

AUGUSTYN WOŚ

O NIEKTÓRYCH KONCEPCJACH BADANIA ELASTYCZNOŚCI POPYTU

Koncepcja współczynnika elastyczności popytu wywodzi się od A. Cournota, który w 1838 r. w pracy *Recherches sur les principes mathématique de la théorie de richesses*¹ pierwszy sformułował matematyczną formułę współczynnika η .

Cournot, jakkolwiek sam nie jest zaliczany do szkoły matematycznej w ekonomii politycznej, pierwszy zastosował elementy matematyki wyższej (rachunek różniczkowy i całkowy oraz geometrię analityczną) do ekonomii w sposób naukowy, traktując ją jako pewną metodę badań i rozważań. W tym znaczeniu Cournot jest prekursorem szkoły matematycznej.

Cournot dał w pewnym stopniu podstawy metodzie równowag cząstkowych. Jakkolwiek zdaje sobie sprawę, że wszystkie ceny i ilości towarów są współzależne na rynku, to twierdzi, że ten związek nie daje się ująć matematycznie. Od strony ilościowej dają się ująć tylko pojedyncze związki między ilością a ceną towaru, co jak wiadomo, wyznaje szkoła neoklasyczna.

Cournot zakłada, że współzależności wyrażają się we wtórnych skutkach zjawiska, które się kompensują. Logiczną konsekwencją tego jest założenie, że w badaniach (bez większego błędu) rozpatrywać można wyłącznie związek między popytem a ceną, traktując dochody konsumentów, ceny i ilości innych towarów jako stałe.

Cournot był pierwszym ekonomistą, który w związku podaży, popytu i ceny dostrzegał problem elastyczności popytu i podaży, ale jeszcze wówczas nie umiał go sformułować. Wyraża się to w krytyce klasycznego prawa podaży i popytu. Prawo to (w swej klasycznej postaci) mówi o istnieniu związku między efektywnym popytem (Cournot utożsamia go ze zbytem — „sales”, mówiąc zamiennie

¹ A. A. Cournot, *Recherches sur les principes mathématique de la théorie des richesses*, Paryż 1838.

o prawie popytu „the law of demand” i o prawie zbytu „the law of sales)², efektywną podażą a ceną, co według niego jest truizmem. Chodzi mianowicie o to, że przecież właśnie efektywny popyt i sprzedaż są efektywne i określone przy danej cenie. Drugie twierdzenie zawarte w klasycznym prawie podaży i popytu, że związek między popytem a ceną jest wprost proporcjonalny, a między podażą i ceną odwrotnie proporcjonalny — nie znajduje potwierdzenia w praktyce. Reakcja ceny na zmiany popytu i podaży może być niestety różna, co zależy od elastyczności popytu na dane dobro.

Jak już wspomnieliśmy, Cournot zakłada niezmiennosc cen wszystkich produktów poza badanym. Przy tym założeniu popyt efektywny (D) jest funkcją ceny (p). Zapisać to możemy jako: $D=F(p)$. Gdy znamy formę i charakter tej funkcji, przy założeniu, że popyt jest funkcją ceny, to rzeczywiście znamy prawo popytu, czyli prawo sprzedaży. Kierunek zmian efektywnego popytu i ceny jest przeciwny, stąd gdy przyrost popytu oznaczyć przez dD , a przyrost ceny przez dp , to

$$\frac{dD}{dp} < 0.$$

Sformułowane przez Cournota prawo popytu scharakteryzować można następująco:

1. Funkcja $F(p)$, która określa prawo popytu, jest funkcją ciągłą. Inaczej może być tylko wówczas, gdy mamy do czynienia z bardzo wąską grupą konsumentów. W całym społeczeństwie nieciągłość funkcji popytu indywidualnych konsumentów kompensuje się wobec masowości zjawiska i związek między popytem a ceną występuje w formie funkcji ciągłej. Wynika stąd wniosek, że przy tego rodzaju badaniach dysponować musimy licznymi obserwacjami.
2. Prawo popytu lub krzywa popytu odnosić się musi do danego kraju lub danego rynku.
3. Prawo popytu odnosi się do danego momentu lub okresu. W większości badań statystycznych za podstawę brany jest okres roku jako naturalna jednostka czasu, co wynika także z faktu, że większość produktów rolnych jest sprzedawana w skali roku. Możliwe jednak, że popyt na określone dobro jest w pewnym okresie elastyczny, a w drugim okresie nieelastyczny, co wymaga często znajomości danych miesięcznych odnośnie do kształtowania się popytu, produkcji i cen.

² Ibidem, s. 47.

4. Krzywa popytu może reprezentować dwie różne kategorie cen, co ma szczególnie duże znaczenie w rolnictwie. Mianowicie: cena może być: a) funkcją ilości zapotrzebowanych (tzw. kwot popytu) wyłącznie przez nabywców, b) funkcją popytu ze strony zarówno nabywców, jak i sprzedawców. Na przykład krzywa popytu na ziemniaki reprezentuje: a) ilości, które zostałyby kupione przy danej cenie, b) ilości, które zostałyby kupione po każdej cenie nie tylko przez konsumentów, ogólnie przez nabywców, ale także ilości zatrzymane przez producentów-chłopów na ich własną konsumpcję lub na spasanie. Są to, jak widać, dwie różne koncepcje krzywej popytu, przy czym pierwsza jest ogólniejsza, druga występuje rzadziej, w szczególności w stosunku do płodów rolnych. Właśnie poziom ceny decyduje, jak ogólna podaż ziemniaków rozdzieli się na popyt konsumpcyjny ze strony nabywców i popyt ze strony gospodarstwa rolnego. Przy każdej cenie krzywa popytu będzie inna, inna również będzie elastyczność popytu w odniesieniu do poszczególnych rodzajów krzywych. Szczególna sytuacja gospodarstwa rolnego, w odróżnieniu od wszystkich innych jednostek produkujących, polega tu na tym, że gospodarstwo rolne zgłasza określony popyt na własną produkcję, przy czym (co jest tu najistotniejsze) popyt ten nie jest zależny tylko od naturalnych warunków gospodarstwa (wielkość rodziny, nawyki konsumpcyjne, obsada inwentarza podstawowego itp. czynniki), ale w znacznym stopniu od warunków rynkowych, a przede wszystkim od absolutnego poziomu i relacji cen. Zostało bowiem dowiedzione, że w okresach szczególnie korzystnych bądź szczególnie niekorzystnych dla rolnictwa cen, następowało kurczenie się samozaopatrzenia gospodarstwa na rzecz części rynkowej produkcji. W tej sytuacji popyt na własną produkcję jest pochodną ogólnego popytu rynkowego i ogólnych warunków na tym rynku istniejących.

Problemy elastyczności popytu Cournot ściśle wiąże z zagadnieniami maksymalizacji dochodów, co znalazło ostateczne sformułowanie w znanym twierdzeniu na punkt Cournota³. Warunki maksy-

³ Jest to punkt oznaczający maksimum sprzedaży, co zachodzi, gdy spełniają się następujące warunki:

1) pierwsza pochodna funkcji $pF(p)$ równa jest zeru, tj.

$$F(p) + pF'(p) = 0 ;$$

2) druga pochodna funkcji $pF(p)$ jest ujemna, tj.

$$2F''(p) + pF'''(p) < 0 .$$

malizacji dochodu brutto Cournot wyprowadza z relacji xy , tj. stosunku między określonym poziomem cen a rozmiarami popytu, sugerując jednocześnie, że statystyki handlowe powinny grupować i dzielić wszystkie dobra według stopnia ich ważności gospodarczej na dwie grupy, w zależności od tego, czy ich ceny znajdują się poniżej, czy też powyżej poziomu, który zapewnia maksimum dochodu. Twierdzi, że wiele problemów ekonomicznych ma różne rozwiązania, w zależności od tego, czy dany artykuł należy do tej czy innej kategorii. Warunki, w których dochód brutto jest maksymalnie wysoki, istnieją przy elastyczności równej 1.

*

Badania bibliograficzne wykazały, że jakkolwiek powstanie koncepcji statystycznego badania elastyczności popytu⁴ przypada na lata 1910–1914, to istotne elementy tej teorii zostały wyłożone znacznie wcześniej, bo w 1891 r. przez dwu amerykańskich businessmenów: Artura B. i Henry Farquahr, w ich książce *Economic and Industrial Delusions*⁵. Ciekawe jest, że wielu późniejszych autorów doszło do analogicznych wyników jak bracia Farquahr, nie znając ich pracy. Praca ta została „odkryta” dopiero w latach dwudziestych.

Te same istotne myśli, ale znacznie szersze i dokładniejsze, zostały zawarte w nieco późniejszej pracy włoskiego ekonomisty R. Beniniego, *Sull'uso delle formule empiriche nell'economia applicata*⁶ i drugiej jego pracy *Una possibile creazione del metodo statistico: L'economia politica induttiva*⁷. Benini dochodzi do określenia popytu na kawę we Włoszech, traktując go jako funkcję cen kawy i cen cukru. W badaniach swych używa metody korelacji wielorakiej, ustalając najpierw zależności między: popytem na kawę a ceną kawy, ceną kawy i ceną cukru, popytem na kawę a ceną cukru — i wykorzystuje je następnie do wyprowadzenia współczynnika korelacji wielorakiej.

Jest to chyba jedna z prostszych metod badania elastyczności popytu. Współczynnik korelacji (nawet wielorakiej) nie jest jedno-

⁴ Teorię tę łączy się powszechnie z nazwiskiem H. L. Moore'a.

⁵ A. B. i H. Farquahr, *Economic and Industrial Delusions*, Nowy Jork 1891, G. P. Putnam's Sons, s. 206–208.

⁶ R. Benini, *Sull'uso delle formule empiriche nell'economia applicata*, „Giornale degli Economisti” 1907, t. XXXV, II, s. 1052–1063.

⁷ R. Benini, *Una possibile creazione del metodo statistico: L'economia politica induttiva*, „Giornale degli Economisti” 1908, t. XXXVI, I, s. 11–34.

znaczny z elastycznością popytu; niemniej jednak do wnioskowania o współczynniku η może być użyty. Stwierdzenie kierunku i siły związku między poszczególnymi zmiennymi nie wystarcza do określenia stopnia reakcji popytu na zmianę ceny i to w poszczególnych latach dłuższego okresu czasu, a nie tylko w tym okresie jako całości. W szczególności nie jesteśmy w stanie na tej podstawie stwierdzić, czy elastyczność popytu jest większa, czy mniejsza od jedności. Istnienie silnej korelacji, nawet funkcyjnej, nie przesądza o charakterze współczynnika elastyczności popytu. Współczynnik korelacji mówi przede wszystkim o tym, na ile zmiany wartości badanych zmiennych są proporcjonalne. Współczynnik r jest tym większy, im bardziej równomiernie układają się wspomniane zmiany⁸. Inaczej, współczynnik elastyczności η jest tym większy, im zmiany w badanych zmiennych są bardziej dysproporcjonalne. Stopień rozbieżności w tempie zmian określa tu charakter samego współczynnika η . Gdy zmienna x reaguje słabo na zmiany zmiennej y , współczynnik η może być mniejszy od jedności i będzie wzrastał w miarę pogłębiania się rozbieżności w ruchu obu zmiennych.

Prace Beniniego, jakkolwiek cenne (usiłujące znaleźć — choć niedoskonałą — miarę elastyczności popytu), pozostawały nie zauważone przez bardzo długi okres czasu. Pierwszym ekonomistą, który je wykorzystał, był U. Ricci, wykładowca na Wydziale Prawa Uniwersytetu w Gazie (Egipt). W pracy *Elasticita dei besogni, della domanda e dell'offerta*⁹, napisanej w 1924 r., dał omówienie dorobku Beniniego.

Benini nie jest jedynym, który badania nad elastycznością popytu opierał na współczynniku korelacji (r). W roku 1922 R. Vaile przeprowadził badanie¹⁰ nad popytem na pomarańcze w Kalifornii, wykorzystując metodę korelacji prostej. Koreluje on mianowicie procentowe odchylenia zbiorów pomarańczy od średniej tego szeregu — obliczonej dla 8 lat (1913/14—1920/21) z procentowymi odchyleniami

⁸ Współczynnik r na przykład będzie największy wtedy, gdy 10-procentowej zmianie jednej ze zmiennych odpowiadać będą również 10-procentowe zmiany innych zmiennych, obojętne, w którym kierunku. Kierunek zmian (zbieżne czy rozbieżne) określi tylko znak przy współczynniku r , ale siła związku nie ulegnie zmianie.

⁹ G. Ricci, *Elasticita dei besogni, della domanda e dell'offerta*, „Giornale degli Economisti” 1924, Aug. i (Oct., 54).

¹⁰ R. Vaile, *Some Effects on Certain Agricultural Products of Uniform Increases in Freight Rates*, „Quarterly Journal of Economics” 1922, Aug.

cen pomarańczy od średniej ceny obliczonej dla tego samego okresu. W wyniku tego badania otrzymuje współczynnik $r = -0,91$, z czego wyciąga wniosek, że popyt na pomarańcze jest nieelastyczny. Wykorzystanie metody korelacji do badań nad elastycznością popytu budzić musi wiele zastrzeżeń. Chodzi mianowicie o to, że nie ma tożsamości między współczynnikiem korelacji a współczynnikiem elastyczności popytu. Nie można — naszym zdaniem — formułować wniosków co do charakteru popytu na dane dobro, nie znając krzywej popytu. Prawo popytu na określone dobro wyprowadzane z masowych danych statystycznych przybiera postać prostej linii regresji o wzorze

$$Y = aX + b,$$

gdzie X oznacza nie aktualne ilości kupowane, ale ich stosunek do tzw. „popytu normalnego”, a Y oznacza nie bieżące, aktualne ceny, ale ich stosunek do tzw. „cen normalnych”, przy czym kategorie „popytu normalnego” i „ceny normalnej” określane są przy pomocy specjalnych metod statystycznych, a nie poprzez zwykłe odchylenia od średniej ośmioletniej.

Współczynnik elastyczności η (gdy popyt jest normalny) tj. gdy $X=1$ i $Y=1$) ma postać

$$\frac{dX}{dY} = 1 : \frac{dX}{dY} = \frac{1}{a} \quad ^{11}$$

Jeżeli $\frac{1}{a} > a$ (tj. jeżeli $a < 1$), popyt jest elastyczny, jeżeli $\frac{1}{a} < 1$ (tj. gdy $a > 1$), popyt jest nieelastyczny.

Gdy a (wyznaczające pochyłość linii regresji) zapisać jako $r = \frac{\delta Y}{\delta X}$, gdzie r jest współczynnikiem korelacji między popytem a ceną, a δ_Y i δ_X są średnimi odchyleniami cen i ilości, to powyższa formuła może być zapisana jako

$$\eta = 1 : r \cdot \frac{\delta Y}{\delta X}.$$

Oznacza to, że gdy współczynnik korelacji (r) jest bliski jedności, popyt może być i elastyczny i nieelastyczny, w zależności od tego, jakie są δ_X i δ_Y , tj. odpowiednio do tego, czy popyt jest bardziej lub mniej zmienny niż cena.

¹¹ Patrz H. Schultz, *Elasticity of Demand and the Coefficient of Correlation*, „Quarterly Journal of Economics” 1923, Nov., t. XXXVIII, s. 169—171.

Wynika z tego, że współczynnik korelacji nie przesądza o elastyczności popytu. Przy tym samym współczynniku korelacji popyt może być elastyczny lub nieelastyczny, co zależy od innych momentów, nie dających się sformułować we współczynniku korelacji.

Metoda badania elastyczności popytu za pomocą współczynnika korelacji miała wielu poważnych zwolenników. Z wcześniejszych autorów stosujących niniejszą metodę badania, poza wspomnianymi R. Beninim i R. Vaile, wymienić należy takich ekonomistów, jak G. D. Maynard i R. A. Lehfeldt.

W pracy *The Elasticity of Demand for Wheat*¹² prof. R. A. Lehfeldt w zastosowanej przez siebie metodzie badania opowiada się za statystyczną koncepcją badania, wyprowadzając współczynnik elastyczności popytu ze skorygowanych statystycznych szeregów podaży i cen za pomocą współczynnika korelacji. Zastosowany przez niego współczynnik elastyczności popytu ma postać

$$\eta = \frac{\delta q}{\delta p},$$

gdzie δq stanowi średnie odchylenie logarytmicznej postaci szeregu zbioru (podaży) w całym badanym okresie, $\delta q = \sqrt{\frac{\sum (\delta \log q)^2}{n}}$, a δp stanowi średnie odchylenia logarytmicznej postaci statystycznego szeregu cen:

$$\delta p = \sqrt{\frac{\sum (\delta \log p)^2}{n}}.$$

Powyższa metoda opiera się na założeniu, że istnieje silna korelacja między poszczególnymi zmiennymi¹³, oraz że prawo popytu (na pszenicę — jak w przykładzie Lehfeldta) ma kształt hiperboli o wzorze

$$qp^n = c,$$

co może być zapisane także jako

$$\log q + n \log p = \log c$$

lub

$$P = -mp + B,$$

¹² R. A. Lehfeldt, *The Elasticity of Demand for Wheat*, „The Economic Journal” 1914, t. XXIV, s. 212—217.

¹³ W świetle tego założenia niejasne jest, dlaczego autor zadowala się tak miernym współczynnikiem korelacji, jaki osiąga w swoich badaniach: $r = -0,44$.

gdzie

$$m = \frac{1}{n},$$

$$B = \frac{1}{n} \log c.$$

Istotny problem stanowi metodyka dochodzenia do wielkości δ_p i δ_q

Jeśli chodzi o szereg cen, to punkt wyjścia stanowią ceny roku następującego po zbiorach roku badanego. Faktycznie cena roku bieżącego kształtuje się głównie pod wpływem zbiorów roku ubiegłego; bieżące zbiory ukształtują dopiero ceny roku przyszłego. Jakkolwiek kształtowanie się bieżącej ceny pod wpływem zeszłorocznych zbiorów nie tłumaczy całkowicie problemu (na cenę oddziałują poza innymi czynnikami nie tylko zbiory roku ubiegłego, ale także zbiory roku przyszłego), to stanowisko Lehfelda w tej sprawie uznać należy za poprawne metodologicznie i cenne. Zboża są tym produktem, przy którym przesunięcie ceny o rok w stosunku do zbiorów zmniejsza znacznie błąd w rachunku i umożliwia zastosowanie adekwatnych sobie i porównywalnych wielkości.

Ceny „surowe” nie mogą być brane pod uwagę w dalszym badaniu średnich odchyień danego szeregu, gdyż oddziałują na nie różne dodatkowe przyczyny i wielkości ekonomiczne. W szczególności zmiany w poziomie cen spowodowane być mogą zmianami po stronie pieniądza (złota) i zmianami w wartości badanych dóbr. Wylimitowanie działania czynników pieniężnych wymaga wprowadzenia wieloletnich łańcuchowych indeksów cen, które pozwalają osiągnąć lepszy — poprawiony — szereg cen aniżeli indeksy roczne. Stwierdzono w praktyce statystycznej, że do badania szeregów cen najlepiej nadają się indeksy pięcioletnie. Odchylenie średnie cen (δ_p) osiągnięte przy zastosowaniu wspomnianych indeksów jest znacznie niższe aniżeli przy szeregu nie poprawionych cen lub poprawionych z zastosowaniem indeksu rocznego¹⁴. Im dłuższy jest okres, dla którego oblicza się indeks cen, tym wynik jest dokładniejszy (okres ten nie może być jednak zbyt długi). Wydaje się, że przyjęcie okresu

¹⁴ Według obliczeń Lehfelda (op. cit., s. 214), odchylenia standardowe logarytmów wyglądały następująco:

przy cenach niekorygowanych

skorygowanych z użyciem pięcioletniego indeksu cen
skorygowanych z użyciem indeksu rocznego

σ_p
0,059
0,043,
0,056.

pięcioletniego umożliwi wyeliminowanie ważniejszych okoliczności zakłócających, znajdujących się po stronie pieniądza.

Uwzględniając ów pięcioletni indeks cen otrzymujemy szereg cen skorygowanych, który z kolei logarytmujemy, następnie znajdujemy wartość średnią tego szeregu i odchylenia wartości średniej od wartości indywidualnych spostrzeżeń ($\delta \log p$). Odchylenie średnie szeregu cen (δp) obliczamy z postaci $\delta^2 : 100$

W analogiczny sposób dochodzimy do średniego odchylenia zbioru (podaży). Istotny problem stanowią tu wahania, jakim podlega podaż. Jednym z ważnych czynników (poza plonami) kształtujących podaż jest wzrost ludności. Zależność ta szczególnie mocno występuje, kiedy cały świat traktować jako jeden rynek danego dobra. W skali poszczególnych krajów zależności te mogą się nie potwierdzić, gdyż wchodzi dodatkowo w grę eksport-import. W świetle tego szereg podaży powinien być skorygowany o określony współczynnik przyrostu ludności. Przyrost ludności jest tu tym czynnikiem, który (podobnie jak w przypadku szeregu cen — zmiany układu monetarnego) zakłóca normalne kształtowanie się podaży. Czynnik ten powinien być wyeliminowany. R. A. Lehfeldt oblicza, że przyrost konsumpcji pszenicy na świecie spowodowany wzrostem ludności wynosi dla lat 1888—1911 2,2% w skali rocznej.

Znajdująca się w danym momencie na rynku podaż zbóż nie jest po prostu funkcją ostatnich zbiorów, ale także funkcją zapasów znajdujących się w rękach producentów i zapasów uruchamianych, wypuszczanych w danym momencie na rynek, pod wpływem określonych warunków. Pełny efekt danego zbioru na ceny nie jest natychmiastowy i realizuje się z oporami. Ponadto, jak zostało stwierdzone, wpływ ten w różnych okresach czasu (w sensie ilości miesięcy upływających od ostatniego zbioru) jest bardzo różny. Oznaczyć to można poprzez współczynnik korelacji między zbiorami a ceną. R. A. Lehfeldt obliczył, że współczynnik korelacji między światowymi zbiorami pszenicy a ceną pszenicy brytyjskiej wynosił¹⁵:

w ciągu ostatnich 3 miesięcy tego samego roku	+ 0,54,
w ciągu pierwszych 3 miesięcy roku następnego	+ 0,71,
w ciągu następnych 3 miesięcy roku następnego	+ 0,74,
w ciągu całego roku następnego	+ 0,70.

Stwierdzenie pewnych prawidłowości w tych zależnościach posłużyło cytowanemu autorowi za pretekst sformułowania twierdzenia,

¹⁵ R. A. Lehfeldt, op. cit., s. 215.

że porównanie zbiorów z danego roku kalendarzowego ze średnią ceną roku następnego stanowi prawidłową metodę ustalania elastyczności popytu. Współczynnik korelacji daje pozytywne rezultaty przy badaniu okresów 15-letnich, ale także przy okresach dłuższych (25-letnich) daje zadawalające wyniki i nie ma przeszkód merytorycznych w jego stosowaniu we wszelkich warunkach.

Badanie nad elastycznością pszenicy dokonane wyżej omówioną metodą doprowadza autora do wyniku: $\eta = 0,6$. Zauważyć wypada, że z dokonanych obliczeń tego współczynnika, wynik R. A. Lehfeldta jest jednym z wyższych; inni badacze otrzymywali przeważnie wyniki niższe, w granicach 0,3—0,6.

Nie sprawdzamy powyższego wyniku przy użyciu innych znanych nam metod statystycznego badania. Być może, że wynik ten jest prawidłowy; zastrzeżenia nasze dotyczą jednak nie wyniku, a metody badania, której braki omawiamy wyżej.

* * *

Już w okresie rodzenia się matematycznej i statystycznej koncepcji współczynnika elastyczności popytu powstawała jego krytyka. Krytyka ta była o tyle płodna, że przedstawiła nową koncepcję badania, w oparciu o dane budżetów rodzinnych, a nie o dane statystyki masowej.

A. C. Pigou był jednym z pierwszych autorów, którzy zaatakowali teorię statystycznego badania elastyczności popytu. W opublikowanej w 1910 r. pracy *A Method of Determining the Numerical Value of the Elasticities of Demand*¹⁶ przedstawił metodę badania popytu, która według niego pozwala uchwycić dwustronne zależności, jakie istnieją między rozmiarami popytu konsumpcyjnego a cenami i dochodami. Metoda ta polega na porównaniu rozmiarów popytu (w jednostkach naturalnych) w różnych grupach dochodowych przy danych cenach, i odwrotnie, porównywaniu dochodu w danych grupach dochodowych przy różnych cenach. Badanie niniejsze opierać się musi na danych z budżetów rodzinnych. Dane budżetów rodzinnych dają się przystosować do wspomnianej metody, tak że można otrzymać informacje o elastyczności popytu na główne artykuły konsumpcyjne. Według opinii Pigou, materiał z budżetów rodzinnych nadaje się lepiej do tego typu badań niż materiał ze statystyki masowej.

¹⁶ A. C. Pigou, *A Method of Determining the Numerical Value of the Elasticities of Demand*, „The Economic Journal” 1910, t. XX, s. 636—640.

Zgodnie z poglądem wyrażonym w innej pracy¹⁷. Pigou krzywą popytu traktuje jako krzywą marginalnych cen popytu („the price of demand”). Przez marginalną cenę popytu ilości y jakiegoś dobra autor rozumie cenę, po jakiej nabywa się różnicę między normalnie konsumowanymi ilościami (w skali roku lub tygodnia) a ilościami kupowanymi w danej chwili. Jest to zatem cena, po jakiej nabywa się ilości $(y + \Delta y)$. Cena popytu y jednostek jest najwyższą ceną (w roku lub tygodniu), po jakiej nabywa się Δy jednostek.

Rozumowanie Pigou opiera się na założeniu, że gusty i upodobania osób z bliskich sobie grup dochodowych są jednakowe. Zakłada dalej, że użyteczność¹⁸ x jednostek danego dobra y lub grupy dóbr (o ile nie występuje zjawisko wyraźnej substytucji danego dobra z innymi) jest w poszczególnych grupach dochodowych jednakowa. Słuszność tego założenia — wydaje się — jest problematyczna. W dosłownym ujęciu Pigou, tam gdzie rozważa się wyłącznie dwie sąsiadujące ze sobą grupy dochodowe (20 s. do 21 s. i 21 s. do 22 s.) założenie to, choć z pewnymi zastrzeżeniami, może być przyjęte. Gdy rozumowanie dotyczy musi wszystkich grup dochodowych i gdy problemy elastyczności popytu badane być muszą w skali całej gospodarki, założenie to nie jest do przyjęcia. Jest ono zaprzeczeniem znanego i wielokrotnie potwierdzonego przez ekonomię polityczną prawa rozkładu popytu, które opiera się na założeniu, że krańcowa użyteczność danej ilości dobra jest różna w poszczególnych grupach dochodowych, co dzisiaj — wydaje się — nie wymaga dowodu.

Pigou konsekwentnie twierdzi dalej, że użyteczność krańcowa pieniądza w stosunku do określonej ilości dóbr jest w obu grupach w przybliżeniu jednakowa — co oczywiście pokrywa się z wyżej sformułowanym założeniem — przyjmując dodatkowo tylko, że ceny, po jakich nabywa się dobra, dla obu grup są jednakowe. Jest to kolejne założenie koncepcji elastyczności popytu Pigou.

Krańcowa użyteczności dobra w przykładzie Pigou są oznaczane μ_1 i μ_2 odpowiednio dla niższej i wyższej grupy dochodowej, podczas gdy ilości konsumowane przez te grupy dochodowe oznaczone są jako x_1 i x_2 . Skoro ceny są te same dla obu grup, to formuła ceny przyjmie postać:

¹⁷ A. C. Pigou, *The Economics of Welfare*, Londyn 1932, s. 808 (Appendix III).

¹⁸ Zakłada, że krańcowa użyteczność dobra jest w obu grupach jednakowa.

$$p = \frac{1}{\mu_1} f x_1 \quad \text{i} \quad p = \frac{1}{\mu_2} f x_2,$$

przy czym te dwa wyrażenia są sobie równe. Stwierdzenie tego jest oczywiście możliwe tylko przy założeniu, że $\mu_1 = \mu_2$

W rozumowaniu swoim Pigou posuwa się dalej, stwierdzając, że nie tylko krańcowe użyteczności dobra są jednakowe, ale także ilości nabywane przez obie grupy (x_1 i x_2) są sobie bardzo bliskie i różnią się nieznacznie, w związku z czym $f x_2$ może być zapisane następująco:

$$f x_2 = f x_1 + (x_2 - x_1) f' x_1,$$

gdzie

$$f' x_1 = \frac{1}{x_2 - x_1} \cdot \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1} f x_1.$$

Także elastyczność krzywej użyteczności dla każdej konsumpcji x_i jest znana i równa jest $\frac{f x_i}{x_i f' x_i}$. Wówczas elastyczność krzywej użyteczności dla obu grup równa się:

$$\frac{x_2 - x_1}{x_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1}.$$

W związku z tym, że mała zmiana konsumpcji (x_1 traktowane jest jako bardzo bliskie x_2), na którą wydawana jest mała część dochodu konsumenta, nie może pociągnąć za sobą istotnych zmian. W krańcowej użyteczności pieniądza w poszczególnych grupach dochodowych, to elastyczność krzywej użyteczności („the utility curve”) każdej konsumpcji x_i równa jest elastyczności krzywej popytu („the demand curve”) w stosunku do tej właśnie konsumpcji. Wówczas elastyczność popytu, tak samo jak elastyczność zapotrzebowania¹⁹ („desire”) dla konsumpcji x_i jednostek danego dobra może być zapisana w postaci równania

$$\eta = \frac{x_2 - x_1}{x_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1}.$$

¹⁹ Trzeba zwrócić uwagę na fakt, że w dwu artykułach: 1) *A Method of Determining the Numerical Value of Elasticities of Demand* (1910), i: 2) *The Measurement of Elasticities of Demand* (1932) — są to w istocie rzeczy te same artykuły — dla wyrażenia tych samych myśli Pigou używa różnych terminów niejako wymiennie. Chodzi tu o pojęcie krańcowej użyteczności, wprowadzone w 1910 r., które później (1932 r.) zostało zastąpione pojęciem: krańcowe zapotrzebowanie („the marginal desire”).

Jeżeli znane są relatywne wartości μ_1 i μ_2 to powyższa formuła równania pozwala na określenie elastyczności popytu najniższej grupy dochodowej, a następnie (metodą niejako łańcuchową) elastyczności popytu pozostałych grup dochodowych. Jak to zostało wyżej powiedziane, metoda Pigou polega na porównywaniu ze sobą dwu kolejnych grup dochodowych.

Powstać może problem, że powyższe grupy dochodowe konsumują nie po prostu większe ilości tych samych dóbr niż grupy niższe, ale konsumują towary lepszej jakości. W tej sprawie Pigou stwierdza, że istnieje możliwość przedstawienia rosnącej jakości dóbr w postaci rosnących ilości; jak sam stwierdza, jest to specjalny aspekt przedstawienia jakości jako szczególnej formy rosnących ilości. Dla tego celu oblicza się agregatowy wskaźnik kosztów ponoszonych na zakup danego dobra w różnych grupach dochodowych. Ta metoda z konieczności wymaga wprowadzenia wielu elementów dowolnych lub szacunkowych. Przejście z jakości na ilość wymaga wprowadzenia szeregu momentów umownych.

Zgodnie z metodą Pigou, elastyczność popytu dla każdej grupy dochodowej może być określona jedynie z uwzględnieniem elastyczności wszystkich dóbr konsumowanych w danej grupie. Możliwość zastosowania ogólnej formuły na elastyczność popytu²⁰ jest niestety bardzo ograniczona. Daje się ona zastosować tylko do takich dwu dóbr, na które wydawana jest znaczna część ogólnych dochodów najbardziej typowego konsumenta w danej grupie, pod warunkiem, że wielkość wydatków na jedno z tych dóbr nie odbiega znacznie od wydatków na drugie z nich. Metoda Pigou jest zatem metodą porównawczą (zresztą sam autor określa ją: „comparative formula”), gdzie wynik mówi o elastyczności jakiegoś dobra w stosunku do elastyczności innego dobra, które w danym zestawieniu zostało przyjęte za podstawę. Obliczona według tej metody elastyczność popytu na ubranie w stosunku do elastyczności popytu na żywność wynosi dla kilku grup dochodowych²¹: robotnicy poniżej 20 s. = 1,16, 20—25 s. = 1,31, 25—30 s. = 1,62, 30—35 s. = 1,25, 35—40 s. = 2,46.

²⁰ Formuła ta ma następującą postać:

$$e_y = e_x \cdot \frac{x_1}{x_2 - x_1} \cdot \frac{y_2 - y_1}{y_1},$$

przy czym przez e_x , e_y oznaczono elastyczności na poszczególne dobra nabywane przez konsumenta z danej grupy dochodowej.

²¹ A. C. Pigou, *A Method ...*, op. cit., s. 639, oraz *The Economic of Welfare*, Londyn 1932, s. 787.

Jest na ogół zrozumiałe i oczywiste, że w najniższych grupach dochodowych popyt na ubranie jest prawie tak samo nieelastyczny, jak popyt na żywność. Zrozumiałe jest również to, że przechodząc od wyższych do niższych grup dochodowych, relatywna elastyczność popytu (ubrania do żywności) wzrasta.

Tak więc miara skonstruowana przez Pigou nie jest absolutną miarą elastyczności popytu na dane dobra i nie pozwala dać jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, jak zmieni się popyt w związku z daną zmianą ceny. Przejście od względnej — stosunkowej — do absolutnej miary elastyczności popytu jest bardzo trudne, o ile w ogóle możliwe²².

Zasadnicza idea metody Pigou bliska jest koncepcji metody, której chyba głównym rzecznikiem był Marshall, a która weszła do literatury jako metoda „relative changes”. W międzyczasie przeszła ona ewolucję, ale i w jej ostatecznej, najbardziej rozwiniętej postaci nie znalazła szerszego praktycznego zastosowania u późniejszych badaczy, jako metoda mało dokładna.

Ogólnie mówiąc, zastrzeżenia wysuwane przez krytykę pod adresem teorii statystycznego badania elastyczności popytu są następujące: Krytycy usiłują wyprowadzić krzywą popytu i elastyczność popytu z danych o dochodach lub raczej z budżetów rodzinnych niż ze statystycznych szeregów cen i ilości. Ze zwolenników tego punktu widzenia wymienić należy V. Pareto²³, Pigou (1910), R. Frischa (1926), I. Fishera (1927), R. Roya (1930) i J. Marschaka (1931).

Oba sposoby dochodzenia — ten oparty na danych z wymiany i ten oparty na danych z budżetów rodzinnych — mają właściwe sobie braki i niebezpieczeństwa, zarówno teoretyczne, jak i praktyczne. Oto niektóre braki metody opartej na danych rynkowych:

1. trudność wyłowienia i stwierdzenia działania sił dynamicznych, w szczególności zmiennej t (czasu);
2. trudność wyprowadzenia przy ich pomocy elastyczności popytu dla grup towarów i usług, takich jak na przykład krawiectwo, usługi inwestycyjne, rozrywki itp.

Oto niektóre braki metody opartej na danych z budżetów rodzinnych:

²² Były czynione próby stworzenia absolutnej formuły elastyczności popytu; częściowo podjął je sam Pigou, a także F. Vinci w pracy *L'elasticità dei consumi*.

²³ V. Pareto, *Cours d'economie politique*, Lausanne 1897, § 973—989.

1. niemożliwość wyprowadzenia elastyczności popytu dóbr pośrednich lub dóbr, które nie są konsumowane głównie przez ludzi, takich jak siano, kukurydza, żyto i pszenica (chleb nie jest również tylko pszenicą lub żytem; kupując chleb.— kupujemy także mleko, cukier, sól, opakowanie, usługi itp.),
2. trudność lub nawet niemożliwość określenia, błędu standartowego współczynnika elastyczności popytu,
3. trudność uwzględnienia efektu substytucji.

* *

*

Osobny rozdział w „historii” koncepcji badania elastyczności popytu stanowi H. L. Moore. Problemy elastyczności popytu zostały przez Moore’a postawione po raz pierwszy w 1914 r. w pracy *Economic Cycles: Their Law and Cause*. Moore formułuje równanie wyrażające relacje między popytem a cenami na kilka płodów rolnych, jak zboże, siano, owies i ziemniaki. W późniejszych swych pracach²⁴ Moore rozwinął i uzasadnił szczegóły swej metody, dając w ten sposób początek całemu późniejszemu kierunkowi w ekonometrii.

Jak już wspominaliśmy, elementy koncepcji H. L. Moore’a wyłożone zostały uprzednio przez Pigou, braci Farquahr, Beniniego, a także przez innych ekonomistów, jak np. rosyjskiego ekonomistę A. Czajanowa²⁵, J. Marschaka²⁶, prof. R. A. Lehfeldta²⁷, M. Lenoira²⁸ i innych. Nie pomniejsza to w niczym zasług i wielkości dorobku H. L. Moore’a.

²⁴ Są to między innymi następujące prace H. L. Moore’a: 1. *Forecasting the Yield and Price of Cotton*, Nowy Jork 1917 (prof. O. Lange w książce *Wstęp do ekonometrii*, Warszawa 1958, tę pracę H. L. Moore’a traktuje jako pierwszą, w której zostały opublikowane wyniki statystycznych badań nad elastycznością popytu; w istocie *Economic Cycles* ukazały się wcześniej, aczkolwiek problemom tym poświęcono w niej tylko jeden rozdział); 2. *Elasticity of Demand and Flexibility of Prices*, „Journal of the American Statistical Association” 1922, March; 3. *A Moving Equilibrium of Demand and Supply*, — „Quarterly Journal of Economics” 1925, May; 4. *Partial Elasticity of Demand*, „Quarterly Journal of Economics” 1926, May.

²⁵ A. Czajanow, *Essays on the Theory of Labor (in Russian)*, Moskwa 1912.

²⁶ J. Marschak, *Elastizität der Nachfrage*, w: *Beiträge zur Ökonomischen Theorie*, Tübingen 1931, s. 53.

²⁷ R. A. Lehfeldt, op. cit., s. 212.

²⁸ M. Lenoir, *Études sur la formation et le mouvement des prix*, M. Gerard and E. Briere, Paryż 1913.

Żaden z jego poprzedników nie przypisuje problemowi badania elastyczności popytu takiej wagi, żaden nie rozciąga go na tak szeroki zakres zjawisk, żaden nie wykorzystuje tak obszernych i bogatych materiałów, jak Moore.

Jakkolwiek formy funkcji popytu i interpretacja zmiennych wchodzących w zakres badania i czynnika czasu były znane i przyswojone literaturze ekonomicznej, to jednak podstawowe trudności wynikające ze wspomnianych metod nie były przezwyciężone, a często nawet nie były znane.

Wkład H. L. Moore'a do problemu badania elastyczności popytu polega na tym, że:

1. Stworzył hipotetyczne, statystyczne prawo popytu w formie pozwalającej na jego konkretyzację i indukcyjne dochodzenie:

2. Opracował statystyczne metody badawcze, jak metoda wskaźnika łańcuchowego („link relatives”) i metoda trendu reakcji („trend-ratios”), posługując się zmiennymi czasowymi ;

3. Stworzył podstawy wyprowadzenia statystycznych krzywych popytu dla szeregu dóbr dla pewnego okresu czasu i mierzenia ich elastyczności. Te krzywe, które Moore wyprowadził, nie są identyczne z krzywymi popytu Cournot-Marshalla, jakkolwiek są im bliskie pod wieloma względami. Statystyczna krzywa popytu — twierdził on — ma być tylko przybliżeniem, ale nigdy nie może powstawać w wyniku dochodzenia indukcyjnego.

Koncepcje H. L. Moore'a znalazły swoje pełne rozwinięcie w pracach jego ucznia i kontynuatora H. Schultza, który chyba słusznie uważany jest dziś za pioniera nowoczesnej ekonometrii.

Dla współczesnych badań nad elastycznością popytu szczególne znaczenie mają dwie prace H. Schultza: *Statistical Laws of Demand and Supply (with Special Application to Sugar)*²⁹ i wydana w 10 lat później praca *Theory and Measurement of Demand*³⁰.

H. L. Moore, jak i H. Schultz są twórcami statystycznej koncepcji badania elastyczności popytu. Istota jej polega na tym, że wyzyskując masowe dane statystyczne o obrotach rynkowych, eliminuje się działanie wielu czynników przypadkowych, a współczynnik elastyczności popytu wyprowadza się ze znanej krzywej popytu. Konstrukcja krzywej popytu opiera się tu na założeniu, że cena oraz

²⁹ H. Schultz, *Statistical Laws of Demand and Supply (with Special Application to Sugar)*, Chicago—Illinois 1928.

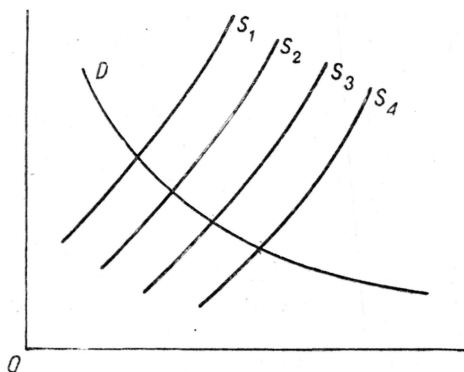
³⁰ H. Schultz, *Theory and Measurement of Demand*, The University of Chicago Press, Chicago—Illinois 1938.

inne czynniki ekonomiczne (ruch dochodu, zmiany demograficzne, zmiany relacji cen, zmiany w gustach i upodobaniach konsumentów itp.) występują wobec siebie jako czynniki niezależne. W tym przypadku popyt (d) jest funkcją ceny (p) badanego dobra (x) i sumy tzw. dodatkowych czynników ekonomicznych, wyrażających się w pewnej funkcji czasu (t), co może być zapisane następująco:

$$d_x = f(p_x) + h(t).$$

Wyrażenie $h(t)$ zostaje wprowadzone do równania przez znalezienie trendów obu badanych szeregów czasowych, mianowicie: szeregu konsumpcji (popytu) i cen.

Dociekaniom tym towarzyszyć musi założenie, że w badanym okresie czasu mamy do czynienia z jedną krzywą popytu, co nie wyklucza możliwości pewnych odchyień (odchylenia te nie mogą być jednak zbyt wielkie). Oznacza to, że szukana przez nas krzywa popytu (teoretyczna krzywa popytu) powstaje z połączenia punktów równowagi rynkowej przy względnie stałej (niezmiennej) krzywej popytu i zmieniających się, przesuujących się stale krzywych podaży (zob. rysunek).



Gdy w badanym okresie następują istotne zmiany w przebiegu zarówno krzywej podaży, jak i krzywych popytu, rozplątanie danych statystyki masowej i określenie teoretycznej krzywej popytu nie jest w ogóle możliwe i żadne miary badawcze nie mogą być tu zastosowane.

Szukana krzywa popytu może mieć bądź kształt wklęsłej paraboli II stopnia, lub (jak to ma miejsce najczęściej), linii prostej. Równanie krzywej popytu może być łatwo osiągnięte przy użyciu ze-

społu równań regresji czasowej, o dowolnej ilości zmiennych niezależnych. W najczęściej spotykanych badaniach konstruuje się proste równania regresji o jednej zmiennej zależnej i jednej zmiennej niezależnej, o postaci kanonicznej:

$$X=aY+b.$$

W takim przypadku współczynnik elastyczności popytu danej krzywej popytu jest niczym innym, jak odwrotnością parametru c , wyznaczającego nachylenie prostej (krzywej popytu) do osi odciętych na układzie współrzędnych sporządzonym w zwykłej skali arytmetycznej.

W bardziej złożonym układzie równań regresji, uwzględniających (jak o tym była mowa wyżej) także czynnik czasu (t), formuła na popyt (konsumpcję) wyglądać będzie następująco:

$$x=Ay^{\alpha}e^{\beta t},$$

lub

$$x=Ay^{\alpha}e^{\beta+2\gamma t},$$

gdy krzywa popytu zmienia swe położenie w górę lub w dół w stosunku do położenia oznaczonego poprzednim zapisem równania regresji.

W powyższych równaniach x oznacza popyt, y — cenę realną, a t — czas.

W formułach tych współczynnik a stanowi cząstkową elastyczność popytu, gdyż $\eta=a$

$$\eta=\frac{dx}{dy} \cdot \frac{y}{x} = \frac{d \log ex}{d \log ey} = a.$$

Współczynnik β określa ruch krzywej popytu i oznacza stosunek, w jakim krzywa popytu zmienia swe położenie.

$$\beta=\frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{d \log ex}{dt}.$$

Analogicznie biorąc, ruch krzywej popytu określonej drugim równaniem może być zinterpretowany następująco:

$$\beta+2\gamma t=\frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{d \log ex}{dt}.$$

Różnica tu polega jedynie na tym, że w równaniu pierwszym relatywna wartość zmiany położenia krzywej popytu (β) jest stała, w równaniu drugim, natomiast jest ona ($\beta+2\gamma t$) funkcją liniową

H. Wold badania swe oparł na klasycznej teorii regresji, stosowanej wcześniej przez H. L. Moore'a, H. Schultza i wielu innych autorów. Prace Wolda³³ stanowią dziś ukoronowanie badań nad przystosowaniem równań regresji do badania elastyczności popytu.

Uogólnił on mianowicie poprzednio osiągnięte wyniki (rozważań metodologicznych i badań empirycznych) dla przypadku, gdy materiał statystyczny ma postać szeregow chronologicznych, w których nie istnieje stochastyczna niezależność wyników obserwacji, odnoszących się do różnych okresów czasu.

Wold przyjmuje, że funkcja popytu posiada bardzo prostą postać matematyczną, a mianowicie, że logarytm zmiennej zależnej jest liniową funkcją logarytmów zmiennych niezależnych. Gdy przez Y oznaczyć zmienną zależną, a przez $X_1, X_2 \dots X_n$ zmienne niezależne uwzględnione w danej funkcji popytu, to funkcja, popytu mieć będzie następującą postać:

$$\log Y_t = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \log X_{it} + a_0 + \xi_t.$$

W funkcji tej $a_1, a_2 \dots a_n$ są stałymi parametrami, a ξ losowym składnikiem resztowym o średniej zero. Współczynniki a_i ($i = 1, 2 \dots, n$) są tu zatem elastycznościami cząstkowymi poszczególnych X -ów względem Y . Wymieniona wyżej funkcja ma stałą elastyczność względem poszczególnych zmiennych na całej długości krzywej popytu, co czyni z niej proste i niesłychanie praktycznie narzędzie badania zależności między obranymi zmiennymi. Wyzyskuje się tu, jak widać, teorię regresji cząstkowej, przy czym główny problem badawczy polega na znalezieniu wartości parametrów a_i z podstawowych danych statystycznych, za które uznać należy dane o kształtowaniu się popytu na dany artykuł (Y) i dane o ruchu cen lub dochodów (X), w zależności od tego, czy badamy cenową czy też dochodową elastyczność popytu. Przy obliczaniu parametrów a_i Wold stosuje metodę najmniejszych kwadratów.

³³ Wymienić tu należy przede wszystkim następujące prace H. Wolda: *Demand Analysis*, Nowy Jork 1952; *On Least Squares Regression with Auto-correlated Variables and Residuals*, „Bulletin Inst. Stats”, cz. 2, t. XXXV, 1949; *A Theorem on Regression Coefficients Obtained from Successively Extended Sets of Variables*, „Skandinavisk Aktuarietidskrift” 1945.

Postać podstawowego równania Wolda zapisać można także nieco prościej wówczas, gdy w badaniu operować będziemy wielkościami absolutnymi, a nie względnymi. Wówczas ogólne równanie regresji liniowej można zapisać następująco:

$$Y = A + bX_1 + cX_2 + dY_3 + eX_4 \dots + nX_k,$$

gdzie wyrazy $b, c \dots, n$ są cząstkowymi elastycznościami poszczególnych zmiennych niezależnych względem Y , natomiast A jest średnią arytmetyczną wartości Y w badanym okresie czasu.

J. Tinbergen zajmując się problematyką badania rynku idzie nieco dalej w określaniu determinatów popytu niż poprzedni autorzy. Stara się mianowicie określić tzw. „głębsze” przyczyny danej reakcji, utrzymując, że każda przyczyna bezpośrednia jest jednocześnie także przyczyną pośrednią. Prowadzi go to do zbudowania układu równań podstawowych i strukturalnych, w zależności od tego, jakiego rzędu przyczyny uwzględnia się w badaniu.

W rzędzie związków podstawowych za najważniejsze Tinbergen uznaje związki reakcji, do których należą zależności dotyczące popytu i podaży.

Ciekawe jest dokonane przez Tinbergena rozróżnienie między stosunkami popytu opierającymi się na psychicznym wartościowaniu dóbr i usług oraz takimi stosunkami popytu, które opierają się na obiektywnej ocenie dóbr i usług. Co się tyczy badania elastyczności popytu na dobra konsumpcyjne, to omawiany autor twierdzi, że decydują tu reakcje psychiczne. Tzw. obiektywna ocena dóbr i usług może mieć miejsce tylko w stosunku do popytu na surowce i siłę roboczą, gdzie decydują dane techniczne i rynkowe; psychika przedsiębiorcy odgrywa tu natomiast minimalną rolę. Ten typ zależności Tinbergen określa jako reakcje techniczne.

Reakcje psychiczne konsumentów objaśniają się prawem Engla i powinny być rozpatrywane konkretnie, tj. w odniesieniu do danej grupy dochodowej lub danej jednostki konsumującej. Gdy ten warunek nie jest spełniony, upada takie twierdzenie o psychicznym, subiektywnym charakterze reakcji konsumentów. Decyzje o zwiększeniu lub zmniejszeniu konsumpcji danego dobra są przecież warunkowane taką obiektywną wielkością, jak rozmiar dochodów konsumenta.

Do wyzyskania metody regresji w badaniu funkcji popytu Tinbergen ustosunkowuje się krytycznie. Biorąc pod uwagę doświad-

czenia i wyniki badawcze Stachle³⁴, Stone'ów³⁵ i de Wolfa³⁶, Tinbergen zwraca uwagę, że włączenie do równania regresji dodatkowych zmiennych zmienia zasadniczo wyniki. Uwzględnienie kilku zmiennych niezależnych stwarza bódźce i takie niebezpieczeństwo, że pewne z nich między sobą są ściśle skorelowane, co prowadzi także do niepewnych wyników.

Do podobnego wniosku, aczkolwiek z innych powodów (w kwestii wyzyskania metody regresji), dochodzi także Z. Pawłowski, czemu daje wyraz w ostatnio opublikowanej pracy³⁷. Dowodzi bowiem, że tzw. metoda pierwszych różnic (którą z powodzeniem stosuje w cytowanym artykule) daje nieco mniejsze błędy szacunku niż klasyczna metoda regresji. Autor ten określa również warunki, przy spełnieniu których metoda ta jest efektywna. Przechodząc od zmiennych oryginalnych do pierwszych ich różnic funkcja regresji otrzymuje postać

$$\Delta \log Y_t = \sum_{i=1}^n \Delta \log X_{it} + \xi_t,$$

gdzie ξ_t jest składnikiem resztowym o średniej zero. Tok postępowania przy wyzyskaniu tej metody jest następujący: najpierw przekształca się posiadane dane statystyczne obliczając ich logarytmy, a następnie oblicza się pierwsze różnice tych wartości według wzorów:

$$\begin{aligned} \Delta \log Y_t &= \log Y_{t+1} - \log Y_t, \\ \Delta \log X_{it} &= \log X_{i,t+1} - \log X_{it}. \end{aligned}$$

Z kolei szacuje się parametry $a_1, a_2 \dots a_n$ przy pomocy metody najmniejszych kwadratów, a następnie przyjmuje otrzymane oceny $a_1, a_2 \dots a_n$ za prawdziwe wartości parametrów a_i stosuje się po raz drugi metodę najmniejszych kwadratów dla oszacowania a_0 . W ten sposób autor przyjmując za punkt wyjścia pierwotne równanie H. Wolda rozwiązuje go metodą pierwszych różnic zamiast klasyczną metodą regresji, osiągając dokładniejsze wyniki szacunkowe.

³⁴ H. Staehle, *Retail Sales and Labor Income*, „Review of Economic Statistics” 1938, zes. 20.

³⁵ R. i W. M. Stone, *The Marginal Propensity to Consume and the Multiplier, a Statistical Investigation*, „Review of Economic Studies” 1938/39 z. VI.

³⁶ P. de Wolf, *Income Elasticity of Demand, a Micro-economic and a Macro-economic Interpretation*, „The Economic Journal” 1940.

³⁷ Z. Pawłowski, *Elastyczność popytu na masło i roślinne tłuszcze jadalne w Polsce w latach 1950—1957*, „Przegląd Statystyczny”. 1959, z. 1, s. 3—23.