

WŁODZIMIERZ DYMARSKI

OPTYMALIZACYJNY MODEL PLANOWANIA ROZWOJU
ZASOBÓW WYKWALIFIKOWANEJ SIŁY ROBOCZEJ
W OKRESIE PERSPEKTYWICZNYM

Prezentowane opracowanie stanowi próbę powiązania w modelu optymalizacyjnym rozwoju zasobów wykwalifikowanej siły roboczej z rozwojem gospodarczym. Model jest liniowy i obejmuje okres dwudziestoletni, podzielony na jednoroczne odcinki czasu. Istotą modelu jest równoczesna optymalizacja inwestowania w kapitał fizyczny oraz inwestowania w siłę roboczą, czyli kapitał ludzki¹. Wychodzimy z założenia, że oba te kierunki inwestowania współokreślają się, a stopień ich zbieżności jest podstawowym czynnikiem decydującym o efektywności wykorzystania obu zasobów. Na gruncie rozważań teoretycznych brak jest przesłanek do przyjęcia tezy o jednostronnej zależności kierunków i tempa rozwoju kapitału ludzkiego od ustalonego uprzednio programu rozwoju kapitału fizycznego. Tezę taką przyjmuje się często w praktyce planistycznej, lecz wynika to nie z przesłanek teoretycznych, ale z szeregu trudności praktycznych, z których nie najmniej ważną jest brak odpowiednich koncepcji modelowych.

Współzależność rozwoju kapitału ludzkiego i kapitału fizycznego wynika z ich wzajemnych powiązań w procesie tworzenia dóbr i usług. Charakter tych powiązań nazywać będziemy ogólnie techniką wytwarzania (lub konkretnie: techniką produkcji, inwestowania lub kształcenia). Technika wytwarzania określa rodzaje środków produkcji i siły roboczej oraz proporcje, w jakich powinny one być zaangażowane w procesie wytwórczym, aby produkt tego procesu odpowiadał z góry określonym wymogom.

Większość dóbr i usług może być wytwarzana kilkoma lub więcej alternatywnymi technikami. W możliwości wyboru między alternatywnymi technikami wytwarzania, wymagającymi odmiennych zestawów

¹ Pojęć „siła robocza” i „kapitał ludzki” będziemy używać zamiennie. Definicja „kapitału ludzkiego” (por. np. L. Thurow, *Investment in Human Capital*, Belmont, 1970, s. 1) jest merytorycznie identyczna z marksowską definicją „siły roboczej” (por. K. Marks, *Kapitał*, t. 1, Warszawa, 1956, s. 177 i 209).

różnych typów środków produkcji i siły roboczej, tkwi istota substytucyjności czynników produkcji. Ich konieczne proporcje w ramach określonej techniki wytwarzania wyrażają komplementarność tych czynników. Na tych przesłankach opieram tezę, że problem jednoczesnej optymalizacji rozwoju kapitału fizycznego i kapitału ludzkiego sprowadza się do problemu optymalizacji zestawu technik wytwarzania. Ponieważ funkcją celu w modelu jest maksymalizacja produkcji finalnej na cele poza-inwestycyjne w całym okresie planu łącznie, przy zadanej jej strukturze rzeczowej w każdym roku planu i określonym minimalnym tempie wzrostu w każdym kolejnym roku, model wybierać będzie taki kompleks technik wytwarzania, którego zastosowanie wymaga najmniejszych nakładów inwestycyjnych (na kapitał fizyczny i ludzki łącznie).

Poprzez sprowadzenie substytucyjności poszczególnych czynników produkcji do substytucyjności całych kompleksów czynników, model nasz uwzględnia technologiczne granice substytucyjności. Tym samym stanowi kompromis między deterministycznym podejściem Tinbergena i Bosa² oraz Correa'ego³, zakładającym zerową elastyczność popytu na różne rodzaje siły roboczej i podejściem Bowlesa⁴, w którym elastyczność popytu jest nieskończona. Przyjmując, że technika wytwarzania określa bezpośrednio i jednoznacznie typy i poziomy wykształcenia niezbędnej siły roboczej, eliminujemy z modelu pośrednie, między systemem kształcenia i gospodarką, ogniwo w postaci grup zawodowych. Wprowadzenie tego ogniwa wymaga ustalenia bardzo dyskusyjnych zasad translacji poszczególnych rodzajów wykształcenia na grupy zawodowe i odwrotnie i w efekcie stwarza wiele więcej nowych problemów niż pokonuje już istniejących⁵.

O rozmiarze zasobów przeznaczanych na kształcenie decyduje w naszym modelu porównanie krańcowych korzyści społecznych z każdego typu kształcenia z jego krańcowymi kosztami społecznymi, przy czym nie zachodzi konieczność operowania zarobkami jako miernikiem marginalnej społecznej produktywności pracy poszczególnych kategorii edukacyjnych. Tymczasem operowanie zarobkami jest właśnie istotą i głównym mankamentem modelu Bowlesa i do tego też sprowadza się prak-

² J. Tinbergen, H. C. Bos, *A Planning Model for the Educational Requirements of Economic Development*, w: *The Residual Factor and Economic Growth*, OECD, Paris 1964, s. 147-169.

³ H. Correa, *The Economics of Human Resources*, Amsterdam 1963.

⁴ S. Bowles, *Planning Educational Systems for Economic Growth*, Harvard 1969.

⁵ Por. J. Bénard, *Intersectoral Optimization and Development of Educational System*, w: A. P. Carter, A. Bródy (eds), *Contributions to Input-Output Analysis*, vol. 1, Amsterdam, London 1970, s. 320-343; I. Adelman, *A Linear Programming Model of Educational Planning. A Case Study of Argentina*, w: I. Adelman, E. Thorbecke (eds), *The Theory and Design of Economic Development*, Baltimore 1966, s. 385-412; por. także komentarz S. Bowlesa, s. 412-417.

tycznie koncepcja Adelman, choć autorka otwarcie tego nieprzyznaje⁶.

Rozwój siły roboczej może następować jedynie w ramach wyznaczonych przez zjawiska demograficzne. W dalszych rozważaniach będziemy przyjmować, że ograniczenia wynikające z tych zjawisk mają względem rozwiązania modelu charakter egzogeniczny.

W długim okresie czasu strategicznym czynnikiem rozwoju zasobów wykwalifikowanej siły roboczej jest kształcenie. Dlatego też w modelu problematyka inwestycji w kapitał ludzki została ograniczona do nakładów na edukację, a poziom kwalifikacji jest w zasadzie utożsamiany z poziomem formalnego wykształcenia. Wzrost kwalifikacji wskutek wieloletniej praktyki jest niewątpliwy. Jednakże możliwość jego uwzględnienia jako zjawiska ciągłego w kompleksowym rachunku ekonomicznym wydaje się wątpliwa: wzrost ten jest często trudno wymierny, płynne są jego ramy czasowe, trudne do ustalenia tempo, a ponadto w całej masie zatrudnionych jest w pewnym stopniu bilansowany stopniowym spadkiem kwalifikacji od momentu osiągnięcia przez pracownika określonego wieku⁷. Poza tym zachodzi on w zasadzie niezależnie od decyzji planistycznych. Model uwzględnia różnorodne formy kształcenia, ale wyłącznie te, które realizowane są w ramach instytucjonalnych, jako proces zorganizowany i kontrolowany. Nauczanie podstawowe traktowane jest jako powszechne, obowiązkowe i jednorodne.

Specyfika procesu kształcenia wpływa poważnie na wybór jednostki czasu, którą operować ma model. Proces ten obejmuje szereg wzajemnie powiązanych etapów o różnej długości. Uwzględnienie różnych długości cykli kształcenia nie jest bez znaczenia, jeśli zważyć, że skumulowana różnica między najkrótszym i najdłuższym okresem od ukończenia szkoły podstawowej do ukończenia wyższych studiów magisterskich może w praktyce dochodzić do 4 lat między różnymi kierunkami i do 3 lat w ramach danego kierunku (bez uwzględnienia powtarzania lat nauki). Ponieważ długość cyklu musi być wyrażona w postaci całkowitej wielokrotności jednostki czasu, którą operuje model, jeden rok jest jednostką najodpowiedniejszą. Podział okresu planu np. na pięciolecia implikowałby założenie, że wszystkie cykle kształcenia trwają pięć lat. Nie byłoby to jednak jedyne i najważniejsze uproszczenie. Przyjęcie za jednostkę czasu w modelu np. trzech (Bénard) lub pięciu (Adelman) lat jest równoznaczne z nie sformułowanym przez autorów otwarciem założeniem, że albo cykle kształcenia wznawiane są co trzy (pięć) lat, albo że osobnik, który ukończył studia i podjął pracę pod koniec trzylatki (pięcio-

⁶ I. Adelman, op. cit.

⁷ Szerzej na ten temat patrz np.: K. Arrow, *The Economic Implications of Learning by Doing*, *The Review of Economic Studies*, vol. 29, VI 1962, s. 155 - 173 oraz S. G. Strumilin, *The Economic Significance of National Education*, w: *The Economics of Education*, New York, 1966, s. 276 - 323 (oryg. w *Ekonomikie Truda*, 1925).

latki) wytwarza taki sam efekt jak ten, który rozpoczął pracę na początku tego okresu (czyli, że między efektem pracy jednego roku i trzech (pięciu) lat nie ma istotnej różnicy). Wydaje się, że każde z tych założeń oznacza zbyt daleko idące uproszczenia.

Rozwiązanie modelu powinno dać odpowiedź na pytanie: w jakich kierunkach, w jakiej proporcji i w jaki sposób kształcić ludność, aby uzyskać w całym okresie łącznie maksymalny wolumen konsumpcji przy przyjętych założeniach. Problem ten jest dla planisty o tyle trudniejszy od innych, że kształcenie jest jednocześnie inwestycją w człowieka i elementem zaspokajania jego potrzeb indywidualnych i społecznych. Rachunek ekonomiczny nie może być wyłącznym kryterium podejmowania decyzji w tej dziedzinie, tym bardziej, że nie da się jednoznacznie rozstrzygnąć, jaka część zdobywanego przez człowieka wykształcenia stanowi zaspokojenie jego bieżących potrzeb, a jaką możemy uznać za inwestycję owocującą w postaci zwiększonej indywidualnej i społecznej wydajności pracy.

Model nie bierze a priori pod uwagę ograniczeń wynikających z „mody” na pewne kierunki kształcenia i niepopularności innych. Wydaje się bowiem, że zjawiska te powinny i mogą być na długą metę w znacznym stopniu sterowane i dostosowywane do potrzeb ogólnospołecznych. Ostateczna decyzja o przyjęciu do realizacji określonego wariantu rozwiązania musi opierać się nie tylko na kryteriach ekonomicznych.

I. ZAŁOŻENIA MODELU

W układzie gospodarczym opisanym przez model wyodrębniono trzy sfery działalności: produkcję bieżącą, inwestycje i kształcenie. Założymy, że cała produkcja bieżąca dzieli się na n typów produktów, z których każdy może być wytwarzany z reguły więcej niż jedną techniką. Technika produkcji określonego dobra scharakteryzowana jest wektorem współczynników jednostkowego (tzn. na jednostkę produktu) zaangażowania środków trwałych poszczególnych typów s , jednostkowych nakładów pracy poszczególnych kategorii l oraz materiałów poszczególnych rodzajów i Techniki produkcji jednego i tego samego dobra różnią się między sobą wielkością i strukturą elementów tego wektora współczynników.

Część zapotrzebowania na siłę roboczą, która nie zależy bezpośrednio od wielkości produkcji, inwestycji lub kształcenia, wyrazimy w postaci liniowej funkcji wielkości zasobów środków trwałych.

Założymy, że dla każdego spośród r znanych typów środków trwałych istnieje przeważnie więcej niż jedna technika inwestowania. Pełna charakterystyka techniki inwestowania wymaga tylu wektorów współczynników nakładów, ile lat obejmuje cykl inwestycyjny. Suma tych wekto-

rów stanowi wektor łącznych nakładów jednostkowych. Ponieważ z punktu widzenia rozmiarów inwestycji istotne są zmiany brutto zasobów środków trwałych w każdym roku, założymy, że możemy z góry określić długość okresu eksploatacji p_s środków każdego typu. Tak więc, w roku t istniejący zasób środków typu s zmniejszy się o tę jego część, która była oddana do eksploatacji w roku $t-p_s$.

Model wyróżnia λ kategorii kwalifikacji, z których każdą można zaklasyfikować do jednego i wyłącznie jednego spośród trzech poziomów kwalifikacji: zasadniczego, średniego lub wyższego. Ponadto wyodrębnia on siłę roboczą niewykwalifikowaną, tzn. nie posiadającą żadnego innego formalnego przygotowania do wykonywania pracy poza ukończeniem szkoły podstawowej. Zakłada się, że w okresie wyjściowym t_0 wszyscy zatrudnieni zaklasyfikowani jako niewykwalifikowana siła robocza legitymują się pełnym wykształceniem podstawowym. Nie jest to równoznaczne z zależnością odwrotną, tzn. nie wszyscy, którzy w okresie wyjściowym legitymują się ukończonym jedynie wykształceniem podstawowym muszą być zaliczani do niewykwalifikowanej siły roboczej. W zależności od kwalifikacji faktycznie posiadanych mogą oni być zaklasyfikowani do jednej z kategorii kwalifikacji zasadniczych, ale nie wyższych niż zasadnicze. Zakłada się, że wszyscy absolwenci szkoły podstawowej począwszy od pierwszego roku okresu planu kontynuują dalszą naukę w szkołach zasadniczych lub średnich i nie podejmują pracy zawodowej przed ukończeniem cyklu kształcenia. Jednocześnie istnieje możliwość podjęcia nauki w tych dwóch typach szkół przez już zatrudnionych jako niewykwalifikowana siła robocza, przy czym stopień oderwania ich od pracy może być różny. Konsekwencją powyższych założeń modelu będzie spadek liczby pracowników niewykwalifikowanych w każdym roku planu w tempie nie mniejszym niż to, które wynika z ubytku naturalnego.

Mówiąc o szkołach zasadniczych mieć będziemy na myśli zarówno typowe szkoły jak i wszelkie instytucje, które umożliwiają zdobycie kwalifikacji zasadniczych. Zakłada się, że wykształcenie, jakie dają szkoły zasadnicze jest bardzo wąsko wyspecjalizowane, zawiera mały ładunek wiedzy ogólnej i dlatego nie jest równoważne z wykształceniem zdobywanym w czasie pierwszych lat nauki w szkole średniej. Tym samym przyjmuje się, że osobnik z wykształceniem zasadniczym, jeśli rozpoczyna naukę w szkole średniej traktowany jest przez system kształcenia (ale nie przez mechanizm zatrudnienia) modelu na równi z osobnikiem posiadającym wykształcenie podstawowe.

Model zakłada, że zdobycie kwalifikacji szczebla średniego wymaga ukończenia szkoły średniej i że wszyscy zatrudnieni zaklasyfikowani do siły roboczej o kwalifikacjach średnich w momencie wyjściowym t_0 takie wykształcenie posiadają.

Podobne założenie czyni się w stosunku do kwalifikacji wyższych,

które uzyskać można jedynie drogą ukończenia szkoły wyższej, choć przyjąć można, że część zatrudnionych w momencie wyjściowym planu może zostać zaliczona do grupy kwalifikacji wyższych mimo posiadanego jedynie średniego wykształcenia. Model nie nakłada ograniczeń na swobodę przepływu absolwentów różnych typów szkół średnich do różnych typów szkół wyższych, tzn. że na określony kierunek studiów wyższych może być przyjęty absolwent każdej szkoły średniej niezależnie od jej typu. Założenie to jest zgodne z przyjętą w Polsce praktyką i choć brak formalnych ograniczeń w wyborze kierunku studiów przez absolwentów szkół średnich poszczególnych specjalności powoduje z pewnością wzrost ogólnych nakładów na przygotowanie specjalisty z wyższym wykształceniem, to wiele względów pozaekonomicznych przemawia za utrzymaniem takiego stanu i stosowaniem co najwyżej pewnego systemu preferencji.

Realizacja procesu kształcenia (zdobywanie kwalifikacji) wymaga określonych nakładów pracy nauczycieli i personelu pomocniczego, zużycia materiałów i zaangażowania środków trwałych, a ponadto nakładów pracy uczącego się. Zakłada się, że proces kształcenia jest nie krótszy niż jeden rok⁸ oraz że nakłady na kształcenie w kolejnych latach cyklu kształcenia są zróżnicowane, podobnie jak to ma miejsce w procesie inwestycyjnym. Każdy rodzaj kwalifikacji może być uzyskany różnymi metodami (technikami) kształcenia. Charakterystyka metody kształcenia prócz odpowiednich współczynników zaangażowania środków trwałych, nakładów pracy i materiałów w poszczególnych latach cyklu kształcenia zawiera jeszcze współczynniki charakteryzujące stopień oderwania uczącego się od pracy zawodowej \hat{a}^v . Współczynnik $\hat{a}^v = 1$ oznacza, że osobnik kształcony aktualnie metodą v nie wykonuje w okresie trwania cyklu kształcenia pracy zawodowej. $\hat{a}^v = 0$ oznacza, że metoda kształcenia v nie wymaga wcale oderwania się od pracy zawodowej. Wartości $0 < \hat{a}^v < 1$ wskazują jaką część swego rocznego czasu pracy kształcący się musi poświęcać, aby zdobywać kwalifikacje metodą v . Oczywiście wartość współczynnika \hat{a}^v nie mówi nic o całkowitych nakładach pracy uczącego się w procesie kształcenia, a wskazuje jedynie, w jakim stopniu kształcenie osobnika metodą v zmniejsza wolumen jego rocznego czasu pracy zawodowej.

Wprowadzenie omawianych współczynników do modelu pozwala na uwzględnienie w nim wszystkich form nauczania wieczorowego i zaocz-

⁸ Zajmowanie się w planie perspektywnego rozwoju gospodarki narodowej szczegółowo procesami kształcenia trwającymi kilka tygodni lub miesięcy jest niecelowe z tej racji, że zmiany klasyfikacji będące rezultatem takich procesów są na tyle niewielkie, że mieszczą się w obrębie tej samej agregatywnej kategorii kwalifikacji. Krótkotrwałe procesy kształcenia znajdują się natomiast będą w centrum zainteresowania planów przede wszystkim rocznych i dwuletnich, a częściowo pięcioletnich, szczególnie planów wycinkowych.

nego. W związku z tym przyjąć musimy arbitralnie niewątpliwie założenie, że zatrudniony posiadający kwalifikacje l , podejmujący naukę w celu uzyskania kwalifikacji wyższego szczebla l' uwzględniany jest w bilansie siły roboczej kategorii l aż do momentu zakończenia nauki. Wydaje się, że jakiegokolwiek inne założenie w tej kwestii będzie również arbitralne i dyskusyjne, a przyjęte przez nas ma tę zaletę, że nie wypaczając istotnie rzeczywistości, upraszcza cały rachunek. Założmy również, że współczynniki \hat{a}^v są stałe dla całego okresu trwania studiów oraz zależne tylko od jednej zmiennej, mianowicie od metody kształcenia v . Pozwala to w stosunkowo prosty sposób ująć w formalnym zapisie ubytek zatrudnionych z kwalifikacjami l , który wynika z uzyskania przez nich innych, wyższych kwalifikacji⁹.

Model uwzględnia ubytek naturalny zatrudnionych i kształcących się poprzez wprowadzenie współczynników ubytku naturalnego zależnych wyłącznie od wieku zatrudnionych i kształcących się. Wiek w danym roku kalendarzowym traktuje się jako liczbę ukończonych lat życia w dniu 31 grudnia, tzn. osoba zaliczona do grupy dwudziestolatków w 1971 r. musi mieć swoje dwudzieste urodziny w ciągu 1971 r., a dwudzieste pierwsze mieć będzie w r. 1972¹⁰.

Wprowadza się także współczynniki repetowania oraz odpadu (skreśleń z listy studentów, rezygnacji ze studiów) zależne wyłącznie od techniki kształcenia oraz roku studiów. Wobec poprzednio poczynionych założeń, przyjmujemy konsekwentnie brak odpadu w szkołach zasadniczych i średnich. Może tam mieć miejsce jedynie powtarzanie roku nauki. Model uwzględnia możliwość co najwyżej jednokrotnego powtarzania roku w ciągu każdego cyklu kształcenia.

Krótkiego omówienia wymaga problem klasyfikowania do odpowiednich kategorii siły roboczej osób, które przerwały studia przed ich ukończeniem. Ponieważ poprzednio założyliśmy, że momentem przeklasyfikowania zatrudnionego z niższej kategorii kwalifikacji do wyższej jest ukończenie przez niego studiów, przyjmujemy, że osoby przerywające studia zaliczane będą do tej kategorii kwalifikacji, którą posiadały przed podjęciem studiów. Jeśli uznać, że przerwanie studiów jest w znacznej większości przypadków spowodowane brakiem postępów w przyswajaniu wiedzy, to przyjęte założenia nie odbiegają daleko od rzeczywistości. Dodatkowo założymy, że w ciągu ostatniego roku studiów odpad nie występuje (pozostaje jednak zjawisko repetowania), co jest równoznaczne z przyjęciem, że wszystkich tych, którzy odpadli w ciągu ostatniego roku studiów lub nie zdali jedynie egzaminu końcowego traktuje się tak

⁹ Por. s. 131, równanie 6.

¹⁰ Por. R. Stone, *Demographic Input-Output: An Extension of Social Accounting*, w: *Contributions to Input-Output Analysis*, vol. I, North Holland Publ. Comp., 1970, ss. 293 - 319.

jakby studia te ukończyli (tzw. quasi-absolwenci) i w następnym roku kalendarzowym ujmuje się ich w bilansie nowej, wyższej kategorii kwalifikacji¹¹.

Dla uniknięcia zbyt daleko idącej komplikacji modelu przyjmiemy, że rok szkolny (akademicki) pokrywa się z rokiem kalendarzowym oraz że cykl kształcenia każdego typu obejmuje pełną liczbę lat. Tak więc, student ostatniego roku studiów kończy je 31 grudnia i z dniem 1 stycznia roku kalendarzowego liczony jest w bilansie siły roboczej jako absolwent z danym rodzajem kwalifikacji. Podobne założenie uczynimy w stosunku do cyklu inwestycyjnego: wszystkie inwestycje kończone są 31 grudnia i oddawane do użytku 1 stycznia roku następnego.

W prezentowanym modelu wyłącznym kryterium podejmowania decyzji o kształceniu kadr jest wzrost konsumpcji w całym okresie planu. Konsumpcja dóbr i usług materialnych jest jednym z elementów zaspokojenia potrzeb społeczeństwa, lecz nie jedynym. Jeśli celem społeczeństwa socjalistycznego jest wzrost ogólnego poziomu wykształcenia ludności, to odrzucić należałoby każde rozwiązanie, które dawałoby co prawda najwyższą konsumpcję dóbr i usług, ale postulowałoby jednocześnie obniżenie przeciętnego poziomu wykształcenia zatrudnionego. Model powinien dawać tylko takie rozwiązania, które spełniają warunek minimalnego wzrostu tego poziomu. Warunek taki został do modelu wprowadzony w postaci zadanego minimalnego tempa wzrostu przeciętnego poziomu wykształcenia przypadającego na jednostkę zasobu siły roboczej. Zwróćmy uwagę, że pojęcie jednostki zasobu siły roboczej jest równoznaczne z pojęciem jednego osobnika zdolnego do pracy, tylko wtedy, gdy zasób siły roboczej formują wyłącznie zdolni do pracy w pełnym wymiarze godzin. Ponieważ nasz model zakłada, że część zatrudnionych może kształcić się kosztem czasu pracy zawodowej, więc treść obu pojęć jest różna.

Bilanse siły roboczej w poszczególnych typach kwalifikacji zawierają pewne wielkości egzogeniczne wyrażające minimalne zapotrzebowanie społeczne na dany rodzaj siły roboczej, poza produkcją materialną i systemem kształcenia ponadpodstawowego. Wielkości te muszą być ustalane na podstawie odrębnych rachunków i przesłanek. Dotyczą one takich sektorów działalności, jak szkolenie podstawowe, ochrona zdrowia, kultura, nauka, sport i wypoczynek, opieka nad ludnością w wieku przed- i poprodukcyjnym, administracja, obronność kraju itp., i są wyrazem decyzji kierownictwa politycznego co do stopnia zaspokojenia pozaekonomicznych potrzeb społeczeństwa w poszczególnych latach i w całym okresie planu. Wielkości te mogą też zawierać pożądaną liczbę ludności z danym typem wykształcenia wśród nie zatrudnionych mimo

¹¹ Podobne założenia przyjmuje w swym modelu Jean Bénard, op. cit., s. 323 - 324.

wieku zdolności do pracy grup ludności, np. wśród kobiet zajmujących się wychowywaniem dzieci¹². W tym ostatnim przypadku ustalona minimalna wielkość tego składnika egzogenicznego zapotrzebowania określać będzie pośrednio maksymalny współczynnik aktywności zawodowej ludności w danej grupie kwalifikacji.

Podobne wielkości egzogeniczne wprowadzono do bilansów zdolności produkcyjnych. Wyrażają one minimalne zapotrzebowanie społeczne na środki trwałe poza produkcją materialną i systemem kształcenia kadr.

Zadanie kompleksowego zoptymalizowania wielkości i struktury strumieni podaży wykwalifikowanej siły roboczej ma sens tylko wtedy, gdy długość rozważanego odcinka czasu jest znacznie większa od długości cyklu kształcenia. Dla zobrazowania zagadnienia posłużę się uproszczonym przykładem. Pomińmy kształcenie na poziomie zasadniczym oraz możliwość doksztalcenia się już zatrudnionych. Założmy, że długość cyklu kształcenia dla wszystkich kierunków na poziomie średnim i wyższym jest jednakowa i wynosi 5 lat. Prześledzimy teraz, co kształtować będzie nabór studentów oraz podaż absolwentów w kolejnych pięciolatkach planu dwudziestoletniego.

Pierwsza pięciolatka. Liczba studentów wszystkich lat i kierunków kształcenia w momencie początkowym t_0 jest dana. Tym samym przesądzona została liczba i struktura, według typów wykształcenia, podaży absolwentów we wszystkich kolejnych latach pięciolatki. Optymalizować można i trzeba sposób wykorzystania tych absolwentów.

Wielkość rekrutacji do szkół średnich limitowana jest z jednej strony liczbą absolwentów szkół podstawowych, a z drugiej zapotrzebowaniem na kadry z wykształceniem średnim w drugiej pięciolatce. To z kolei wiąże się z zapotrzebowaniem na kadry z wyższym wykształceniem w trzeciej pięciolatce. Zatem zarówno ogólna wielkość naboru do szkół średnich, jak i struktura tego naboru według kierunków kształcenia wynika z modelu.

Wzrost liczby studentów w szkołach wyższych nie może przekraczać liczby absolwentów szkół średnich pomniejszonej o tę jej część, która zostaje zatrudniona. Z drugiej strony musi ona pokryć wzrost zapotrzebowania gospodarki na kadry z kwalifikacjami wyższymi w drugiej pięciolatce. Model musi więc wybrać najkorzystniejszy kompromis między wzrostem zatrudnienia kadr z wykształceniem średnim w pierwszej

¹² Oto co na ten temat pisze H. Leibenstein: „Kształcenie potencjalnych matek jest pośrednią inwestycją w najbardziej podstawowe elementy kształcenia przyszłej siły roboczej. Chociaż ten pośredni element jest trudno wymierny, może okazać się ważniejszy niż efekt bezpośredniej inwestycji”; Harvey Leibenstein, *Shortages and Surpluses in Education in Underdeveloped Countries*, w: *Education and Economic Development*, Chicago 1965, s. 62. Chociaż twierdzenie to wypowiada autor pod adresem krajów słabo rozwiniętych, to wydaje się, że stosuje się ono do krajów na każdym poziomie rozwoju.

pięciolatce i wzrostem zatrudnienia kadr z wykształceniem wyższym w drugiej.

Druga pięciolatka. Liczba i struktura absolwentów szkół średnich wyznaczana jest przez model. Struktura absolwentów szkół wyższych wynika również z modelu, ale łączna ich liczba nie może przekraczać w skrajnym przypadku liczby absolwentów szkół średnich w pierwszej pięciolatce, a na tę model nie ma żadnego wpływu.

Wielkość i kierunki rekrutacji kształtowane są przez model.

Trzecia pięciolatka. Liczba i struktura absolwentów szkół wyższych i średnich wynika z „decyzji” modelu.

Nabór do szkół wyższych wyznaczany jest przez model i zależy od wzrostu zapotrzebowania na kadry z kwalifikacjami wyższymi w czwartej pięciolatce.

Nabór do szkół średnich musi uwzględniać potrzeby gospodarki w zakresie kadr z kwalifikacjami średnimi w czwartej pięciolatce oraz zapotrzebowanie na absolwentów wyższych uczelni w pierwszej pięciolatce poza horyzontem planu. To ostatnie ustalone musi być poza modelem.

Czwarta pięciolatka. O liczbie i strukturze absolwentów szkół wyższych decyduje model. Liczba absolwentów szkół średnich zależy ponadto od ustalonego poza modelem zapotrzebowania na kadry z wyższym wykształceniem w pierwszej pięciolatce poza horyzontem planu.

Wielkość naboru do szkół średnich i wyższych wynika z ustalonego poza modelem zapotrzebowania na absolwentów tych szkół w pierwszej i drugiej pięciolatce poza horyzontem planu.

A więc w przypadku pięcioletnich cykli kształcenia na obu szczeblach model może swobodnie kształtować liczbę i strukturę absolwentów szkół średnich w drugiej i trzeciej pięciolatce, szkół wyższych — w trzeciej i czwartej, wielkość i kierunki naboru do szkół średnich — w pierwszej i drugiej, a do wyższych uczelni w drugiej i trzeciej. W pozostałych (w każdym przypadku) latach planu, swoboda wyboru jest częściowo lub całkowicie ograniczona decyzjami podjętymi poza modelem, a dotyczącymi rekrutacji w latach poprzedzających okres planu lub zapotrzebowania na wykwalifikowaną siłę roboczą poza horyzontem planu. Swoboda modelu w zakresie ilości kształconych kadr jest zawsze względna i musi mieścić się w ramach przewidywanej w prognozach demograficznych liczby absolwentów szkół podstawowych.

W omówionym przykładzie założyliśmy milcząco, że „przepustowość” systemu kształcenia jest nieograniczona. Oczywiście takiego założenia w żadnym realistycznym planie przyjąć nie możemy, jeśli rzeczywiste kwalifikacje absolwentów mają odpowiadać nominalnym. Rozwój bazy materialnej i kadrowej systemu kształcenia wymaga odpowiednio długiego czasu i musi poprzedzać wzrost liczby studentów. Tym samym ogólna liczba studentów w pierwszych latach planu może być zwiększona

tylko w ramach istniejących ewentualnie rezerw „przepustowości” tego systemu.

Pięcioletni cykl kształcenia jest najczęstszy w Polsce. Stąd wydaje się, że w naszych warunkach dwudziestoletni okres jest najkrótszy, jaki można przyjąć dla modelu optymalnego rozwoju zasobów wykwalifikowanej siły roboczej. Jest to praktyczniej jednocześnie i najdłuższy okres, bowiem dalsze jego wydłużanie natrafić musiałyby na barierę realności przewidywać co do kształtowania się w przyszłości wielu parametrów modelu. Przyjmowane założenia i tym samym otrzymane wyniki obarczone byłyby dużym ryzykiem poważnego błędu. Tym samym sensowność rachunku optymalizacyjnego, nawet przy wariantowaniu założeń, byłaby wątpliwa.

Podstawą ustalenia pożądanych przyrostów wykwalifikowanej siły roboczej poza horyzontem planu będą założenia co do kierunków i tempa dalszego rozwoju społeczno-gospodarczego, prognozy demograficzne wyznaczające górny limit tych przyrostów i prognozy kierunków i tempa postępu naukowo-technicznego. Do modelu wielkości te są wprowadzone w postaci pożądanej liczby studentów wszystkich lat studiów, kształconych przy pomocy poszczególnych metod na wszystkich szczeblach systemu kształcenia kadr wykwalifikowanych, w ostatnim roku planu T . Zwrócić trzeba przy tym uwagę, że jeśli z punktu widzenia zapotrzebowania na siłę roboczą poza horyzontem planu istotne są przede wszystkim rodzaje kwalifikacji, jakimi będzie ona dysponować, to z punktu widzenia rozwiązania modelu istotne są głównie techniki kształcenia tej siły roboczej na poszczególnych szczeblach. One bowiem decydują o strukturze i wielkości nakładów ponoszonych w okresie planu na rzecz przyszłych okresów. Dlatego też niekonieczne i niecelowe byłoby dążenie do ustalenia szczegółowej struktury zapotrzebowania w tak odległym okresie. I tak przecież od konkretnych decyzji w tej sprawie dzieli planistę w momencie konstruowania planu perspektywicznego okres od co najmniej kilku do kilkunastu lat, a plany takie są co pięć lat uaktualniane. Istotne są natomiast globalne liczby studentów (na poszczególnych szczeblach kształcenia) pogrupowanych według technik kształcenia o podobnych wektorach współczynników jednostkowych nakładów, tak żeby struktura studentów wewnątrz każdej grupy nie miała znaczącego wpływu na kształtowanie się łącznych nakładów. Natomiast parametry technik zaklasyfikowanych do różnych grup powinny się wyraźnie różnić. Dla uwzględnienia w rachunku globalnych obciążeń okresu planu na rzecz dalszych okresów taka dokładność ustaleń wydaje się być wystarczająca.

Między ustaleniem pożądanych przyrostów siły roboczej i przyrostów zdolności produkcyjnych środków trwałych poza horyzontem planu istnieją ścisłe związki. Oba problemy powinny być rozwiązywane łącznie. Po pierwsze bowiem, siła robocza będzie decydować o stopniu wykorzy-

stania tych zdolności, a po drugie, dalszy rozwój jej kwalifikacji zależy będzie od uprzedniego przygotowania odpowiedniej bazy materialnej kształcenia. Nakłady, jakie muszą być poniesione w okresie planu w związku z późniejszym przyrostem środków trwałych zostaną w rozwiązaniu modelu uwzględnione.

II. SZCZEGÓŁOWA CHARAKTERYSTYKA MODELU

Oznaczenia i symbole:

Sub- i superskrypty:

$l=1, \dots, \lambda$	— numer kategorii wykształcenia,
$v \in N$	— ogólny symbol techniki kształcenia,
$\vartheta \in \theta$	— symbol metody kształcenia na poziomie wyższym,
$\rho \in P$	— symbol metody kształcenia na poziomie średnim,
$\gamma \in \Gamma$	— symbol metody kształcenia na poziomie zasadniczym,
$q \in Q$	— symbol techniki inwestowania,
$g \in G$	— symbol techniki produkcji,
$z, m' = 1, \dots, m$	— numery grup wieku,
\underline{m}_v	— numer grupy minimalnego wieku w którym można już podjąć naukę metodą v ,
\overline{m}_v	— numer grupy maksymalnego wieku w którym można jeszcze podjąć naukę metodą v ;
τ	— subskrypt (superskrypt) czasu (dla oznaczenia roku cyklu kształcenia lub cyklu inwestycyjnego),
τ_v	— długość cyklu kształcenia metodą v w latach,
τ_q	— długość cyklu inwestowania metodą q w latach,
μ_l	— numer grupy minimalnego wieku zatrudnionego z kwalifikacjami l ,
$t = 1, \dots, T$	— kolejne lata planu,
$i, j = 1, \dots, n$	— numer produktu,
$s = 1, \dots, r$	— numer środka trwałego,
p_s	— maksymalny planowy okres eksploatacji środka typu s .

Parametry:

Współczynniki nakładów jednostkowych:

a_{ig}, b_{ig}, c_{sq}	— zużycie produktu i , zaangażowanie siły roboczej kategorii l środków trwałych typu s na jednostkę produkcji techniką g ,
$\hat{a}_{iq}, \hat{b}_{iq}, \hat{c}_{sq}$	— nakład produktu i , zaangażowanie siły roboczej kategorii l i środków trwałych typu s w τ -tym licząc od końca roku cyklu inwestycyjnego realizowanego techniką q na jednostkę przyrostu środka trwałego. Np. \hat{a}_{qi}^1 oznacza nakład produktu i na jednostkę przyrostu środka trwałego w ostatnim roku cyklu inwestycyjnego, \hat{a}_{iq}^2 — w przedostatnim itd..., $\hat{a}_{iq}^{\tau q}$ w pierwszym roku tego cyklu;
$\hat{a}_{iv}, \hat{b}_{iv}, \hat{c}_{sv}$	— nakład produktu i , zaangażowanie siły roboczej kategorii l oraz środków trwałych typu s w τ -tym roku cyklu kształcenia metodą v na jednego studenta,
b_{is}	— zapotrzebowanie na siłę roboczą kategorii l na jednostkę istniejącego zasobu środków trwałych typu s .

Pozostałe współczynniki:

- $\bar{\alpha}_v^\tau$ — współczynnik odpadu studentów na τ -tym roku cyklu kształcenia metodą v . Wyraża stosunek liczby osób przerywających naukę w ciągu τ -tego roku cyklu do liczby studentów na początku roku,
- $\bar{\alpha}_v^\tau$ — współczynnik repetowania studentów na τ -tym roku cyklu kształcenia metodą v . Wyraża on stosunek liczby skierowanych na powtarzanie τ -tego roku do liczby studentów na początku roku,
- $\delta_{m'}, \delta_z$ — współczynnik ubytku naturalnego ludności w grupie wieku m' (z),
- \hat{a}^v — współczynnik określający jaką część swojego rocznego czasu pracy poświęcić musi osobnik podejmujący kształcenie metodą v .

Zmienne egzogeniczne:

- $Z_m^l(t_0)$ — początkowy zasób siły roboczej kategorii l według grup wieku,
- $S_{im}^{v\tau}(t_1)$ — liczby studentów według roku studiów, metod kształcenia, już posiadanych kwalifikacji i grup wieku w pierwszym roku planu,
- $N_{im}^v(t_1)$ — liczby absolwentów według grup wieku, metod kształcenia i posiadanych poprzednio kwalifikacji w pierwszym roku planu,
- $C_s(t_0)$ — początkowe zasoby środków trwałych według rodzajów i roku oddania do eksploatacji ($C_s(t_0) = \sum_{\tau=t_0-p_s+1}^{t_0} \Delta C_s(\tau)$),
- $\Delta C^q(t_0 + \tau)$ — przyrosty środków trwałych według technik inwestowania w pier-
wszych τ_q latach planu ($\tau=1, \dots, \tau_q$),
- $N_m^p(t)$ — liczby absolwentów szkół podstawowych w każdym roku planu według wieku ($t=1, 2, \dots, T$),
- $S_m^{v\tau}(T)$ — liczby studentów na wszystkich latach cyklu kształcenia poszczególnymi metodami według wieku w ostatnim roku planu,
- $\Delta C^q(T + \tau)$ — przyrosty środków w kolejnych latach poza horyzontem planu ($\tau=1, \dots, \tau_q$),
- $\bar{Z}_1(t)$ — zapotrzebowanie na siłę roboczą według typów kwalifikacji poza sferą produkcji materialnej i systemem kształcenia w kolejnych latach planu,
- $\hat{C}_s(t)$ — zapotrzebowanie na zdolności produkcyjne środków trwałych typu s poza sferą produkcji materialnej i systemem kształcenia w kolejnych latach planu,
- $r_e(t)$ — minimalne tempo wzrostu średniego poziomu kwalifikacji na jednostkę zasobu siły roboczej w kolejnych latach planu,
- $\varepsilon(t_0)$ — wyjściowy przeciętny poziom kwalifikacji (wykształcenia) na jednostkę zasobu siły roboczej,
- $f_i(t)$ — udział produkcji i w łącznej wartości pozainwestycyjnego popytu finalnego,
- $r_k(t)$ — minimalne tempo wzrostu pozainwestycyjnego popytu finalnego w kolejnych latach planu.

Zmienne endogeniczne:

- $Z_m^l(t)$ — zasób siły roboczej w kolejnych latach planu według wieku i kwalifikacji,
- $S_{im}^{v\tau}(t)$ — liczby studentów w kolejnych latach planu według roku studiów, metody kształcenia, już posiadanych kwalifikacji i grup wieku,

$N_{lm}^v(t)$	— liczby absolwentów według wieku, technik kształcenia i posiadanych poprzednio kwalifikacji w kolejnych poza pierwszym latach planu ($t=2, \dots, T$),
$R_{lm}^v(t)$	— wielkość rekrutacji na pierwszy rok cyklu nauczania poszczególnymi technikami według posiadanych już kwalifikacji (wykształcenia) i grup wieku w kolejnych latach planu,
$\Delta C^q(t)$	— przyrosty zasobów środków trwałych w kolejnych latach planu według technik inwestowania ($t=t_1+\tau_q, \dots, T$),
$X^g(t)$	— wielkość produkcji globalnej według technik wytwarzania,
$K_i(t)$	— wielkość produkcji poszczególnych dóbr przeznaczona na zaspokojenie pozainwestycyjnego popytu finalnego,
$C_s(t)$	— zasoby środków trwałych w kolejnych latach planu,
$E(t)$	— przeciętny poziom kwalifikacji (wykształcenia) na jednostkę zasobu siły roboczej w kolejnych latach planu.

Kryterium wyboru rozwiązania naszego programu jest maksymalizacja produkcji finalnej na cele pozainwestycyjne w całym okresie planu:

$$F = \sum_{t=1}^T K(t).$$

Rozwiązanie to musi spełniać wszystkie sformułowane niżej warunki. Zadane minimalne tempo wzrostu produkcji finalnej na cele pozainwestycyjne w każdym kolejnym roku planu:

$$(1) \quad K(t) \geq (1 + r_K(t)) K(t-1).$$

Bilanse podziału strumieni produkcji w każdym roku:

$$(2) \quad \sum_{g \in G_i} X^g(t) \geq \sum_{g \in G} a_i^g X^g(t) + \sum_q \sum_{\tau=1}^{\tau_q} a_i^{q\tau} \Delta C^q(t+\tau) + \sum_v \sum_{\tau=1}^{\tau_v} a_i^{v\tau} S^{v\tau}(t) + f_i(t) K(t).$$

Produkcja dobra i musi pokryć zapotrzebowanie produkcyjne w poszczególnych rodzajach procesów g na to dobro, zapotrzebowanie inwestycyjne, zapotrzebowanie systemu kształcenia oraz popyt finalny pozainwestycyjny.

Bilanse wykorzystania zdolności produkcyjnych środków trwałych:

$$(3) \quad C_s(t) \geq \sum_g c_s^g X^g(t) + \sum_q \sum_{\tau=1}^{\tau_q} c_s^{q\tau} \Delta C^q(t+\tau) + \sum_v \sum_{\tau=1}^{\tau_v} c_s^{v\tau} S^{v\tau}(t) + \hat{C}_s(t).$$

Bilanse reprodukcji zdolności produkcyjnych:

$$(4) \quad C_s(t) = \sum_{\tau=t-p_s+1}^t \Delta C_s(\tau),$$

gdzie: dla $T > 0$ wielkości $\Delta C_s(\tau)$ są zmiennymi decyzyjnymi modelu:

$$\Delta C_s(\tau) = \sum_{q \in Q_s} \Delta C^q(\tau)$$

dla $T \geq 0$ wielkości $\Delta C_s(\tau)$ są dane spoza modelu jako warunki wyjściowe.

Bilanse wykorzystania zasobów siły roboczej:

$$(5) \quad Z^l(t) \geq \sum_g b_i^g X^g(t) + \sum_q \sum_{\tau=1}^q b_i^{q\tau} \Delta C^q(t+\tau) + \sum_s b_{ls} C_s(t) + \sum_v \sum_{\tau=1}^{\tau_v} b_i^{v\tau} S^{v\tau}(t) + \bar{Z}^l(t).$$

Bilanse reprodukcji siły roboczej:

$$(6) \quad Z_l(t) = \sum_{m'=m_1}^{m-1} (1-\delta_{m'}) Z_{m'}^l(t-1) + \sum_{m'} N_{m'}^l(t) + \sum_{m'} \sum_v \sum_{\tau=1}^{\tau_v-1} \bar{\alpha}_\tau^v (1-\delta_{m'}) S_{lm'}^{v\tau}(t-1) - \sum_{m'} \sum_v \hat{a}^v R_{lm'}^v(t) - \sum_{m'} \sum_v (1-\hat{a}^v) N_{lm'}^v(t).$$

Zasób siły roboczej kategorii l w roku (t) równa się zasobowi w roku poprzednim $(t-1)$, powiększonemu o absolwentów roku (t) z kwalifikacjami l i o przyrost z tytułu przerywania studiów przez osoby, które w trakcie tych studiów posiadały kwalifikacje l , a pomniejszonemu o ubytek naturalny (zgony, przedwczesna utrata zdolności do pracy, osiągnięcie wieku pozaprodukcyjnego), ubytek spowodowany podjęciem przez osoby z kwalifikacjami l nauki dla uzyskania kwalifikacji o szczebel wyższych z różnym stopniem oderwania od pracy zawodowej (wyrażenie $\sum_v \hat{a}^v R^v(t)$), ubytek wywołany przesunięciem, w wyniku ukończenia cyklu kształcenia, do wyższej kategorii kwalifikacji osób, które do tej pory posiadały kwalifikacje l ($\sum_{m'} \sum_v (1-\hat{a}^v) N_{lm'}^v(t)$).

Zgodnie z przyjętymi założeniami w bilansie reprodukcji siły roboczej z wykształceniem wyższym l_w znajdzie się tylko pierwszy i drugi wyraz prawej strony równania (6); w bilansie siły roboczej z wykształceniem średnim l_s wystąpią wszystkie człony; w bilansie siły roboczej z wykształceniem zasadniczym wszystkie poza trzecim; w bilansie siły roboczej z wykształceniem podstawowym podobnie jak w poprzednim z dodatkowym warunkiem nakazującym, aby liczba osób, które rozpoczynają naukę w roku (t) w szkołach zasadniczych i średnich z całkowitym oderwaniem od pracy, nie była mniejsza od liczby absolwentów szkół podstawowych w roku (t) . Warunek ten można zapisać następująco:

$$(6a) \quad \sum_{\substack{\bar{v} \in I \\ \bar{v} \in P}} R_{\bar{v}}^{\bar{v}}(t) \geq N^p(t) \quad \text{dla tych } \bar{v}, \text{ które spełniają warunek } \hat{a}^{\bar{v}} = 1.$$

Liczbę studentów roku τ , kształconych metodą v w t -tym roku planu określa równanie:

$$(7) \quad S^{v\tau}(t) = \sum_{m'} S_{m'}^{v\tau}(t) = \sum_{m'=\bar{m}_v+\tau-1}^{\bar{m}_v+\tau-1} R_{m'-\tau+1}^v(t-\tau+1) \prod_{z=m'-\tau+1}^{m'-1} (1-\delta_z) \times \\ \times \prod_{\tau'=0}^{\tau-1} (1-\bar{\alpha}_v^{\tau'} - \bar{\alpha}_v^{\tau'}) + \sum_{m'=\bar{m}_v+\tau}^{\bar{m}_v+\tau} R_{m'-\tau}^v(t-\tau) \prod_{z=m'-\tau}^{m'-1} (1-\delta_z) \times \\ \times \sum_{\tau'=1}^{\tau} \prod_{\tau'=\tau'}^{\tau-1} (1-\bar{\alpha}_v^{\tau'}) \bar{\alpha}_v^{\tau'} \prod_{\tau''=0}^{\tau'-1} (1-\bar{\alpha}_v^{\tau''} - \bar{\alpha}_v^{\tau'''}),$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 (\bar{\alpha}_v^0 + \bar{\alpha}_v^0) &= 0, \\
 \prod_{z=m'-\tau+1}^{m'-1} (1-\delta_z) &= 1 \quad \text{dla} \quad \tau=1, \\
 \prod_{\dot{z}=\tau'}^{\tau-1} (1-\bar{\alpha}_v^{\dot{z}}) &= 1 \quad \text{dla} \quad \tau' > \tau-1.
 \end{aligned}$$

Liczba studentów roku τ w t -tym roku planu równa jest liczbie tych którzy rozpoczęli studia przed $(\tau-1)$ laty, pomniejszonej o ubytek naturalny, ubytek z tytułu przerywania studiów i repetowania któregoś z niższych niż τ roku, plus liczba tych, którzy rozpoczęli kształcenie rok wcześniej i w trakcie studiów skierowani zostali na powtarzanie któregoś roku studiów niższego lub równego τ , pomniejszona o odpad na następnych po repetowanych latach cyklu kształcenia i ubytek naturalny.

Liczbę absolwentów z wykształceniem l określa równanie:

$$\begin{aligned}
 (8) \quad N^l(t) &= \sum_{v \in Nl} \sum_{m'} N_{m'}^v(t) = \sum_{v \in Nl} \left[\sum_{m'=m_v+\tau_v}^{\bar{m}_v+\tau_v} R_{m'-\tau_v}^v(t-\tau_v) \prod_{z=m'-\tau_v}^{m'-1} (1-\delta_z) \times \right. \\
 &\times \prod_{\tau'=1}^{\tau_v} (1-\bar{\alpha}_v^{\tau'} - \bar{\alpha}_v^{\tau'}) + \sum_{m'=m_v+\tau_v+1}^{\bar{m}_v+\tau_v+1} R_{m'-\tau_v-1}^v(t-\tau_v-1) \prod_{z=m'-\tau_v-1}^{m'-1} (1-\delta_z) \times \\
 &\left. \times \sum_{\tau'=1}^{\tau_v} \prod_{\dot{\tau}=\tau'}^{\tau_v-1} (1-\bar{a}_v^{\dot{\tau}}) \bar{\alpha}_v^{\tau'} \prod_{\tau''=0}^{\tau'-1} (1-\bar{\alpha}_v^{\tau''} - \bar{\alpha}_v^{\tau''}) \right],
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 \prod_{\dot{z}=\tau'}^{\tau_v-1} (1-\bar{\alpha}_v^{\dot{z}}) &= 1 \quad \text{dla} \quad \tau' > \tau_v-1 \\
 (\bar{\alpha}_v^0 + \bar{\alpha}_v^0) &= 0.
 \end{aligned}$$

Interpretacja równania (8) nie różni się zasadniczo od interpretacji poprzedniego.

Warunek minimalnego tempa wzrostu przeciętnego poziomu kwalifikacji na jednostkę zasobu siły roboczej:

$$(9) \quad \varepsilon(t) \geq \varepsilon(t-1)(1+r_\varepsilon(t)).$$

Rozwiązanie optymalne spełniać musi warunek minimalnego tempa wzrostu przeciętnego poziomu kwalifikacji (wykształcenia) siły roboczej. Wyjaśnienia wymaga sposób obliczania przeciętnego poziomu kwalifikacji. Najprostszym, wydawałoby się, wyjściem byłoby zsumowanie iloczynów zasobu siły roboczej danej kwalifikacji i łącznej liczby lat wykształcenia, której wymaga jej zdobycie i podzielenie tego wyrażenia przez łączny zasób siły roboczej w danym roku. W takim jednak przypadku wykształcenie uzyskane przy pomocy metody o dłuższym cyklu kształ-

cenia miałyby większą wagę niż inne, równoważne co do poziomu ale zdobyte w krótszym czasie. Dlatego dla poszczególnych poziomów kwalifikacji przyjmujemy jednakowe, przeciętne długości najkrótszych, dla danego typu kwalifikacji, cykli kształcenia. Ponieważ na szczeblu ponadśrednim pewne typy wykształcenia mogą nie być równoważne w stosunku do innych (np. wykształcenie wyższe zawodowe i wyższe magisterskie), można wszystkie typy kwalifikacji określonych w modelu jako wyższe podzielić w tym przypadku na dwie lub więcej grup kwalifikacji pod względem poziomu równoważnych i dla nich przyjąć średnie długości cyklu kształcenia. Wzajemnych powiązań między „emisją” absolwentów jednej z tych grup a rekrutacją do innych model jednak nie uwzględnia, traktując ogólnie każdy rodzaj wykształcenia ponad średnim jako ostatni szczebel w systemie kształcenia.

Współczynnik przeciętne poziomu kwalifikacji (wykształcenia) na jednostkę zasobu siły roboczej w roku (t) określimy wzorem:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sum_L Z(t) \tau_L}{Z(t)},$$

gdzie:

L — grupa równoważnych typów kwalifikacji,

$Z(t)$ — zasób siły roboczej w grupie L w roku (t),

τ_L — przeciętna minimalnych długości cykli kształcenia w grupie L ,

$Z(t)$ — zasób siły roboczej ogółem w roku (t).

Dla lepszej czytelności, w zapisie modelu nie oddzielono zmiennych objaśnianych od wyrazów wolnych.

AN OPTIMIZATION MODEL OF PLANNING QUALIFIED MANPOWER RESOURCES DEVELOPMENT OVER A LONG-TERM PERSPECTIVE

S u m m a r y

This paper is an attempt to relate the qualified manpower resources development to the economic development in a linear optimization model. The essence of the model is a simultaneous optimization of investment both in physical and human capital. The author assumes that the question can be reduced to optimization of the set of production techniques. Reducing substitutability of particular factors of production to substitutability of the whole groups of factors, the model takes into account its technological limitations.

In the long-term perspective, education appears the strategic factor of qualified manpower resources development. Thus in the model the problem of investment in human capital is reduced to inputs in education, and the level of skills is, in principle, identified with the level of education. The model includes various institutional forms of education and training, also adult education joined or not with a part-time employment.

The objective function of the model is the maximization of the final product for non-investment purposes in the whole planning period (with a required aggregate composition given every year), subject to several balance constraints and to required minimal year-by-year rates of its own growth and the growth of the average level of education of manpower. The terminal conditions relating to education and investment in physical capital are the exogenous variables of the model.