

DENIS PETER MAZUR\*

## MODEL DEMOGRAFICZNY W ZASTOSOWANIU EKSPERYMENTALNYM<sup>1</sup>

### I. WSTĘP

Z badań nad różnymi społeczeństwami — prymitywnymi, w półrozwiniętymi i w pełni rozwiniętymi, nowoczesnymi — wiadomo, że określenie stopnia rozwoju społeczno-ekonomicznego każdej danej grupy uzależnione jest od zdolności do przechodzenia do coraz większych uogólnień czyli generalizacji wyników badań, Trend ten może służyć jako linia przewodnia dla propozycji budowy modeli opisanej w niniejszym artykule. Niektórym czytelnikom opisane wyniki eksperymentu mogą wydawać się nierealistycznie abstrakcyjne w tym sensie, że badania dokonywane są w dużej mierze z pominięciem warunków ubocznych<sup>2</sup>.

Należy zauważyć, iż propozycje w zakresie demografii, biologii czy socjologii nie muszą być czysto teoretyczne, ale dyscyplina pozbawiona całkowicie abstrakcji jest zazwyczaj dyscypliną zamkniętą dla postępu.

Hipotezy. W literaturze poświęconej problematyce płodności znane są dwie nie sprawdzone hipotezy: pierwsza z nich zakłada, że im niższy przeciętny wiek kobiet w czasie porodu, tym większa jest ich ostateczna (ultimate) płodność wyrażona żywym potomstwem<sup>3</sup>. Przeciętny wiek kobiet w czasie porodu można mierzyć za pomocą

\* Denis Piotr Mazur jest profesorem demografii i socjologii w Western Washington University w Bellingham, USA. Prowadzi badania w dziedzinie demografii współczesnej w dwóch dziedzinach: pierwsza obejmuje studia z zakresu teorii demografii nad budową ilościowych modeli płodności, druga natomiast dotyczy demografii porównawczej, obejmując swym zakresem studia porównawcze rozwoju ludności Stanów Zjednoczonych i Kanady oraz Europy i Związku Radzieckiego.

<sup>1</sup> Artykuł został napisany dzięki dotacji otrzymanej z National Science Fundation, Washington, D.C.

<sup>2</sup> Autor artykułu wyraża jednocześnie podziękowanie p. Wiktorowi Coudriet, którego praca magisterska w Western Washington University przyczyniła się w części do powstania niniejszego opracowania.

<sup>3</sup> Przegląd modeli empirycznych dla krzywych wieku płodności opartych na próbach z różnych części świata, przygotowany przez Wydział d/s Ludności Sekretariatu ONZ jest bardzo nieprzekonujący w tym zakresie. Por. United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Bulletin of the United Nations, 1/1963, with special reference to conditions and trends of fertility in the world, New York 1965, s. 101 - 121.

średniej, mediany albo modalnej dla czasu, w którym urodzone jest dziecko, lub — bardziej precyzyjnie — za pomocą funkcji płodności odpowiadającej wiekowi (*age-specific fertility function*) kobiet wystawionych na ryzyko urodzenia dziecka. W dalszej części artykułu ten drugi sposób będzie traktowany jako funkcja płodności, znana jako jednomodalna (*unimodal*) krzywa płodności dla wieku, charakteryzująca się właściwością posiadania wierzchołka zarówno wczesnego, średniego, jak i późnego. Dla uproszczenia nie będzie stosowana charakterystyka wierzchołka jako „szerokiego”, „wąskiego” lub „ostrego”.

Nasza druga hipoteza dotyczy czasu trwania okresu płodności kobiet. W tym przypadku zbadano, że im dłuższy zakres czasowy reproduktywności, tym wyższa jest krańcowa płodność, i odwrotnie: im krótszy jest ów zakres, tym niższy jest poziom całkowitej płodności, mierzony stopą globalnej płodności  $T$ . W cytowanym poprzednio opracowaniu Wydział d/s Ludności ONZ poinformował, iż „w krajach charakteryzujących się niską płodnością kobiet, rodzenie dzieci wykazuje tendencję do koncentracji w węższym zakresie wieku niż w krajach o wysokiej płodności”<sup>4</sup>.

W celu zbadania tych hipotez przyjęto tutaj podjęcie łączące makrosymulację i analizę, zawierające porównanie różnych parametrów otrzymywanych z modelu oraz ocenę zmian wynikających z symulacji.

## II. KONSTRUKCJA MODELU DEMOGRAFICZNEGO

Założenia. W klasycznej szkole modelowania eksperymentalnego wszystkie warunki dotyczące badanego problemu są kontrolowane lub ustalone (*held constant*), podczas gdy efekt zmiennej, który eksperymentator pragnie oszacować, nie jest stały. Oczywiście, pod nagłówkiem „zmiennie wpływające na płodność”<sup>5</sup> można by wymienić dużą liczbę czynników, ale ich kontrolowanie byłoby niezmiernie trudne. Natomiast ich potencjalny wpływ na płodność jest kontrolowany przez założenie stałości urodzeń żywych w jednym roku.

W formule algebraicznej (zob. Aneks) owa suma żywych urodzeń oznaczana jest literą  $B$ . Zmienne kontrolne, wzięte ostatecznie pod uwagę, zdefiniowane są jako „parametry wewnętrzne”:  $w_1$  jest dolną granicą wieku dla okresu płodności kobiet;  $w_2$  jest górną granicą wieku dla okresu płodności kobiet;  $i$  oznacza wiek odpowiadający maksymalnej stopie urodzeń dla danego wieku w dowolnym roku przedziału czasowego, którego te dane dotyczą;  $f_i$  odnosi się do maksymalnej stopy urodzeń odpowiadającej wiekowi  $x$  (parametr ten jest używany jedynie dla szacunków w tak zwanej metodzie maksymalnej stopy urodzeń odpowiadającej wiekowi);  $F_x$  odnosi się do przeciętnej liczby kobiet w każdym danym pojedynczym roku wieku  $x$  w zakresie od  $w_1$  do  $w_2$ .

<sup>4</sup> Ibidem, s. 106.

<sup>5</sup> United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Variables and Questionnaire for Comparative Fertility Surveys, Population Studies, nr 45, New York 1970.

Dla celów symulacji w podstawowych wzorach algebraicznych stopa globalnej płodności  $T$  zdefiniowana jest następująco:

$$T = \sum_{w_1}^{w_2} f_i H(X), \quad (1)$$

gdzie

$$H(x) = \left( \frac{x - w_1}{i - w_1} \right)^r \left( \frac{w_2 - x}{w_2 - i} \right)^{(w_2 - i)/(i - w_1)},$$

gdzie

$$r = \left( \frac{w_2 - w_1}{w_2 - i} \right)^{(-1)^n}$$

z  $n=1$  jeżeli  $x > i$ , oraz  $n=2$ , jeżeli  $x < i$ .

W ostatnich dwóch dziesięcioleciach model był przededagowywany na różne sposoby przez Clarka<sup>6</sup> i Tekse<sup>7</sup>. Avery badał dwie wersje funkcji beta, podobnej do powyższych formuł i znalazł najmniejszą skalę błędu towarzyszącego ich zastosowaniu<sup>8</sup>.

Jak pokazano w Aneksie, dla różnorodnych problemów badawczych można wyprowadzić wiele formuł. Przede wszystkim należy zauważyć, że element  $H(x)$  odnosi się do podstawowej struktury krzywej płodności według wieku. Mając dany wzorec stopy urodzeń odpowiadającej wiekowi  $H(x)$ , strukturę wieku kobiet  $F(x)$  oraz roczną sumę żywych urodzeń  $B$ , można za pomocą modelu otrzymać szczegółowe stopy płodności według wieku matki. Dodanie tych stóp tworzy stopę globalnej płodności  $T$ . Takie ujęcie, jako technika demograficzna, było używane w przeszłości dla oszacowania stóp globalnej płodności dla tych populacji, dla których dane nie były wystarczające<sup>9</sup>.

Po drugie, formuła modelu może być zmieniana dla celów stopniowania, względnie wygładzania danych w stopy płodności, odpowiadające wiekowi lub rzędowi wieku. Najprostszy sposób polega na pominięciu zaobserwowanej maksymalnej stopy płodności odpowiadającej wiekowi  $f_i$  i na proporcjonalnym rozdzieleniu stopy globalnej płodności  $T$  na kolejne wartości  $H(x)$ <sup>10</sup>.

Po trzecie, model można wypróbować w celu ustalenia jego słuszności dla zaobserwowanych stóp i oszacowanych stóp płodności odpowiadających wiekowi lub

<sup>6</sup> C. Clark, *Population Growth and Land Use*, New York 1967, s. 177.

<sup>7</sup> K. Tekse, *Korespecifikus születesi arányszámok demográfiai modelljeiről* (Modele demograficzne stóp urodzeń odpowiadających wiekowi), *Demográfia*, 8, 2/1965, s. 201 - 219; także, *On Demographic Models of Age-Specific Fertility Rates*, *Statistik Tidskrift*, Stockholm, 3/1967, s. 189-207.

<sup>8</sup> R. C. Avery, *Graduation of Age-Specific Fertility Rates*, referat przedstawiony na III Konferencji Matematyki Ludności, 19-24 lipiec 1970, Uniwersytet Chicago.

<sup>9</sup> D. P. Mazur, *Constructing Fertility Tables for Soviet Populations*, *Demography*, 13, 1 (luty 1976), s. 19 - 35.

<sup>10</sup> Tenze, *The Graduation of Age-Specific Fertility Rates by Order of Birth of Child*, *Human Biology*, 39, 1 (luty 1967), s. 53 - 64. Streszczenie tego samego referatu w: *Proceedings of the World Population Conference*, Belgrad 1965, New York 1967, t. 3, s. 202.

rzędowi wieku<sup>11</sup>. Jak zauważył Darskij<sup>12</sup>, po pominięciu wykładnika  $r$ , model Mazura podobny jest do formuły Yastremskiego<sup>13</sup>, używanej przez Laha<sup>14</sup> dla stopniowania stóp urodzeń odpowiadających wiekowi za pomocą najmniejszych kwadratów. Również w swym obecnym sformułowaniu, podanym w równaniu (1), model ściśle przypomina typ I krzywej Karla Pearsona<sup>15</sup>, a szczególnie wersję zmodyfikowaną Romaniuka. Wersja Romaniuka różni się od równania (1) jedynie układem współczynników  $m_1$  i  $m_2$ , które zawierają dodatkowy paramter  $A$ , nazywany przeciętnym wiekiem płodności<sup>16</sup>.

Symulacja: eksperyment pierwszy. Jeżeli przeciętny wiek kobiet w czasie porodu jest odwrotnie proporcjonalny do ich całkowitej płodności, to kolejne przyrosty przeciętnego wieku kobiet od  $w_1$  do  $w_2$  powinny prowadzić do malejących stóp globalnej płodności. W tej hipotezie musimy poczynić zastrzeżenie o równości wszystkich innych czynników. Dla celów eksperymentalnych zakłada się, że przeciętny wiek przy porodzie jest modalną wieku matek albo tym wiekiem, który odpowiada maksymalnej stopie płodności.

Płodność kobiet w Stanach Zjednoczonych dla lat 1960 i 1970 określana jest na podstawie statystyki ludnościowej<sup>17</sup> i danych spisu dla USA w odpowiednich latach<sup>18</sup>. Te dane pierwotne używane są we wszystkich eksperymentach opisywanych tutaj.

Postulowane jest przyjęcie dla wieku reprodukcji zakresu między 14 a 49 rokiem życia. W 1960 r. było 4 257 850 żywych urodzeń  $B$ , a w 1970 r. 3 731 386. Jak wspomniano poprzednio, rozkład wieku kobiet  $F(x)$  otrzymano z Urzędu Spisowego Stanów Zjednoczonych (the US Bureau of Census). Utrzymując parametry  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $B$  i  $F(x)$  stałe na poziomie (a) 1960 i (b) 1970 r., modalna wieku i dla czasu porodu zmienia się w kolejnych liczbach całkowitych od  $i=15$  do  $i=16$  i aż do  $i=48$ . W ten sposób dla hipotetycznej kohorty kobiet w 1960 r., dla których zakres czasowy rozrodczości rozpoczyna się w wieku 14 lat, a szczyt płodności osiągany jest w wieku

<sup>11</sup> Tenże, *A Demographic Modal for Estimating Age-Order Specific Fertility Rates*, Journal of the American Statistical Association, 303 (wrzesień 1963), s. 774 - 788.

<sup>12</sup> L. E. Darskij, *Formirowanije siemji*. Demografo-statisticeskoje issledowanije, Moskwa 1972, s. 36-37.

<sup>13</sup> A. Bojarski, P. Szuszerin, *Statystyka demograficzna*, Warszawa 1953, s. 225 - 226.

<sup>14</sup> Ivo Lah, *Generalization of Yastremsky's Formula for Analytical Graduation of Fertility Rates*. Journal of the Royal Statistical Society, 121 (seria A), s. 100- 104.

<sup>15</sup> William P. Elderton, *Frequency Curves and Correlation*, IV wyd., Cambridge University Press, 1953.

<sup>16</sup> A. Romaniuk, *A Three Parameter Model for Birth Projections*, Population Studies, 27, 3 (listopad 1973 s. 467 - 478).

<sup>17</sup> U.S. Public Health Service, National Vital Statistics Division, Vital Statistics of the United States — 1960, t. 1. Washington 1964, tabl. 2 - 15, s. 2/56. National Center for Health Statistics, Vital Statistics of the United States — 1970, t. 1, Washington 1975, tabl. 1 - 55, s. 1/73

<sup>18</sup> U.S. Bureau of Census, 1970 Census of Population, t. 1, Characteristics of the Population, część 1, United States, Summary. Washington 1973, tabl. 50, s. 265. Także: 1960 Census of Population, Supplementary Reports, PC (S1)-32, Population of the United States by Single Years of Age: 1960, Washington grudzień 1962, s. 3.

Tabela 1

Stopy globalnej płodności dla kobiet amerykańskich w 1960 r. i w 1970 r. według metody obliczeń i odpowiednio do przeciętnego wieku kobiet w czasie porodu

Miary przeciętnego wieku kobiet w czasie porodu			Stopa globalnej płodności według metody obliczeniowej dla roku spisu					
			rzeczywista struktura wieku <sup>a</sup>		struktura wieku z tabeli życia <sup>a</sup>		metoda maksymalnej stopy urodzeń odpowiadającej wiekowi <sup>b</sup>	
moda	średnia	mediana	1960	1970	1960	1970	1960	1970
15	16,0	16,2	3124	1938	3516	2635	639	428
16	17,6	17,6	3286	2000	3520	2638	1279	856
17	19,1	19,0	3434	2070	3523	2640	1827	1225
18	20,5	20,2	3537	2146	3526	2643	2307	1546
19	21,7	21,4	3601	2224	3530	2645	2729	1829
20	22,9	22,6	3637	2301	3533	2648	3098	2076
21	24,0	23,7	3654	2374	3536	2650	3421	2293
22	25,0	24,7	3661	2443	3540	2653	3702	2481
23	25,9	25,7	3659	2510	3543	2655	3943	2643
24	26,9	26,7	3653	2574	3546	2658	4148	2780
25	27,8	27,6	3645	2633	3550	2660	4320	2895
26	28,6	28,5	3634	2688	3553	2663	4460	2989
27	29,5	29,4	3622	2740	3557	2666	4569	3062
28	30,3	30,3	3610	2789	3560	2668	4649	3116
29	31,1	31,2	3596	2835	3564	2671	4701	3150
30	31,9	32,1	3583	2878	3568	2674	4725	3167
31	32,6	33,0	3570	2918	3572	2677	4722	3165
32	33,4	33,8	3558	2954	3576	2680	4693	3145
33	34,2	34,7	3547	2986	3580	2683	4637	3108
34	35,0	35,6	3537	3014	3584	2686	4554	3052
35	35,7	36,5	3530	3037	3588	2689	4445	2979
36	36,5	37,3	3526	3056	3593	2693	4309	2888
37	37,3	38,2	3524	3070	3598	2696	4146	2779
38	38,1	39,1	3526	3078	3603	2700	3955	2651
39	38,9	40,0	3533	3081	3609	2705	3736	2504
40	39,8	40,9	3545	3078	3615	2709	3489	2338
41	40,6	41,8	3562	3072	3621	2714	3122	2153
42	41,5	42,7	3587	3060	3628	2719	2906	1948
43	42,4	43,6	3619	3044	3636	2725	2570	1722
44	43,3	44,5	3656	3023	3645	2732	2202	1476
45	44,3	45,4	3700	3001	3655	2739	1802	1208
46	45,3	46,3	3754	2983	3666	2747	1371	919
47	46,4	47,3	3817	2970	3679	2757	903	608
48	47,5	48,2	3935	2957	3694	2769	419	281

<sup>a</sup> Przyjęta stała łączna liczba żywych urodzeń  $S=4\ 257\ 850$  w USA w 1960 r. Źródło struktury wieku z tabeli życia podano poniżej.

<sup>b</sup> Oparte na rzeczywistej strukturze wieku kobiet amerykańskich w 1960 r., przy założeniu stopy maksymalnej płodności odpowiadającej, wiekowi  $f_i$  stałej dla  $f_i=271,4$  urodzeń na 1000 kobiet, gdzie  $i=22,8$ . Suma żywych urodzeń  $B$  nie jest stała.

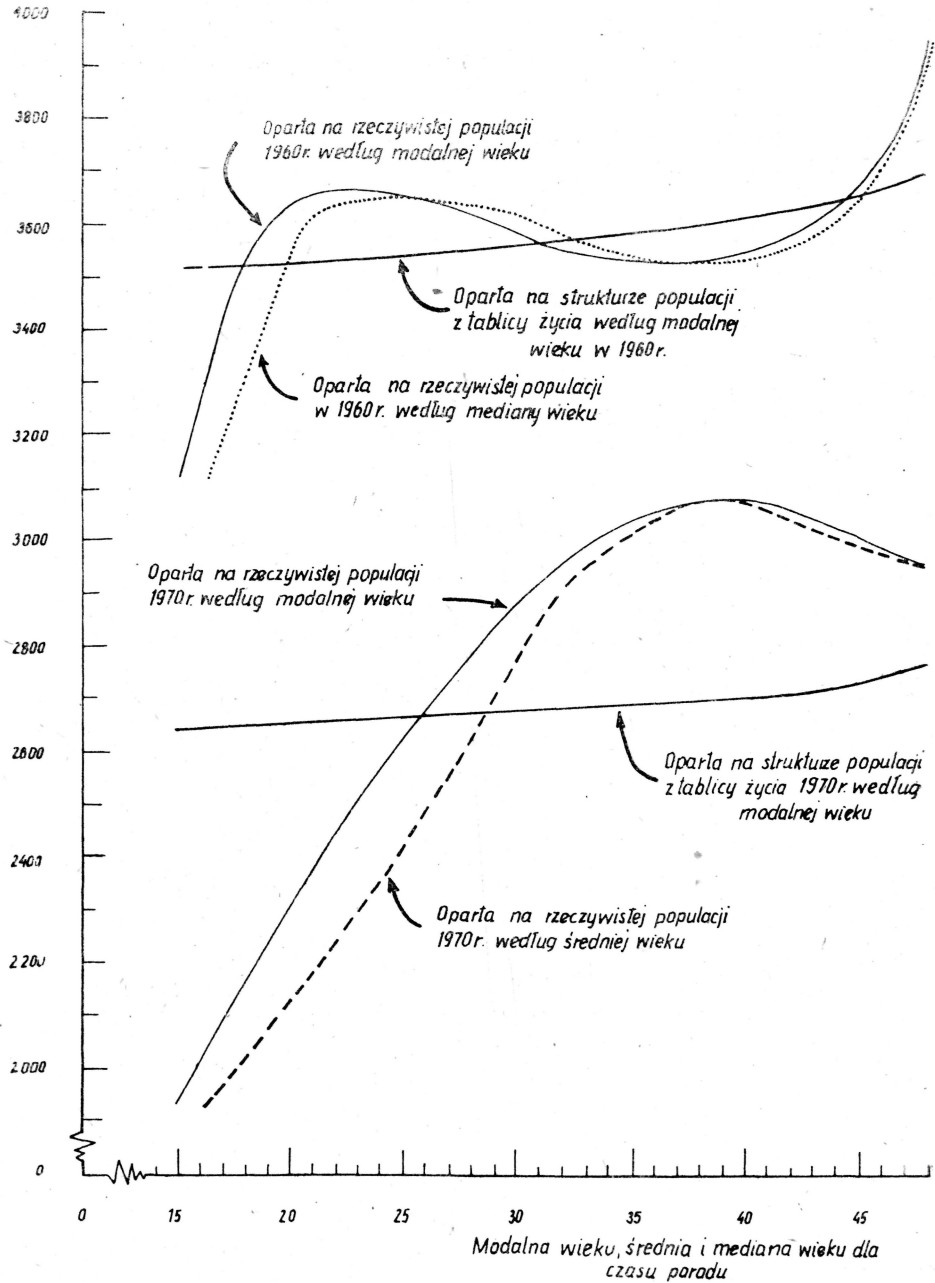
Źródło: U. S. Public Health Service, National Vital Statistics Division, Vital Statistics of the United States — 1960, t. I, Washington 1964, tab. 2 - 15. National Center for Health Statistics, Vital Statistics of the United States — 1970, t. I, Washington, 1975, tab. 1 - 55, s. 1/73; National Center for Health Statistics, Vital Statistics of the United States — 1966, t. II, Washington 1968, tab. 5 - 3, s. 5/9; U. S. Bureau of the Census, 1960 Census of Population, Washington 1970 s. 3: 1970 Census of Population, t. I, Washington 1973, tab. 50, s. 265.

lat 15,  $i=15$ , stopa globalnej płodności  $T$  wynosi 3124 dzieci na 1000 kobiet. Gdy  $i=16$ , wówczas  $T=3286$  dzieci, a dla wierzchołka występującego przy  $i=23$ , stopa globalnej płodności szacowana jest na 3659 dzieci, co — przypadkowo — prawie dokładnie odpowiada zaobserwowanej stopie 3680 dzieci na 1000 kobiet. Od tego punktu, jak pokazano w tabeli 1,  $T$  opada aż do 3524 przy  $i=37$ , zmieniając następnie kierunek i osiągając maksimum  $T=3935$  przy  $i=48$ .

Stopy płodności dla młodych kobiet w roku 1970, pokazane w tej samej tabelcy, kształtują się w sposób istotnie różniący się w porównaniu z 1960 r. Dla danych z 1970 r. najwyższy poziom całkowitej płodności ma miejsce, gdy wierzchołek krzywej płodności  $i$  występuje przy  $i=39$ . Jednakże po wygładzeniu obu struktur wiekowych, dla 1960 r. i dla 1970 r., w ramach zakresu lat 14 - 49, zaznacza się brak wyraźnych wahań. Wygładzenia struktury czasowej można dokonać przy użyciu funkcji przeżycia  $l_x$  z dowolnej tablicy życia. Przykładowo, kolumna  $l_x$  z tablicy życia dla 1966 r. dla kobiet amerykańskich według poszczególnych lat wieku została wykorzystana dla redystrybucji rzeczywistych struktur z lat 1960 i 1970 na zasadzie ubytków charakterystycznych dla funkcji przeżycia z tablicy życia. Po wykorzystaniu owej zmienionej struktury czasowej w eksperymencie, stopa całkowitej płodności zwiększa się małymi porcjami (increments) przy każdym kolejnym parametrze  $i$  między  $w_1$  i  $w_2$ . Ten stopniowy wzrost przy każdym kolejnym przesunięciu  $i$  w kierunku  $w_2$  powoduje przyrosty rzędu 5,1% w stopie całkowitej płodności między  $w_1=14$  i  $w_2=48$ . Wzorce te, zilustrowane na rycinie 1, stanowiły z początku zagadkę, głównie dlatego, że stopa całkowitej płodności jest funkcją kumulatywną i dlatego wykazuje tendencje do ukrywania wszelkich niewykrytych odchyłeń. Po bliższym zbadaniu staje się widoczne, że interakcja między rozkładem wieku  $F(x)$  w każdej postaci a strukturą płodności odpowiadającą wiekowi  $H(x)$  jest taka, że zaczynając od wierzchołka w punkcie wokół  $i=31$ , odsetek stopy całkowitej płodności powiązany z modalną wieku zwiększa się bardzo raptownie. Można to dostrzec na rycinie 2. Starsze lata, poprzez ich wierzchołek, wykazują tendencje do większego wpływu na ten fragment struktury wieku w kierunku do  $w_2$ , niż młodsze segmenty struktury. Po drugie, część mianownika stopy urodzeń odpowiadającej wiekowi zmienia się na skutek wahań w strukturze czasowej, przy czym stopy wykazują tendencję wzrostową. Może to się zdarzyć w różnych punktach zakresu wieku (*age span*), ale najbardziej wymowne jest przy przesuwaniu się ku granicy  $w_2$  z zakresu  $w_1-w_2$ , ponieważ przesunięcie modalnej wieku  $i$  w kierunku starszych lat narzuca znaczne stopy płodności odpowiadające wiekowi na kobiety liczące 39 lat i więcej. W 1970 r. ten szczególny zakres wieku 39 - 49, inaczej niż w tabeli życia, wykazywał wzrost liczby kobiet w poszczególnych latach życia. Ten wzrost, dotyczący kohort urodzeń z lat dwudziestych XX w., przed początkiem spadku w latach trzydziestych, posiadał wystarczającą moc, aby zrównoważyć wpływ przesunięcia modalnej w zakresie przedziału wieku 39 - 49 lat. Kompleksowe wyniki pokazano na rycinie 1. Można zauważyć, że stopy całkowitej płodności z 1970 r., oparte na  $i$  wyższym od 39, zmniejszają się ciągle aż do osiągnięcia końcowego parametru  $w_2$ .

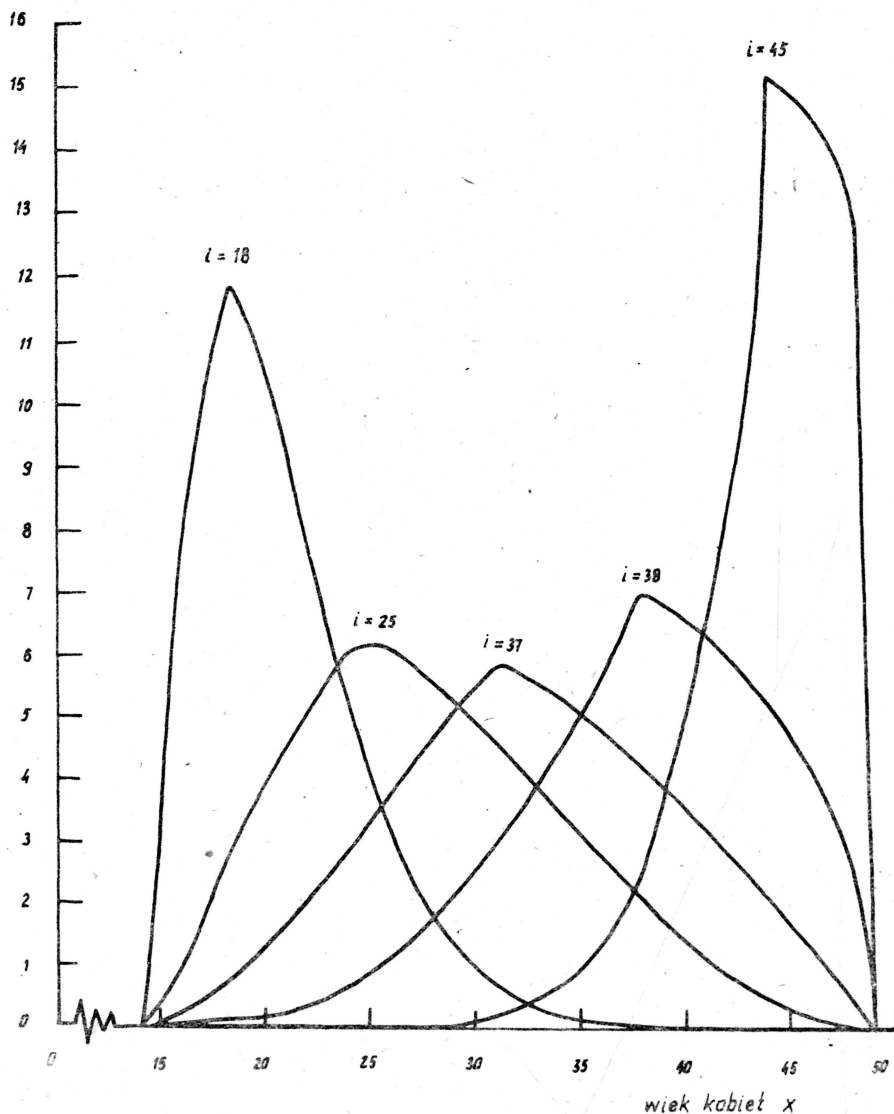
Ostateczne rezultaty eksperymentu wykazują generalne nieporozumienie dotyczące wpływu przeciętnego wieku per se w czasie porodu na ogólną płodność

Stopa globalna płodności  
na 1000 kobiet



Ryc. 1. Wpływ zmian w przeciętnym wieku kobiet w czasie porodu na stopę globalnej płodności na podstawie danych dla USA dla lat 1960 i 1970

Odsetek stopy globalnej  
płodności  $\gamma$



Ryc. 2. Wpływ zmian w modalnej wieku kobiet w czasie porodu na krzywą płodności wieku

Nie jest prawdą, że im niższy jest ten wiek, tym większa jest krańcowa płodność kobiet. Populacja żeńska, charakteryzowana stopniowaną strukturą wiekową ze współczesnej tablicy życia, wykazuje w rzeczywistości lekki wzrost globalnej płodności równocześnie ze zbliżaniem się do założonego końca zakresu płodności  $w_2$ , a także wzrost przeciętnego wieku kobiet wraz ze zbliżaniem się do tego końca. Przekiętny wiek  $i$ , mierzony za pomocą modalnej wieku, nie różni się w sposób istotny od średniej lub mediany wieku. Trzy kolumny w tabeli 1 podają odpowiednie war-

tości średnich i median dla każdej kolejnej wartości mody  $i$ . Różnice są niewielkie i przede wszystkim możliwe do przewidzenia, co z kolei wynika z pewnej stałości tych rozbieżności w sensie niezależności od przyjętej metody obliczeń, poziomu płodności oraz konfiguracji w rozkładzie wieku.

Symulacja: eksperyment drugi. Z tego, iż wszystkie czynniki są równe wynika, że im dłuższy jest zakres czasowy reprodukcyjności kobiet, tym wyższa jest ich całkowita płodność. Przypuszczenie to zakłada określone, raczej społeczne i kulturowe, a nie biologiczne, ograniczenie nałożone na rodność. Trudno je udowodnić na podstawie informacji dotyczących rzeczywistych populacji. Wiadomo na przykład

Tabela 2

Stopy globalnej płodności dla kobiet amerykańskich w 1960 r. według metody obliczeń odpowiednio do założeń eksperymentalnych przy uwzględnieniu parametrów  $w_2$ ,  $w_1$  oraz  $i$

Przyjęte własności zakresu czasowego płodności			Stopa globalnej płodności w 1960 r. według metody obliczeń		
modalna wieku $i$	górną granicą $w_2$	dolną granicą $w_1$	rzeczywista struktura wieku <sup>a</sup>	struktura wieku z tabeli życia <sup>a</sup>	metoda maksymalnej stopy urodzeń odpowiadającej wiekowi <sup>b</sup>
22,8	49	14	3660	3542	3896
23,6	49	15	3680	3544	3796
24,3	49	16	3693	3546	3674
25,1	49	17	3695	3549	3575
25,8	49	18	3688	3551	3452
26,5	49	19	3673	3553	3328
27,3	49	20	3650	3555	3229
28,0	49	21	3627	3558	3109
28,8	49	22	3596	3560	3008
23,3	48	15	3686	3543	3674
23,1	47	15	3691	3542	3575
22,8	46	15	3698	3540	3452
22,5	45	15	3703	3539	3328
22,3	44	15	3708	3538	3229
22,0	43	15	3712	3537	3109
21,8	42	15	3716	3536	3008
21,6	41	15	3719	3535	2907
21,3	40	15	3719	3534	2785
23,3	42	17	3771	3539	2785
23,8	41	18	3787	3540	2562
24,3	40	19	3796	3541	2340
25,5	39	21	3821	3542	1994

<sup>a</sup> Przyjęta stała łączną liczbą żywych urodzeń  $B=4257\ 850$  w USA w 1960 r. Źródło dla struktury wieku  $t$  tablicy życia zobacz z tabeli 1.

<sup>b</sup> Oparte na rzeczywistej strukturze wieku kobiet amerykańskich w 1960 r., przy założeniu stopy maksymalnej płodności odpowiadającej wiekowi  $f_i$  stałej dla  $f_i=271,4$  urodzeń na 1000 kobiet, gdzie  $i=22,8$ . Suma żywych urodzeń  $B$  nie jest stała.

Źródło: Zobacz tabelę 1.

o kobietach huteryjskich, których naturalna płodność najeży do najwyższych w świecie, iż rodzenie dzieci rozpoczynają one na początku dwudziestych lat swego życia. Eksperymentalnie można zmienić którąś granicę czasu reproduktywności lub uczynić to równocześnie na obu krańcach  $w_1$  i  $w_2$ . Utrzymując jako stałe zarówno łączną liczbę urodzeń  $B$ , jak i strukturę wiekową  $F(x)$ , możliwe powinno być określenie wpływu, zmienności tego hipotetycznego zakresu między  $w_1$  a  $w_2$  na globalną płodność  $T$ . Jednakże szczytowy wiek płodności nie może być łatwo utrzymywany jako stały z tego powodu, że upływ czasu w latach między  $w_1$ , czy  $w_2$  oraz  $i$ , wpływałby na rezultaty, gdyby obniżyć lub podwyższyć wartości parametrów  $w_1$  i  $w_2$ . W tabeli 2 pokazano rezultaty liczbowe tego eksperymentu.

W rzeczywistej populacji kobiet z 1960 r. łączny efekt przesunięcia  $w_1$  z 14 na starsze lata do  $w_1=22$  jest w pewnym sensie zróżnicowany. Ponownie przypomina to poprzednie eksperymenty wykazujące wpływ nieregularności w strukturze wieku kobiet na poziom ich płodności. Ustalając  $w_1$  na wiek 15 lat i różnicując  $w_2$  pomiędzy 40 i 48 rokiem życia, dostrzec można mały wzrost stopy globalnej płodności. Jednakże w populacji odwzorowanej według funkcji  $l_x$  tabeli życia zauważalny jest niewielki, stopniowy spadek. Jest to jedyny przypadek w symulacji dokonywanej przy powyższych, dość ograniczonych warunkach, kiedy ma miejsce obniżenie globalnej płodności. Odkrycie to może być interesujące dla czytelników zajmujących się planowaniem rodziny. Kobiety chcące zmniejszyć swą łączną płodność powinny skierować wysiłki raczej na wczesne zakończenie, a nie na opóźnione rozpoczęcie rodzenia dzieci.

### III. WPLYW MAKSYMALNEJ STOPY ODPOWIADAJĄCEJ WIEKOWI $f_i$ NA GLOBALNĄ PŁODNOŚĆ

Stopa maksymalnej płodności w wieku  $i$  posiada własność pomnażania względnie pomniejszania stopy globalnej płodności proporcjonalnie do jej wzrostu lub spadku. Na przykład, podwajając wielkość  $f_i$  podwaja się również skumulowaną stopę  $T$  — albo też — zmniejszając stopę  $f_i$  o 25% — zmniejsza się w dokładnie tej samej proporcji stopę globalnej płodności  $T$ . Nie jest jednak szczególnie pożytecznym ćwiczeniem utrzymywanie stałej stopy  $f_i$ , gdy tymczasem dopuszczane są zmiany w łącznej liczbie urodzeń  $B$ , jak i w liczbie kobiet według wieku  $F(x)$ . Pokazane jest jednak tym samym, że przy ograniczeniach mniej sztywnych, stopa globalnej płodności reagowałaby w „oczekiwanym” kierunku, to znaczy zmniejszałaby się wraz z zawężaniem zakresu  $w_1-w_2$ . Rezultaty tego quasi-eksperymentu pokazano w tabeli 2 w rubryce: Metoda maksymalnej stopy urodzeń odpowiadającej wiekowi. Populacja eksperymentalna oparta jest na rzeczywistej strukturze kobiet w 1960 r. Oczywiście kiedy obniży się stopy urodzeń odpowiadające wiekowi na obu krańcach zakresu czasowego reproduktywności, wtedy zmniejsza się łączna płodność. W tym przypadku jednak eksperymentator nie wie, czy różnica w globalnej płodności powinna zostać przypisana temu czy innemu parametrowi, ponieważ w zakresie wszystkich a więc liczby urodzeń  $B$ , długości zakresu czasowego  $w_1-w_2$  oraz liczby kobiet  $F(x)$ , dopuszcza się jednocześnie możliwość zmieniania się.

Ta sama technika może być zastosowana dla sformułowania globalnej płodności  $T$  dzięki przesuwaniu parametru  $i$  z  $w_1=14$  do  $w_2=49$  i kontrolowaniu modalnej stopy  $f_i$  w pewnej ustalonej wartości, podczas gdy nie zakłada się stałości  $B$  ani  $F(x)$ . Jest to metoda bardziej konwencjonalna, oparta ściśle na wzorze:  $T = \sum_{w_1}^{w_2} f_i H(x)$ , tak jak podano na początku artykułu. Ostatnie dwie kolumny tabeli 1 zawierają rezultaty tego również quasi-eksperymentu.

#### IV. WNIOSKI

Jeżeli wymagana jest całkowita stałość warunków oddziałujących na płodność, pozostaje nam wówczas wąski zakres zmienności, który tym niemniej pozwala nam na zrozumienie wpływu przeciętnego wieku kobiet w czasie porodu na stopę globalnej płodności. Czy ten przeciętny wiek mierzony jest modą, średnią czy medianą, jest zupełnie nieistotne, ponieważ wszystkie te miary uczestniczą w wewnętrznej strukturze założonego modelu, a ich wzajemny stosunek nie zależy od ogólnego poziomu płodności. Badanie opisane powyżej pozwala na wyciągnięcie następujących wniosków:

1) Kolejne przesunięcia w przeciętnym wieku w czasie porodu, takim jak modalna wieku, wywierają różny wpływ na stopę globalnej płodności dla różnych struktur wieku kobiet. Nierówna i znacznie zróżnicowana struktura wieku daje w rezultacie istotne wahania globalnej płodności. W przeciwieństwie do tego, oparty na tablicy życia typ rozkładu wieku, poddawany ciągłym ubytkom, daje stałe wyniki. Wraz z przesuwaniem modalnej wieku płodności  $i$  z wieku początkowego  $w_1$  do wieku końcowego  $w_2$ , w zakresie czasowym reproduktywności, globalna płodność zwiększa się jedynie nieznacznie w warunkach obniżającej się struktury wieku, i odwrotnie, zmniejsza się przy zwiększającej się liczbie kobiet w każdym wieku.

2) Uzależniając globalną płodność od wieku w zakresie czasowym reproduktywności, przy uznaniu wszystkich istotnych parametrów za stałe i przy założeniu, że w modelu przyjęty jest typ rozkładu wieku oparty na tablicy życia, można mówić o prawdopodobnym spadku stopy całkowitej płodności jedynie wówczas, gdy zmniejszany jest końcowy wiek  $w_2$ . Zwązając zakres z  $w_1=17$ ,  $w_2=42$ , do  $w_1=21$ ,  $w_2=39$ , oraz uznając za stałe liczbę urodzeń  $B$  i inne odpowiednie parametry, nie zachodzi poważniejsza zmiana stóp globalnej płodności. Szczytowy wiek  $i$ , ustalany w pozycji odpowiadającej jednej czwartej przedziału czasu w latach między  $w_1$  i  $w_2$  utrwała stopień skośności krzywej wieku. Jednakże, jej spiczastość powiększa się, gdy zacieśnia się zakres  $w_1-w_2$ .

3) W quasi-eksperymentcie musi być utrzymywana dla wszystkich symulacji bezwzględna stałość parametrów. Przyjmując granice wieku reprodukcyjnego jako  $w_1=14$  i  $w_2=49$ , stopa globalnej płodności osiąga swój maksymalny poziom, gdy wierzchołek  $i$  krzywej wieku  $H(x)$  osiąga 31 rok życia.

4) Wyniki otrzymane w quasi-eksperymentcie, jak i wyniki otrzymane przy bardziej rygorystycznych założeniach, są zgodne z opracowaniami dotyczącymi modeli płodności w rzeczywistych populacjach. Modele takie zostały przygotowane pod

auspicjami ONZ przez Gwendolyn Acsadi-Johnson<sup>19</sup>. Brak zaobserwowanego przykładu wysokiej lub niskiej płodności dla populacji o bardzo wczesnym lub późnym umiejscowieniu wierzchołka wieku reprodukcji, tak jak to symulowano w niniejszym opracowaniu.

5) Podobny model można skonstruować dla zilustrowania tego, jak stopa globalnej płodności może być przekształcana przez szczegółowe zmiany wzorców stopy urodzeń odpowiadającej wiekowi według kolejności urodzenia dziecka. Modele innego rodzaju mogą być rozwijane i poddawane symulacji przy różnych założeniach, takich jak uwzględnienie wieku kobiety przy urodzeniu pierwszego dziecka, odstępy między porodami, przeciętny wiek matki dla kolejnych porodów oraz wiek, przy którym kończy się rodzenie dzieci. Symulacja jest podejściem praktycznym do możliwych rozwiązań problemu badawczego. Może nie być ona właściwa, gdy brakuje odpowiednich podstaw modelu. Z chwilą uzasadnienia modelu, zawłość jego roboczej struktury w sytuacjach krańcowych i całkowicie abstrakcyjnych może być najefektywniej wykorzystana na drodze interpretacji sposobów, za pomocą których formułowane są zarówno praktyczne, jak i teoretyczne twierdzenia z danej dziedziny. Tym samym, najbardziej pożądana metoda polega na połączeniu analitycznych własności modelu z symulacją.

## ANEKS

Jeżeli  $H(x)$  wyrażone jest w postaci małych części spośród  $\Sigma H(x)$  w rozkładzie urodzeń odpowiadających wiekowi, takich jak  $h(14) \dots h(49)$ , wówczas

$$\sum_{x=15}^{49} h(x) = 1. \quad (1)$$

Ponieważ każdą stopę urodzeń odpowiadającą wiekowi  $f(x)$  można zapisać jako część skumulowanej globalnej stopy płodności  $T$ ,

$$f(x) = T [h(x)] \quad (2)$$

to globalna liczba urodzeń  $B$  jest iloczynem stopy globalnej płodności  $T$  oraz sumy ważonej struktury czasowej

$$B = T \sum_{w_1}^{w_2} [h(x)] F(x) \quad (3)$$

tak, iż

$$T = \frac{B}{\sum_{x=15}^{49} [h(x)] F(x)}. \quad (4)$$

Względnie, mając daną na przykład liczbę kobiet według poszczególnych lat wieku  $F_{15}, F_{16}, \dots$ , itd., a także sumę żywych urodzeń  $B$  dla tych kobiet, oblicza się stopy urodzeń odpowiadające wiekowi na podstawie tych części, na przykład  $h(14)$  przez  $h(49)$ . Części te, jak pokazano w równaniu (1) pochodzą z rozkładu  $H(x)$  zdefiniowanego we wstępnej części tego opracowania jako funkcja wartości parametrów  $w_1, w_2$  oraz  $i$ . Wartości te, wraz ze skumulowaną liczbą urodzeń

<sup>19</sup> United Nations, op. cit., s. 101 - 121.

$B_i$  mogą być zmieniane lub stałe, w zależności od potrzeb eksperymentu. W quasi-eksperymentach jedynie wartości parametrów  $w_1$ ,  $w_2$  i albo  $f_i$  lub  $T$ , są stałe.

Możliwe jest zaprojektowanie programu symulacji, za pomocą którego można by dokonywać w warunkach eksperymentalnych zmian liczby żywych urodzeń  $B(x)$ . Gdy dana jest  $B(x)$ , a nie jest dostępny rozkład czasowy  $F(x)$ , poza sumą  $\Sigma F(x)$  w zakresie między wiekiem dojrzenia  $w_1$  a wiekiem przekwitania  $w_2$ , wtedy:

$$\sum_{w_1}^{w_2} F(x) = \frac{\sum_{w_1}^{w_2} \frac{B(x)}{h(x)}}{T} \quad (5)$$

oraz

$$T = \frac{\sum_{w_1}^{w_2} \frac{B(x)}{h(x)}}{\sum_{w_1}^{w_2} F(x)}. \quad (6)$$

Równanie (6) może znaleźć pewne zastosowania praktyczne dla krajów rozwijających się, w których obecnie podawane są dane dotyczące żywych urodzeń według wieku matki, nieznanne są jednak dokładne rozkłady wieku kobiet, poza najczęściej globalną liczbą kobiet znajdujących się w wieku między dojrzeniem a klimakterium, dla których przyjmuje się odpowiednio  $w_1$  oraz  $w_2$ .

*Z języka angielskiego tłumaczył Alfred Janc*

## A DEMOGRAPHIC MODEL IN ITS EXPERIMENTAL APPLICATION

### Summary

A demographic model of fertility age curve is simulated to determine the effect of successive shifts in women's aggregate age at birth. The age limits of women's reproductive span, their age structure, and the annual number of livebirths are held constant in the first experiment. The second experiment involves an assessment of variation in women's reproductive-age span. Two experimental populations are distinguished: (1) the actual population by age, and (2) the life table type.

The shape of age curve of fertility has a minimal effect on the cumulative rate for the life table age structure. When based on the actual population by single years of age, the cumulative rate of total fertility tends to fluctuate with changes in the peak age of women at childbearing. An increase in the average age of women at birth under the absolute constancy of parameter values usually augments the rate of total fertility. A slight decrease in completed fertility is observed for the life table type of age structure when the upper limit of women's reproductive span is advanced early. In the final simulation, when requirement of the constancy of parameter values is much relaxed the test corresponding to an intermediate value of the average age at childbearing generates the highest level of completed fertility.

The author suggests that the most desirable approach seems to be a combination of analytic properties of the model with simulation.