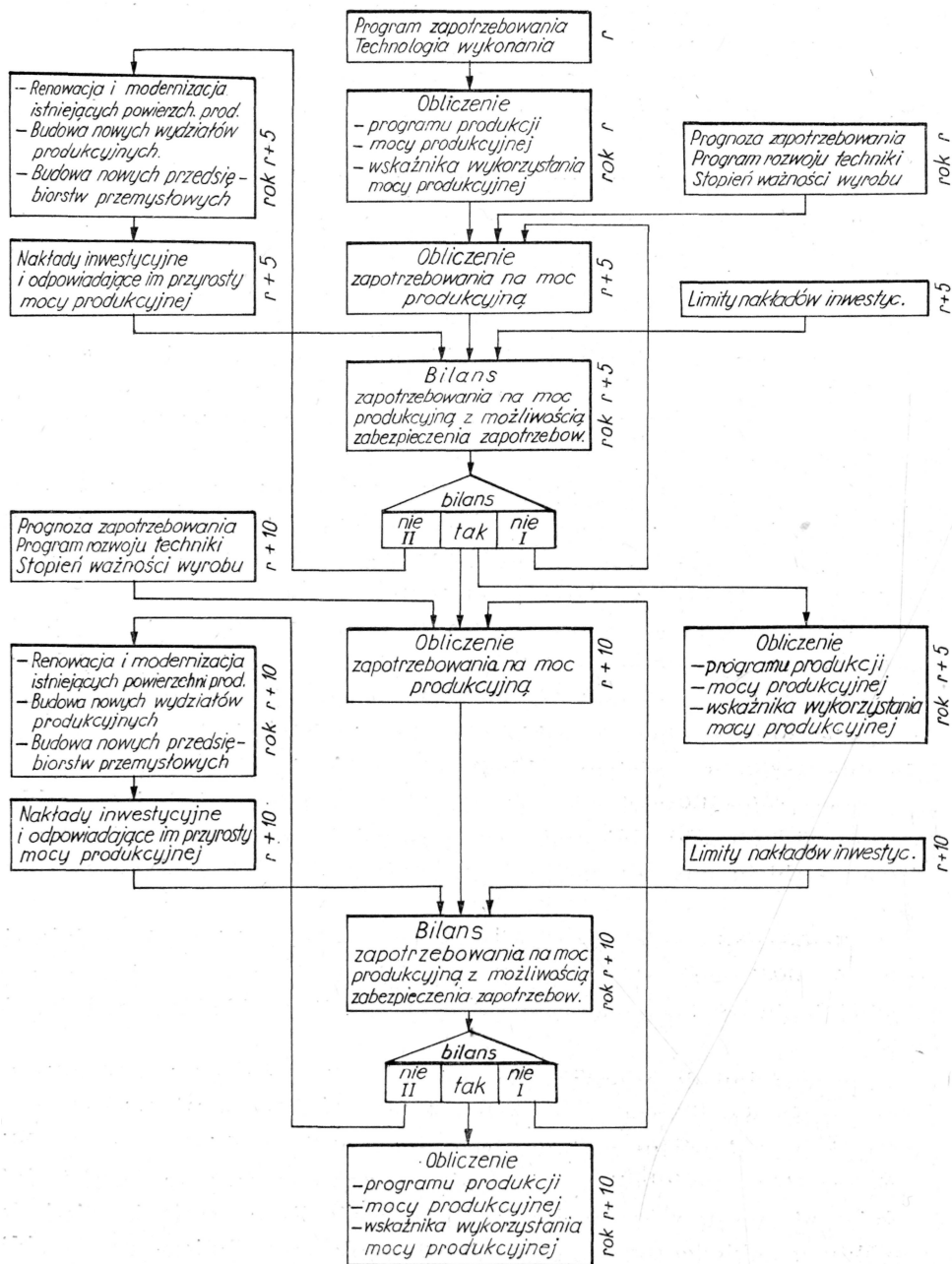
4. wprowadzenie kryteriów ograniczających w postaci limitów nakładów inwestycyjnych; obliczenia dla parametrów charakteryzujących limity w rozbiciu na rodzaje limitów inwestycyjnych i zakłady produkcyjne;

5. bilansowanie zapotrzebowania na przyrosty możliwości produkcyjnych z możliwościami realizacji przedsięwzięć inwestycyjnych przy uwzględnieniu kryteriów ograniczających (limity nakładów inwestycyjnych).

W przypadku niezbilansowania się następuje ciąg kolejnych obliczeń aż do uzyskania bilansu w ramach założonych tolerancji obliczeń.

Część druga modelu, kontynuująca pracę powinna objąć m. in.: 1. obliczanie kosztów produkcji, 2. ustalanie programów nowych uruchomień, 3. obliczanie programów modernizacji technologii, 4. ustalanie wielkości i struktury zakładowego i centralnego zaplecza technicznego, 5. obliczanie wielkości i struktury zatrudnienia, 6. obliczanie lokalizacji nowych zakładów produkcyjnych, 7. ustalanie kierunków specjalizacji i koncentracji produkcji, 8. ustalanie wskaźników koordynacji międzybranżowej, itd.

Krótki opis schematu blokowego



Ryc. 6. Schemat algorytmu głównego modelu ekonomiczno-matematycznego branży

Na rycinie 6 pokazano schemat blokowy algorytmu głównego modelu ekonomiczno-matematycznego branży w przekroju trzech kolejnych lat kontrolnych. Obliczenie prowadzi się na podstawie danych roku bazowego, oznaczonego symbolem r , a następnie przelicza się wzajemnie ze sobą związane relacje: 1. program produkcji a moce produkcyjne, 2. moc produkcyjna a nakłady inwestycyjne, 3. nakłady inwestycyjne a program produkcji.

Do obliczeń jako dane wejściowe wypełniane przez człowieka potrzebne są następujące zbiory liczb ujętych w formie czterowymiarowych macierzy: 1. moc zainstalowana i technologia wykonania wyrobu w rozbiciu na poszczególne stanowiska produkcyjne dla każdego wyrobu i każdego przedsiębiorstwa produkcyjnego, oraz 2. program zapotrzebowania wyrobów w rozbiciu na wyroby i w ujęciu kilku wariantów zapotrzebowania.

Na podstawie tych danych, w wyniku zbilansowania z możliwościami produkcyjnymi (zainstalowana moc produkcyjna), otrzymujemy dla każdego przedsiębiorstwa należącego do analizowanej branży: 1. program produkcji poszczególnych wyrobów, 2. moc produkcyjną każdego przedsiębiorstwa, 3. wskaźnik wykorzystania mocy produkcyjnej.

Dalsze obliczenia są prowadzone dla wyprzedzenia czasowego 5 i 10 lat (tzw. lata kontrolne $r+5$ i $r+10$) w stosunku do roku bazowego r . Do obliczeń jako dane wejściowe wypełniane przez człowieka potrzebne są maszyni zbiory liczb ujętych w formie wielowymiarowych macierzy: 1 program rozwoju technologii wytwarzania wyrobów, 2. prognoza zapotrzebowania na poszczególne wyroby w ujęciu wariantowym, 3. kryteria określające stopień ważności wyrobu, 4. specyfikacja możliwych do zrealizowania zadań i przedsięwzięć inwestycyjnych, 5. kryteria określające stopień ważności przedsięwzięcia inwestycyjnego, 6. limity nakładów inwestycyjnych w kilku różnych wersjach.

Jako dane wejściowe są automatycznie wprowadzane przez komputer wyniki obliczeń roku bazowego r . Na podstawie tych danych i w wyniku zbilansowania z możliwościami zabezpieczenia przyrostu mocy produkcyjnych w przekrojach poszczególnych przedsiębiorstw przemysłowych otrzymujemy dla każdego przedsiębiorstwa: 1. program produkcji poszczególnych wyrobów, 2. moc produkcyjną każdego przedsiębiorstwa, 3. wskaźnik wykorzystania mocy produkcyjnej, 4. specyfikację zadań i przedsięwzięć inwestycyjnych, koniecznych do uzyskania zaplanowanych mocy produkcyjnych, 5. specyfikację nakładów inwestycyjnych z uwzględnieniem wskaźnika produktywności nakładów.

Obliczenia są wykonywane w przekroju poszczególnych przedsiębiorstw oraz sumowane dla poszczególnych zjednoczeń, ministerstw i dla całej branży. W obliczeniach dla roku kontrolnego $r+10$ wykorzystuje się wyniki obliczeń z roku $r+5$.

Dokładny mechanizm obliczeń i działania modelu będzie omówiony w drugiej i trzeciej części opracowania.

A MATHEMATICAL MODEL OF DEVELOPMENT PLANNING OF AN INDUSTRY

S u m m a r y

The paper, the second part of a large work, presents an application of computing techniques to managing and controlling the process of machine industry development. A mathematical model of the economics of industry has been designed which makes it possible to trace out the consequences of various feasible

decisions taken up for managing and developing the branch of industry. It is the feed-back-type model assuming close collaboration between "man and computer".

The method of computing the rate of production and the productivity as well as productivity requirements have been described in this paper. It concerns a period of three successive years in several sections of accuracy for 1m variations. The pattern of the tables have been carried out in the form of multidimensional matrices which are linked by applying the rules of matrix element calculus.

The results of computing i. e. the requirements of the productivity increase, are balanced with the supply possibilities of the requirements concerned. The balancing will be presented in the third part of the work to be published in the next issue of this journal.