IWONA ROESKE-SŁOMKA

WYKORZYSTANIE METODY DOOLITTLE'A DO ANALIZY REGRESJI ZWIĄZKU ROZWOJU EKONOMICZNEGO I DEMOGRAFICZNEGO JEDNOSTEK PRZESTRZENNYCH

Celem niniejszego artykułu jest kontynuacja prezentacji wykorzystania pewnych metod statystyczno-matematycznych do badania wpływu wzrostu gospodarczego na demograficzny w ujęciu przestrzennym. W poprzednim opracowaniu [1] spośród ogólnych mierników wzrostu gospodarczego jednostek przestrzennych wytypowano do badania wartość produktu na 1 zatrudnionego i mieszkańca, natomiast spośród mierników szczegółowych[2] wskaźnik procentu gospodarstw domowych posiadających netto miesięczny dochód 1500 M i więcej do procentu związków małżeńskich trwających krócej niż 6 lat. Za charakterystyki procesów prokreacyjnych ludności posłużyły nam w szczególności współczynniki płodności ogólnej i grupowej.

W dalszym ciągu naszych dociekań chcielibyśmy dokonać pewnego uogólnienia, które oprócz celu ogólnopoznawczego mogłoby spełnić również pewne oczekiwania w zakresie możliwości dokonywania predykcji. Interesujące bowiem byłoby ilościowe określenie zmian współczynników płodności dokonujących się pod wpływem wzrostu gospodarczego, wyrażonego wartościami przyjętych do badania mierników. Informacji takiej mogą udzielić współczynniki regresji wielorakiej, które odpowiadają na pytanie, jaki jest średni przyrost zmiennej zależnej Y na jednostkę przyrostu zmiennej niezależnej X_i przy założeniu, że wpływ pozostałych czynników kształtujących zmienną objaśnianą jest stały.

Przyjmiemy następujące oznaczenia:

a) zmienne objaśniane

y_1 — współczynniki płodności ogólnej,

y_2 — współczynniki płodności grupowej tj. liczba urodzeń na 1000 kobiet w wieku 21-30 lat,

[1] Por. I. Roeske-Słomka, *Badanie i analiza współzależności rozwoju gospodarczego i demograficznego makroregionów ekonomicznych na przykładzie RFN,* Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny 1976, z. 3.

[2] Wyboru dokonano m. in. ze względu na stopień agregacji danych liczbowych.

b) zmienne objaśniające

x_1 — wartość produktu brutto w M na 1 zatrudnionego,

x_2 — wartość produktu brutto w M na mieszkańca,

x_3 — wskaźnik procentu gospodarstw domowych posiadających netto miesięczny dochód 1500 M i Więcej, do procentu gospodarstw domowych trwających do 6 lat.

Interesującą nas liniową zależność cechy y od zmiennych x_1, x_2, x_3 można najogólniej wyrazić jako

$$y=\beta_0+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\beta_3 x_3+\xi,$$

gdzie β_0 jest współczynnikiem przy tzw. zmiennej ślepej, której wartość jest jednością.

Oszacowania parametrów modeli liniowych najczęściej dokonuje się metodą najmniejszych kwadratów na podstawie rachunku macierzowego. Z tym zagadnieniem wiąże się generalna trudność wypływająca stąd, że odwracanie macierzy niediagonalnych wyższego stopnia niż trzeci jest niezwykle uciążliwe, a w sytuacji wysokich wartości zmiennych co do modułu — tak jak ma to miejsce w naszym przypadku, zob. tabela 1 — bez pomocy maszyny elektronowej jest praktycznie w zasadzie niemożliwe.

W celu oszacowania parametrów modelu wykorzystamy metodę Doolittle'a. Idea tej metody polega na takim przekształceniu symetrycznego układu równań liniowych, by uzyskać układ trójkątny, tj. układ, którego wyznacznik główny ma same zera poniżej głównej przekątnej i jedynki na niej[3]. Przekształcenie to wymaga mnożenia równań układu przez odpowiednie liczby oraz dodawania i odejmowania tych równań.

Przystępując do oszacowania parametrów skorzystamy z modelu postaci:

$$y=\mu+\beta_1(x_1-\bar{x}_1)+\beta_2(x_2-\bar{x}_2)+\beta_3(x_3-\bar{x}_3)+\xi,$$

któremu odpowiada następujące równanie regresji wielokrotnej

$$Y=\bar{y}+\hat{\beta}_1(x_1-\bar{x}_1)+\hat{\beta}_2(x_2-\bar{x}_2)+\hat{\beta}_3(x_3-\bar{x}_3),$$

gdzie $\bar{y}$ oznacza średnią wartość współczynnika płodności i jest oceną dla μ.

Oceny współczynników regresji dla zmiennej y_1

$$\hat{\beta}_1=0{,}01776, \quad \hat{\beta}_2=0{,}17632, \quad \hat{\beta}_3=-45{,}560$$

wyznaczono z równań normalnych, które wobec poniższych wartości

$$nS_1^2=\sum x_1^2-\frac{(\sum x_1)^2}{n}=336106-\frac{3211264}{10}=14979{,}6$$

[3] Por. R. L. Anderson, T. A. Bancroft, *Statistical Theory in Research,* New York 1952.

$$nS_{12}=\sum x_1 x_2-\frac{(\sum x_1)(\sum x_2)}{n}=149781-\frac{1424640}{10}=7317$$

$$nS_{13}=\sum x_1 x_3-\frac{(\sum x_1)(\sum x_3)}{n}=948{,}49-\frac{8762{,}88}{10}=72{,}202$$

$$nS_2^2=\sum x_2^2-\frac{\sum (x_2)^2}{n}=67101-\frac{632025}{10}=3898{,}5$$

$$nS_{23}=\sum x_2 x_3-\frac{(\sum x_2)(\sum x_3)}{n}=425{,}65-\frac{3887{,}55}{10}=36{,}895$$

$$nS_3^2=\sum x_3^2-\frac{(\sum x_3)^2}{n}=2{,}8451-\frac{23{,}9121}{10}=0{,}45389$$

$$nS_1 y_1=\sum x_1 y_1-\frac{(\sum x_1)(\sum y_1)}{n}=126753-\frac{1284864}{10}=-1733{,}4$$

$$nS_2 y_1=\sum x_2 y_1-\frac{\sum (x_2)(\sum y_1)}{n}=56138-\frac{570015}{10}=-863{,}5$$

$$nS_3 y_1=\sum x_3 y_1-\frac{\sum (x_3)\sum y_1)}{n}=343{,}94-\frac{3506{,}13}{10}=6{,}673$$

Tabela 1

Ogólne i szczegółowe mierniki wzrostu gospodarczego i charakterystyki procesów prokreacyjnych ludności krajów związkowych RFN

Kraj związkowy	Wartość produktu brutto w setkach M w 1965 r.		% gospodarstw domowych o dochodzie 1500 M i więcej do % gospodarstw trwających do 6 lat	Współczynniki płodności w 1967 r*	
	na 1 zatrudnionego	na 1 mieszkańca		ogólnej	grupowej
Szlezwik-Holsztyn	152	64	0,50	80	283
Hamburg	271	130	1,00	60	210
Dolna Saksonia	157	67	0,41	79	304
Brema	227	97	0,57	68	245
Nadrenia-Westfalia	187	81	0,69	71	271
Hesja	173	80	0,35	69	255
Nadrenia-Palatynat	138	61	0,21	73	300
Badenia-Wirtembergia	166	80	0,47	76	274
Bawaria	147	70	0,33	72	270
Saara	174	65	0,36	69	273
Średnie	179,2	79,5	0,489	71,7	268,5

* W analizie zastosowano dwuletnie opóźnienia — zob. I. Roeske-Słomka, op. cit.

Źródło: Obliczenia własne na podstawie: Statistisches Jahrbuch 1966, s. 157; 1968, ss. 25, 35, 44 i 500; 1969, ss. 35 i 44 oraz na podstawie DIVO, ss. 25 i 109.

i informacji zawartych w tabeli 2, przybierają postać:

$$\begin{aligned} 14979{,}6\beta_1 + 7317\beta_2 + 72{,}202\beta_3 &= -1733{,}4 \\ 7317\beta_1 + 3898{,}5\beta_2 + 36{,}895\beta_3 &= -863{,}5 \\ 72{,}202\beta_1 + 36{,}895\beta_2 + 0{,}45389\beta_3 &= -6{,}673\,, \end{aligned} \tag{1}$$

a zatem równanie regresji y_1 względem x_1, x_2, x_3, jest następujące:

$$Y_1 = 0{,}01776x_1 + 0{,}17632x_2 - 45{,}560x_3 + 76{,}778\,.$$

Oznacza to, iż wzrost wartości produktu brutto na 1 zatrudnionego o 100 M powoduje po upływie dwóch lat podniesienie wartości współczynnika płodności ogólnej w odniesieniu do 1000 kobiet o ok. 0,018; wzrostowi produktu brutto na mieszkańca o 100 M odpowiada wzrost tegoż współczynnika płodności ogólnej o 0,176; zaś wzrost wskaźnika procentu gospodarstw domowych posiadających netto miesięczny dochód 1500 M i więcej, do procentu gospodarstw trwających do 6 lat, wywołuje po upływie wymienionego okresu czasu spadek liczby urodzeń o 45,56 na 1000 kobiet w wieku rozrodczym. Jak wiadomo, pozostały estymator nie ma samodzielnej treści merytorycznej.

Tabela 2

Rozwiązanie układu (1) według metody Doolittle'a

Działania	Wiersz	1	2	3	0	Kontrola
	R_1	14979,6	7317	72,202	−1733,4	20635,402
	R_2		3898,5	36,895	− 863,5	10388,895
	R_3			0,45389	− 6,673	102,878
R_1	R_1	14979,6	7317	72,202	−1733,4	20635,402
$\frac{1}{14979{,}6} R_1$	r_1	1	0,48846	0,00482	− 0,11571	1,37757
$R_2j - R_{12}r_1j$	R_2		324,44	1,627	− 16,85	309,217
$\frac{1}{324{,}44} R_2$	r_2		1	0,00501	− 0,05193	0,95308
$R_3j - R_{13}r_1j - R_{23}r_2j$	R_3			−0,07896	3,59744	3,51848
$-\frac{1}{0{,}07896} R_3$	r_3			1	− 45,560	− 44,560

Źródło: Obliczenia własne.

Oceny współczynników regresji dla zmiennej y_2

$$\hat{\beta}_1 = 0{,}89150\,, \quad \hat{\beta}_2 = 1{,}3178\,, \quad \hat{\beta}_3 = -443{,}361$$

wyznaczono z równań normalnych o postaci

$$\begin{aligned} 14979{,}6\beta_1 + 7317\beta_2 + 72{,}202\beta_3 &= -9015 \\ 7317\beta_1 + 3898{,}5\beta_2 + 36{,}895\beta_3 &= -4696{,}5 \\ 72{,}202\beta_1 + 36{,}895\beta_2 + 0{,}45389\beta_3 &= -41{,}775\,, \end{aligned} \tag{2}$$

którą wyprowadzono także z poniższych równości

$$nS_1 y_2 = \sum x_1 y_2 - \frac{(\sum x_1)(\sum y_2)}{n} = 472137 - \frac{4811520}{10} = -9015$$

$$nS_2 y_2 = \sum x_2 y_2 - \frac{(\sum x_2)(\sum y_2)}{n} = 208761 - \frac{2134575}{10} = -4696{,}5$$

$$nS_3 y_2 = \sum x_3 y_2 - \frac{(\sum x_3)(\sum y_2)}{n} = 1271{,}19 - \frac{13129{,}65}{10} = -41{,}775$$

jak również informacji zawartych w tabeli 3.
Równanie regresji y_2 względem x_1, x_2, x_3, można zanotować jak następuje:

$$Y_2 = 0{,}8915x_1 + 1{,}3178x_2 - 443{,}361x_3 + 220{,}7816.$$

Z powyższego równania wynika, że na 100 M przyrostu produktu brutto w odniesieniu do 1 zatrudnionego przypada średni przyrost wartości współczynnika płodności grupowej o 0,892; przyrostowi produktu brutto o 100 M na mieszkańca odpowiada średni wzrost współczynnika płodności grupowej o 1,318, natomiast jednostkowy wzrost wskaźnika x_3 wywołuje spadek liczby urodzeń o 220 na 1000 kobiet w wieku 21 - 30 lat. Odnotowane skutki zmian wartości przyjętych do badania mierników wzrostu gospodarczego stwierdzono po upływie dwóch lat.

Uzyskane w obu modelach regresji wyniki sugerują występowanie ciekawego zjawiska — dyskutowanego już zresztą w innym miejscu[4].

Tabela 3

Rozwiązanie układu (2) według metody Doolittle'a

Działania	Wiersz	1	2	3	0	Kontrola
	R_1	14979,6	7317	72,202	−9015	13353,802
	R_2		3898,5	36,895	−4696,5	6555,895
	R_3			0,45389	− 41,775	67,776
R_1	R_1	14979,6	7317	72,202	−9015	13353,802
$\frac{1}{14979{,}6} R_1$	r_1	1	0,48846	0,00482	− 0,60181	0,89147
$R_2j - R_{12}r_1j$	R_2		324,44	1,627	− 293,1	32,967
$\frac{1}{324{,}44} R_2$	r_2		1	0,00501	− 0,90340	0,10161
$R_3j - R_{13}r_1j - R_{23}r_2j$	R_3			−0,07896	35,00782	34,92886
$-\frac{1}{0{,}07896} R_3$	r_3			1	− 443,361	−442,361

Źródło: Obliczenia własne

[4] Zob. I. Roeske-Słomka, *Współzależność dochodów i dzietności rodzin,* Studia Demograficzne 1974, nr 37, ss. 45 - 60.

Można mianowicie domniemywać, iż po osiągnięciu względnie wysokiego poziomu życiowego dalszy wprost dobrobytu wpływa na wzrost liczby urodzeń, z wyjątkiem małżeństw najmłodszych, u których podniesienie się standardu ekonomicznego powoduje nasilenie działania elementów konkurencyjnych w stosunku do posiadania czy ewentualnego powiększania liczby potomstwa.

Dla zweryfikowania hipotezy, że nie ma regresji, tj. że trzy współczynniki regresji w populacji są zerami

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0,$$

skorzystamy z funkcji testowej

$$F^0 = \frac{\sum (Y - \bar{y})^2}{p} : \frac{\sum (y - Y)^2}{n-1} = \frac{SS_{regr}}{p} : \frac{SS_e}{n-1},$$

gdzie sumą kwadratów odchyleń dla regresji $SS_{\mathrm{regr}} = \Sigma(Y - \bar{y})^2$ zgodnie ze wzorem

$$SS_2 = R(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_p) - R(\hat{\beta}_0) = R(\hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_p) = \sum (Y - \bar{y})^2 =$$
$$= \hat{\beta}_1\, nSy_1 + \hat{\beta}_2\, nSy_2 + \ldots + \hat{\beta}_p\, nSy_p$$

jest wielkość R ($\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$). Jest ona równa sumie iloczynów ocen współczynników regresji $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$ przez prawe strony równań normalnych $n\ S_{yi}$, czyli dla zmiennej y_1

$$SS_{regr} = 0{,}10776(-1733{,}4) + 0{,}17632(-863{,}5) - 45{,}560(-6{,}673) = 120{,}98,$$

dla zmiennej y_2

$$SS_{regr} = 0{,}8915(-9015) + 1{,}3178(-4696{,}5) - 443{,}361(-41{,}775) = 4295{,}48.$$

Sumą kwadratów dla błędu, czyli sumą kwadratów odchyleń od regresji dla zmiennej y_1 wobec

$$nS_{y1}^2 = \sum y_1^2 - \frac{(\sum y_1)^2}{n} = 51717 - \frac{514089}{10} = 308{,}1$$

jest:

$$308{,}1 - 120{,}98 = 187{,}12,$$

a dla y_2 wartość: 6678,5-4295,48 = 2383,02

Zatem wobec p=3 zmiennych x_1, x_2 i x_3, n=10 krajów związkowych otrzymujemy dla

y_1;

$$F_0 = \frac{120{,}98}{3} : \frac{187{,}12}{10-1} = 40{,}326 : 20{,}79 = 1{,}940,$$

a dla y_2;

$$F_0 = \frac{4295,48}{3} : \frac{2383,02}{10-1} = 1431,826 : 264,78 = 5,408 .$$

Ponieważ wartość graniczna odczytana z tablic rozkładu F na poziomie ufności a=0,05, przy 9 stopniach swobody i dla 3 zmiennych wynosi 3,86 stwierdzamy, że regresja dla zamiennej y_2 jest istotna.

Jak wiadomo pierwiastek drugiego stopnia z wielkości $\frac{\sum(Y-\bar{y})_2}{nSy^2}$ jest współczynnikiem korelacji wielokrotnej, który stanowi miarę zależności zmiennej zależnej y od zespołu wszystkich zmiennych x_1, x_2 i x_3. W naszym przypadku wynosi on dla zmiennej y_1

$$\sqrt{\frac{120,98}{308,1}} = \sqrt{0,39266} = 0,627 ,$$

a dla y_2 współczynnik korelacji wielokrotnej jest równy:

$$R = \sqrt{\frac{4295,48}{6678,5}} = \sqrt{0,6431} = 0,802 .$$

Jak wiadomo, weryfikacja istotności współczynnika korelacji wielokrotnej jest jednocześnie weryfikacją istotności regresji. Wartość krytyczna współczynnika korelacji wielokrotnej na poziomie istotności a=0,05 dla n=10 i trzech zmiennych wynosi 0,671. Wnioski stąd wypływające potwierdzają ocenę istotności równań regresji dokonaną przy pomocy testu F.

Przystąpimy obecnie do analizy wariancji dla zmiennej y_2. Wartość redukcji dla trzech parametrów β wynosi

$$R(\hat{\beta}) = \hat{\beta}'x'y .$$

Wielkość tę można obliczyć bezpośrednio z tablicy 3 posługując się wzorem:

$$R(\hat{\beta}) = R_{10} r_{10} + R_{20} r_{20} + R_{30} r_{30} ,$$

który stanowi sumę iloczynów par liczb w kolumnie zerowej.
Mamy zatem:

$$R(\hat{\beta}) = (-9015)(-0,60181) + (-293,1)(-0,90340) + 35,00782(-443,361) =$$
$$= -9830,9545 .$$

Zweryfikujemy hipotezę $\beta_3=0$. Funkcja testowa przy hipotezie $\gamma_2=\beta_3=0$ ma postać:

$$F^0 = \frac{R(\hat{\beta}) - R(y_1)}{g} : \frac{SS_e}{n-f} = \frac{V\beta_3}{V} ,$$

gdzie $R(\hat{\beta}) = \hat{\beta}'x'y$; $R(y_1) = y_1 x_1 y$; $SS_e = y'y - \hat{\beta}'x'y$.

Ocena $\gamma_1=\begin{bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\end{bmatrix}$ jest obliczona z równań normalnych przy założeniu $\beta_3=0$, a więc z układu:

$$14979{,}6\beta_1+7315\beta_2=-9015$$

$$7317\beta_1+3898{,}5\beta_2=-4696{,}5\,.$$

Tu wektor $x_1'y=\begin{bmatrix}-9015\\ -4696\end{bmatrix}$.

Redukcja dla γ_1 wynosi:

$$R(\gamma_1)=\gamma_1'x_1'y=[\beta_1\,\beta_2]\begin{bmatrix}-9015\\ -4696\end{bmatrix}=-9015\beta_1-4696\beta_2\,.$$

Suma kwadratów dla $\beta_3=\gamma_2$ poprawiona na β_1 i β_2 jest równa

$$SS\beta_3=R(\gamma_2|\gamma_1)=R(\hat{\beta})-R(\gamma_1)=\hat{\beta}'x_1'y-\gamma_1'x_1'y=$$

$$=R(\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2,\beta_3)-R(\beta_1,\beta_2)\,.$$

Obecnie korzystając z tabeli 3 wyznaczymy sumy kwadratów odchyleń wchodzące do testu *F*.

Równania normalne przy hipotezie $\beta_3=0$ obejmują wiersze R_1 *i* R_2 z pominięciem kolumny trzeciej. Stąd rozwiązanie na $\beta_1=-0{,}40432$ i $\beta_2=-0{,}90340$ można otrzymać z wierszy r_1 i r_2 przy pominięciu kolumny trzeciej i kontrolnej tabeli 3. Ponieważ x'_1y jest znane, więc redukcja dla β_1 i β_2 przy ignorowaniu β_3 ma wartość:

$$R(\gamma_1)=\gamma_1'x_1'y=[-0{,}40432-0{,}90340]\begin{bmatrix}-9015\\ -4696\end{bmatrix}\approx 7887{,}30\,.$$

Można to także obliczyć ze wzoru:

$$R(\gamma_1)=R_{10}r_{10}+R_{20}r_{20}=R(\beta_1,\beta_2)\,.$$

Stąd redukcja dla β_3 poprawiona na β_1 i β_2 wynosi:

$$SS_{\beta_3}=R(\gamma_2|\gamma_1)=R(\hat{\beta})-R(\gamma_1)=\hat{\beta}'x'\gamma-y_1'x_1'y=$$

$$=(R_{10}r_{10}+R_{20}r_{20}+R_{30}r_{30})-(R_{10}r_{10}+R_{20}r_{20})=$$

$$=R_{30}r_{30}=35{,}00782(-443{,}361)=-15521{,}06\,.$$

Oczywiście zweryfikowanie hipotezy $\beta_1=0$ wymaga zamiany miejscami parametrów β_1 i β_2, jak również odpowiadających im równań. Podobnie dla β_2.

Dla funkcji regresji zmiennej y_1, SS_{β_3} wynosi — 163,89.

Z weryfikacji istotności uzyskanych równań regresji wynika, że czynniki ekonomiczne znacznie lepiej opisują zmiany płodności grupowej niż ogólnej.

Wykorzystując równanie regresji płodności ogólnej

$$y_1 = 0{,}01776x_1 + 0{,}17632x_2 - 45{,}560x_3 + 76{,}778$$

i równanie regresji płodności grupowej

$$y = 0{,}8915x_1 + 1{,}3178x_2 - 443{,}361x_3 + 220{,}7816$$

do obliczenia teoretycznych wartości ogólnych i grupowych współczynników płodności krajów związkowych RFN w 1967 r. otrzymujemy wyniki, które przedstawia tabela 4.

Tabela 4

Wartości empiryczne i teoretyczne ogólnych i grupowych współczynników płodności oraz ich różnice w 1967 r. w krajach związkowych RFN

Kraj związkowy	Współczynniki płodności				Zmienne resztowe	
	ogólnej		grupowej			
	y emp.	y teoret.	y emp.	y teoret.	dla y	dla y
Szlezwik-Holsztyn	80	69	283	219	11	64
Hamburg	60	59	210	190	1	20
Dolna Saksonia	79	73	304	267	6	37
Brema	68	71	245	298	−3	−53
Nadrenia-Westfalia	71	64	271	188	7	83
Hesja	69	78	255	325	−9	−70
Nadrenia-Palatynat	73	80	300	331	−7	−31
Badenia-Wirtembergia	76	73	274	266	3	8
Bawaria	72	76	270	297	−4	−27
Saara	69	74	273	301	−5	−28

Źródło: Obliczenia własne

Analiza wartości zmiennych resztowych musi oczywiście być przeprowadzana w kontekście pozostałych informacji liczbowych zawartych w tabeli 4, w której widoczne są znacznie wyższe bezwzględne wartości cząstkowych niż ogólnych współczynników płodności. Drugim, ciekawym naszym zdaniem, spostrzeżeniem jest to, iż obserwuje się jednokierunkowe odchylenia wartości oszacowanych na podstawie równań regresji od empirycznych w przypadku ogólnych i grupowych współczynników płodności krajów związkowych. Największe różnice dodatnie występują w obu przypadkach w Szlezwiku-Holsztynie i Nadrenii-Westfalii, zaś występowanie najwyższych wartości różnic ujemnych stwierdzono w Hesji. Analiza przyczyn występowania zasygnalizowanego zjawiska wykracza poza ramy niniejszego opracowania, które wyznaczył cel pracy, może ona jednak, naszym zdaniem, stanowić przedmiot bardziej szczegółowych poszukiwań.

UTILIZATION OF THE DOOLITTLE'S METHOD IN THE REGRESSION ANALYSIS OF ECONOMIC AND DEMOGRAPHIC DEVELOPMENT OF SPATIAL UNITS

Summary

The purpose of the article is an attempt to present using some statistic-mathematical methods in an examination of the influence of economic development on demographic development. The empirical verification concerns the federal countries of the German Federal Republic. Examination and evaluation of the interdependence relation has been accomplished with the aid of the multiple regression analysis and of the variance analysis.

For the examination the product values for a worker and for an inhabitant were chosen from general measures of economic development of spatial units. From detailed measures the percentage indicator of households with monthly income of 1,500 DM and more to percentage of marriages lasting less than 6 years was chosen. As the characteristics of procreation processes of population coefficients of general and of group fertilities have been of service.

A two-year delay of fertility coefficients in relation to the measures of economic development has been adopted in calculations.

To estimate the multiple regression coefficients the Doolittle's method has been used.

Following regression equations have been calculated: — for general fertility coefficients

$$y_1=0{,}01776x_1+0{,}17632x_2-45{,}560x_3+76{,}778$$

— for group fertility coefficients

$$y_2=0{,}8915x_1+1{,}3178x_2-443{,}361x_3+220{,}7816$$

The obtained results suggest that — after reaching a relatively high living standard — the subsequent increase in welfare influences the birth increase except the youngest couples. In their case increase in economic standard causes intensification of actions of competitive elements against possessing and extending the number of children.

Values of multiple correlation coefficients were:

$$Ry_1=0{,}627, \qquad Ry_2=0{,}802.$$

It appears from the evaluation of importance of the regression equations with the aid of F-test, that economic factors describe in a better way the changes in group fertility than in general fertility.