Grażyna Rura, Michał Klichowski

Rozdział 6

Kompetencje matematyczne – założone sposoby kształtowania i dyskursy popkulturowe

W dzieciach odbija się
całe ich bezpośrednie otoczenie.

Armin Krenz

Wprowadzenie

Zygmunt Bauman zauważa, że

> dzieciństwo jest koszmarem filozofów. Pęczek możliwości? Niepewność w wyborze przedmiotu zainteresowania? Nieczułość na pospolitą logikę i nakazy zdrowego rozsądku? Przeciw tym właśnie przeciwnikom toczy się wszak filozoficzny dżihad od czasu, gdy podjęto tę świętą wojnę w imię tego, by jasność i jednoznaczność zapanowały wreszcie nad światem, a rozum mógł w końcu stać się zaprawdę powszechnym, pospolitym i na co dzień używanym wyposażeniem człowieka. Dzieciństwo jest jednak także, o ironio, błogosławieństwem filozofów (choć nie zawsze przez błogosławionych za takie uznanym)… Z uporem, niezmordowanie, wciąż na nowo, przypomina ono filozofom, że człowieczeństwo nie jest dane ani nabywane w postaci gotowej do natychmiastowego użytku i, by tak rzec, spożycia na miejscu. Wszędobylska dziatwa przypomina natrętnie, że człowieczeństwo to tylko (tylko?!) możliwość – drzemiąca i czekająca na przebudzenie. Albo nasienie, nad którym trzeba się jeszcze porządnie natrudzić, by zakiełkowało, puściło pędy i okryło się kwieciem. Widok dzieciństwa zapędza filozofów do pracy: przypomina, jak wiele jest wciąż w świecie do dokonania i jak bardzo jeszcze muszą się wysilić ci, co chcą świat ogarnąć myślą (Bauman, 2007, s. 332-333).

W rozdziale tym spróbujemy właśnie „ogarnąć myślą” pewien wycinek dzieciństwa, związany z kształtowaniem i dekształtowaniem kompetencji matematycznych współczesnego dziecka. W pierwszej jego części zakreślimy szkolne (zarówno teoretyczne, jak i praktyczne) uwarunkowania rozwoju kompetencji matematycznych małego ucznia. W kolejnej przedstawimy część wyników przeprowadzonych badań – diagnozę stanu kompetencji matematycznych dzieci kończących edukację elementarną. Ostatnia – trzecia – część rozdziału poświęcona będzie poszukiwaniom społeczno-kulturowych determinantów kompetencji matematycznych dzisiejszych dzieci.

1. Kształtowanie kompetencji matematycznych w klasach I – III w świetle założeń i praktyki nauczycielskiej

Liczby nie tylko umożliwiły rozwój techniki i statystyki,
które cechują nasze społeczeństwo, ale też zawsze pobudzały
marzenia, fantazję, spekulację metafizyczną,
stanowiły materiał dla literatury, narzędzie do sondowania
przyszłości lub choćby zachętę do przepowiadania.
Liczby są materią poetyczną. To ludzkość je ukształtowała.

Gaorges Ifrah

Inicjacja matematyczna rozpoczyna się już we wczesnym okresie dziecięcym, kiedy półroczne niemowlę próbuje wszędobylskimi oczyma ogarnąć otaczającą go przestrzeń, która dostarcza mu wielu różnorodnych wzrokowo-dotykowych bodźców. Dziecko przygląda się z zainteresowaniem przedmiotom i osobom, dostrzega ich kształty, śledzi kręcącą się wokół łóżeczka matkę, wodzi wzrokiem za ruchomą karuzelą, a gdy coś się zmieni w dobrze znanej przestrzeni, gdy wcześniej zakodowane schematy nie znajdują odzwierciedlenia tu i teraz, natychmiast reaguje. Począwszy od drugiego roku życia, układa klocki, tworząc „zbiór" wagoników i potrafi już zestawić przedmiot większy z mniejszym, próbuje też segregować zabawki i przedmioty z najbliższego otoczenia, jak choćby najróżniejsze kuchenne akcesoria według własnego kodu, który początkowo jest kodem percepcyjnym, a dopiero około 6. – 7. roku życia zaczyna się pojawiać zdolność do kategoryzowania na podstawie cech abstrakcyjnych. Mając 3 – 4 lata, dziecko zaczyna praktycznie stosować metodę odpowiedniości, sadzając na krzesełka lalki czy misie; jedna lala na jednym krzesełku, druga na drugim, trzecia na kolejnym… Zabawa trwa, dopóki zabraknie lalek albo będzie dla nich za mało krzesełek. Podczas tej aktywności mały sprawca przyporządkowuje przedmioty do zbioru (lalę do krzesełka), a także kontroluje ilość, choć jeszcze tak naprawdę nie liczy i nie „umie odróżnić liczby od zbioru, którego liczność ona określa" (Ifrah, 1990, s. 16). W wieku 5 – 6 lat próbuje już liczyć, na przykład monety, schody, po których się samodzielnie wspina, drzewa w parku, a idąc do przedszkola, odlicza mijane po drodze samochody. Podczas zabaw ortofonicznych powtarza za nauczycielem wyliczanki i zaczyna używać swoich palców u rąk[1] do określenia swojego wieku.

Widzimy zatem, że u dziecka będącego jeszcze w *przedrachunkowym stadium umysłu* zaczyna się kształtować zdolność liczenia – „atrybut wyłącznie ludzki, bardzo skomplikowany umysłowy fenomen, który jest ściśle związany z rozwojem inteligencji" (Ifrah, 1990, s. 34). Jeśli tylko pozwoli się małemu dziecku uczestniczyć w procesie nabywania kompetencji matematycznych, to ono samo, choć w interakcjach z innymi i na bazie codziennych wydarzeń, będzie odkrywało i oswajało matematyczną rzeczywistość, budując jej nowe, zadziwiające struktury, jako że – jak dowodzi Gruszczyk-Kolczyńska – małe dziecko posiada nieograniczone uzdolnienia i nieprawdopodobną łatwość uczenia się matematyki, oznacza się operacyjnością myślenia, czynności i działań, a także spontanicznie reaguje na absurdy, jakie pojawiają się, gdy zostaje poddane efektowi instytucjonalnej socjalizacji. Niestety, zbyt często zdarza się też wówczas, że operacje myślowe przekształcają się w niebezpieczne nawyki, a pożądana aktywność staje się stereotypowym działaniem, które nie podlega procesom interioryzacji i, co więcej, dziecko pamięciowo przyswaja lawinowo narastający materiał dydaktyczny, nie rozumiejąc jego przesłania (Gruszczyk-Kolczyńska, 1992; także: Wadsworth, 1996; Aebli, 1959; Krygowska, 1977 i in.). Tak się dzieje, gdy dorośli z jego najbliższego otoczenia – rodzice i nauczyciele w przedszkolu – niepotrzebnie i nadgorliwie dostarczają dziecku bodźców, których nadmiar i nieadekwatność uniemożliwia poradzenie sobie z pojawiającym się „brakiem równowagi" (Wadsworth, 1996). Dysonans poznawczy, jaki się wówczas pojawia, przekracza percepcyjne możliwości dziecka, powodując już „na starcie" kumulowanie się negatywnych emocji, dziecko dowiaduje się od innych o własnej niemożności, otrzymując komunikaty: *Nie potrafisz? Nie rozumiesz? Źle wykonałeś zadanie!*

Tymczasem okres wczesnej edukacji to moment, kiedy dziecko opanowuje i nadaje znaczenie wielu nowym pojęciom, także matematycznym, gdy czynności afektywne – hipotetycznie wyobrażone lub wykonywane konkretnie na przedmiotach, a związane z przeliczaniem, odmierzaniem, dodawaniem, zaczyna przedstawiać za pomocą symbolu: grafu, schematu, rysunku czy znaku. Im bardziej więc atrakcyjne strategie będzie stosował nauczyciel w odniesieniu do dziecka, które jest na etapie wykonywania czynności efektywnych, tym szybciej dojdzie do ich zinterioryzowania (Pia-

[1] Gaorges Ifrah w książce *Dzieje liczby czyli historia wielkiego wynalazku* dowodzi, że ludzkość nauczyła się liczyć abstrakcyjnie na palcach własnych rąk, które – jak twierdzi Ifrah – są narzędziem pomocnym w uświadamianiu sobie liczb i w elementarnej nauce arytmetyki. W swojej książce pisze, że „ręka ludzka jest swojego rodzaju maszyną do liczenia, najprostszą i najnaturalniejszą, jaka istnieje, i dlatego odegrała tak wielką rolę w powstaniu naszego systemu liczbowego" (Ifrah, 1990, s. 40 i n.).

get, Inhelder, 1967). Konieczny jest trening powiązany z działaniem na przedmiotach, z eksperymentowaniem i dociekaniem, stawianiem hipotez i ich weryfikowaniem. Istotne jest również to, by uczeń mógł podejmować aktywność zadaniową, wychodząc od konkretu ku matematycznej abstrakcji, bowiem zarówno nowe doświadczenia, jak i podejmowanie trudu radzenia sobie z sytuacjami problemowymi w sposób istotny generuje jakościowy przyrost kompetencji. Oznacza to, że koncepcja rozwijania i podtrzymywania naturalnych uzdolnień matematycznych powinna się odwoływać zarówno do podstaw metodologicznych nauczania matematyki, z położeniem akcentu na teorie czynnościowe, jak i do psychologii rozwojowej oraz teorii wyjaśniających procesy kształtowania się pojęć. Z. Krygowska charakteryzując czynnościowy charakter nauczania matematyki, przywołuje czynności konkretne i wyobrażeniowe, które będąc kontrolowane przez nauczyciela, powinny przeistoczyć się w operacje abstrakcyjne odzwierciedlające się w pojęciach matematycznych i w każdym dedukcyjnym rozumowaniu, a że – jak dowodził G.W. Leibniz – „na całym świecie wszystko przebiega matematycznie", wczesna *matematyzacja* powinna stać się wyzwaniem dla pedagogów edukujących najmłodsze dzieci (por. Krygowska, 1977; Siwek, 1998).

O rozwoju poznawczym, czyli jak się uczą małe dzieci

Dzieci są kompetentnymi podmiotami, a to oznacza, że posiadają zdolność do uczenia się i do współdecydowania o rzeczach, które je bezpośrednio dotyczą. Są doskonałymi konstruktorami swojego rozwoju poznawczego, ale by móc się harmonijnie rozwijać, już w chwili narodzin potrzebują zarówno bezpiecznego środowiska, jak i przestrzeni do działania, do podejmowania aktywności poznawczej, dzięki czemu nie tylko kumulują się różnorodne doświadczenia, ale także doskonali się ich jakość, co prowadzi do intelektualnej niezależności (Adamek, 1995, s. 22-23). Ta intelektualna niezależność uzewnętrznia się w poziomie i zakresie takich procesów, jak rozumienie otaczającej rzeczywistości, samodoskonalenie się, efektywne uczenie się, rozwiązywanie problemów w twórczy sposób, generowanie pojęć służących do oglądu i opisu rzeczy oraz zjawisk, a także sprowadza się do umiejętności klasyfikowania otoczenia.

Różne są poglądy na to, jak uczą się dzieci oraz jak przebiega ich rozwój poznawczy i co go determinuje. Carl Roger uważa, że „nie można nauczyć nikogo niczego, ale należy zapewnić warunki, w których można się uczyć". J. Piaget dostrzega zależność „wzajemnego oddziaływania na siebie dziecka i otoczenia" (za: Schaffer, 2007, s. 182 i n.). Efektem takiej dynamicznej aktywności urzeczywistnianej poprzez zabawę czy eksplorowanie otoczenia jest charakterystyczny dla danego dziecka, jego osobisty konstrukt wiedzy, wpierw o samym przedmiocie, a potem o współzależnościach pomiędzy nim samym a przedmiotem. Dziecko dostrzega, że z klocków można coś zbudować, ale także to, że są one różne – mają kolor, różne kształty i wielkości. J. Piaget sformułował i sklasyfikował etapy rozwoju dziecka, momenty przełomowe odpowiedzialne za zmiany, jakie dokonują się w nabywanych przez dziecko kompetencjach, które to zmiany są bezpośrednim wynikiem procesów *asymilacji* i *akomodacji* (Schaffer, 2007, s. 187). Etapom tym nadał pewne cechy charakterystyczne i ramy czasowe:

1. Do 2. roku życia dziecko eksploruje otoczenie w sposób sensoryczno-motoryczny.

2. Do 7. roku życia, będąc jeszcze w fazie dziecięcego egocentryzmu, myśli w sposób konkretno-obrazowy, a podstawową aktywnością jest zabawa, mająca znamiona fantastycznych i wyobrażeniowych działań.

3. Wiek wczesnoszkolny charakteryzuje się dynamicznym rozwojem wielu operacji myślowych, co uaktywnia myślenie logiczne, które jest jednak ograniczone do czynności konkretnych, opartych na manipulowaniu przedmiotami. Dziecko/uczeń chętnie sięga po liczmany (patyczki, kasztany, klocki), które przelicza, odsuwa, dosuwa i klasyfikuje. Zaczyna przechodzić od poziomu percepcji do poziomu logiki, co oznacza, że jakkolwiek byłyby ułożone liczmany – w rzędach poziomych, pionowych, luźno rozsypane – dziecko dostrzega zawsze tę samą ich ilość.

4. Powyżej 11. roku życia dziecko jest już zdolne – według Piageta – by dokonywać operacji umysłowych, opartych na pojęciach abstrakcyjnych, co oznacza, że to już nie przedmiot, a pojęcia i wyobrażenia stanowią podstawę jego myślenia.

Na inne aspekty procesów rozwojowych dziecka kładzie nacisk L. Wygotski, traktując rozwój jako „proces społeczny" osadzony w środowisku społeczno-kulturowym. To zanurzenie się dziecka w danej kulturze, ciągłość pokoleniowa będąca wynikiem pewnych tradycji, także społeczny rozwój – na przykład w dziedzinie technologii – stanowi kontekst rozwoju wyższych funkcji psychicznych. Dziecko w sposób pośredni jest „edukowane" przez społeczeństwo: swoich rodziców, rodzeństwo, rówieśników w przedszkolu, a potem w szkole, nauczycieli i media. Jest też bezpośrednio stymulowane przez osoby dla niego znaczące: rówieśnika, który wyjaśnia zawiłości tabliczki mnożenia, „swoją panią", która stanowi dla dziecka prawdziwy „poznawczy autorytet", dziadka, który „wszystko wie, bo długo żyje". Te interakcje z osobami odniesienia są bardzo ważne dla rozwoju dziecka, a dotychczasowe doświadczenia zyskują na jakości, bo „ten ktoś" – tutor, rozszerza horyzonty, daje podwaliny pod nowe kompetencje, organizuje aktywne środowisko, pomaga rozwiązywać problemy poznawcze, pozwala na aktywne współautorstwo własnego rozwoju. Widzimy zatem, że Piaget skłaniał się ku koncepcji konstruktywizmu poznawczego, a Wygotski osadza go w środowisku społecznym (konstruktywizm społeczny). K. Ajdukiewicz dostrzega ponadto, że obraz rzeczywistości i wiedza o otaczającym dziecko świecie jest pochodną nie tylko jego własnych doświadczeń nabywanych na drodze spontanicznej i/lub ukierunkowanej aktywności, lecz zależy również od „aparatury pojęciowej, przy pomocy której odwzorowujemy dane doświadczenia" (za: Zybertowicz, 2001, s. 129). Aparaturą tą jest kod językowy, zestaw pojęć, dzięki którym dziecko tworzy definicje, weryfikuje hipotezy, poszukuje zależności, rozwiązuje problemy i opisuje otaczający je świat. Jest kodem, który stanowi istotne narzędzie w rękach rodziców i pierwszych nauczycieli, a to oznacza, że „póki ktoś posługuje się pewną określoną aparaturą pojęciową, póty dane doświadczenia zmuszają go do uznania pewnych sądów" (Zybertowicz, 2001, s. 129). W tym kontekście, nabywanie kompetencji jest, co prawda, uzależnione od doświadczeń podmiotu poznającego, ale doświadczenia te są odzwierciedleniem intencjonalności środowiska. Myśląc więc o doświadczeniach szkolnych, należy zwrócić uwagę na problem związany z kompetencyjnością nauczycieli, szczególnie w odniesieniu do ich warsztatu metodycznego i stosowanych na co dzień strategii pracy z uczniem najmłodszym.

Edukacja matematyczna najmłodszych uczniów

Teoretyczne podstawy dydaktyki matematyki muszą być skorelowane z praktyką metodyczną, której głównym celem jest (a przynajmniej być powinno) kształtowanie takich kompetencji matematycznych, jakie są konieczne, by sprawnie funkcjonować we współczesnym świecie. Operacjonalizacja tego nadrzędnego celu wyraża się w nabywanym przez uczniów języku matematycznym, w ich matematycznym myśleniu, a także w uświadamianym doświadczaniu matematyki na co dzień – w różnych okolicznościach i przy różnych okazjach, jak choćby podczas robienia zakupów, meblowania własnego pokoju, a nawet biorąc udział w planowaniu wakacyjnych podróży i odpowiadając na pytania: *Ile godzin pojedziemy? Ile kilometrów (mil) pokonamy? Jaką walutą będziemy płacić?* Tymczasem dość powszechny w polskim społeczeństwie analfabetyzm matematyczny ogranicza sprawne poruszanie się w codziennej rzeczywistości, a – jak mawiał E. Kant – żaden kraj z ambicjami nie może być krajem analfabetów matematycznych.

Matematyczna aktywność ucznia na poziomie wczesnej edukacji – określana mianem *wczesnej matematyzacji* – musi być uzasadniona aktualną potrzebą działania i powinna być osadzona w codziennych, naturalnych sytuacjach, bo tylko wówczas uczeń będzie widział sens w tym, co się dzieje „na matematyce". Świadomość użyteczności matematyki i jej związku z codziennymi doświadczeniami, przeżyciami i potrzebami życiowymi zwiększa motywację ucznia do podejmowania wysiłku poznawczego, zaś nauczycielowi wytycza kierunek pracy dydaktycznej. Proces edukacyjny nie może mieć charakteru werbalno-nakazowego, ale musi być praktyczno-aktywizujący, podczas którego podmiotem aktywnym powinien być uczeń, który działając samodzielnie i wespół z innymi, rozwiązuje problemy, rozwija swoją wyobraźnię i matematyczne zainteresowania, wyciąga wnioski z dokonywanych obserwacji, weryfikuje swój potoczny język, posługując się specyficznymi dla nauk matematycznych pojęciami. Bardzo ważną umiejętnością – często przez dziecko nieuświadamianą – jest zdolność do zadawania pytań, także tych matematycznych. Pytania te – ich zakres, treść, sposób artykułowania – informują nauczyciela o poziomie już nabytych przez dziecko umiejętności, co pozwala mu budować strategie edukacyjne na teraz. Ponadto wskazują na sposób myślenia dziecka i na kierunek jego zainteresowań matematycznych. W tym kontekście zasadne są słowa Szumana, który twierdził, że „nawet najwnikliwszy pedagog nie potrafiłby znaleźć dla dziecka zadań myślowych tak właściwych i tak potrzebnych dla jego dalszego rozwoju umysłowego, jak te, które ono stawia sobie samemu, pośrednio dorosłym, aby je rozwiązali – dla niego" (Swoboda, Guncaga, 2009, s. 23).

Dziecko, które rozpoczyna szkolną edukację, dysponuje już pewnymi kompetencjami matematycznymi, które określane są jako kompetencje bazowe. Kompetencje te odnoszą się głównie do pojęcia liczby naturalnej (przedszkolak sprawnie przelicza przedmioty) i rozpoznawania oraz nazywania prostych figur geometrycznych. Zauważa się także, że uczniowie rozpoczynający naukę szkolną operują już pewnymi matematycznymi pojęciami, co stanowi podstawę rozwoju wyższych kompetencji matematycznych – wiadomości, umiejętności i sprawności zawartych w podstawie programowej edukacji wczesnoszkolnej. Uczniowi powinno się więc stworzyć warunki, by mógł on podczas aktywności matematycznej wykorzystywać – adekwatne dla swojego poziomu percepcyjnego – kompetencje kluczowe w zakresie *odczytywania* matematycznych symboli i zadań z treścią, *myślenia matematycznego* i stricte *naukowego*, co pozwala wyciągać wnioski z istniejących przesłanek i przewidywać skutki własnej aktywności, *umiejętności komunikowania* się językiem matematycznym zrozumiałym dla otoczenia, a także *uczenia się* i *korzystania z nowoczesnych technologii informacyjnych*[2].

Zmiany, jakie rozpoczęły się w szkole w roku szkolnym 2009/2010, objęły obszar związany z edukacją matematyczną, czego zwieńczeniem jest wprowadzenie obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki. Zmiany objęły wszystkie szczeble obowiązkowej edukacji, a także odnoszą

[2] Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).

się do wychowania przedszkolnego – powszechnego, choć nie obowiązkowego w odniesieniu do najmłodszych przedszkolaków. W nowych podstawach programowych wychowania przedszkolnego znalazł się opis wiadomości i umiejętności, jakie stanowią punkt wyjścia do edukacji matematycznej na dalszych etapach kształcenia. Wynika z nich, że dziecko „matematycznie" dojrzałe do rozpoczęcia edukacji szkolnej reprezentuje odpowiedni poziom rozumowania operacyjnego, posiada świadomość, w jaki sposób należy poprawnie przeliczać przedmioty, ma dostatecznie rozwiniętą percepcję wzrokową i wzrokowo-ruchową, co determinuje podejmowanie zadań w zakresie analizy i syntezy, jego lateralizacja jest już ustalona, co pozwala mu nie tylko odnajdywać się w otaczającej przestrzeni, ale także prawidłowo regulować napięcie mięśniowe paliczków i mieścić się w liniaturze. Ponadto dziecko u progu edukacji szkolnej jest stabilne emocjonalnie i dobrze zmotywowane do podejmowania nowych zadań i wyzwań. Niestety, kierowanie się przez nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej metryką dziecka, a nie jego potencjalnymi możliwościami powoduje, że u progu edukacji szkolnej wiele z nich napotyka na olbrzymie trudności szkolne, stając się uczniem o specjalnych potrzebach.

Głównym celem edukacji matematycznej na poziomie wczesnej edukacji jest – jak wynika z zapisu w nowej podstawie programowej – wspomaganie rozwoju takich czynności, które determinują osiągniecie sukcesu podczas uczenia się matematyki. Działania te mają mieć charakter zabawowy, a ich realizacja ma przebiegać poprzez różne sytuacje zadaniowe i w ramach interaktywnych gier dydaktycznych. Efektem finalnym ma być zestaw uczniowskich kompetencji, które pozwolą poradzić sobie na kolejnych szczeblach szkolnej edukacji, a które można sprowadzić (zoperacjonalizować) do następujących umiejętności[3]:

– „liczenia w zakresie 1000: w przód, w tył, od danej liczby po 1, dziesiątkami i setkami,

– porównywania dwóch dowolnych liczb w zakresie 1000 słownie i za pomocą znaków większości, mniejszości i równości,

– dodawania i odejmowania w zakresie 100 **bez algorytmów działań pisemnych**[4], sprawdzania wyników za pomocą działań odwrotnych,

– podawania z pamięci iloczynów w zakresie tabliczki mnożenia,

– rozwiązywania łatwych równań jednodziałaniowych z niewiadomą w postaci okienka,

---

[3] *Nowa podstawa programowa kształcenia ogólnego dla pierwszego szczebla edukacyjnego* z dnia 23 grudnia 2008 r. Są to podstawowe umiejętności matematyczne do opanowania po klasie III.

[4] Czcionką pogrubioną zaznaczono te umiejętności, które wcześniej nie występowały.

– rozwiązywania zadań tekstowych wymagających wykonania jednego działania, w tym zadania na porównywanie różnicowe, jednak **bez porównywania ilorazowego**,

– odczytywania i zapisywania liczb w systemie rzymskim,

– wykonywania działań praktycznych wykorzystywanych w codziennym życiu w zakresie mierzenia, ważenia, odmierzania płynów, rozpoznawania czasu na zegarze, znajomości dni tygodnia, pór roku i nazw miesięcy oraz obliczeń pieniężnych,

– znajomości **pojęcia długu** i świadomość konieczności spłacenia go".

Analizując podręczniki szkolne i obserwując codzienne zajęcia, można dostrzec, że na poziomie wczesnej edukacji w zakresie treści matematycznych przeważają te, które są związane z arytmetyką, która niewątpliwie jest „bliżej życia", a więc jest bardziej użyteczna. Mało jest treści geometrycznych, które ograniczają się do rozpoznawania i nazywania podstawowych figur geometrycznych, a tymczasem dla dziecka w tym wieku geometria jest atrakcyjną dyscypliną matematyki, bo pozwala wyzwolić jego inwencję twórczą. Z figur geometrycznych można np. konstruować obiekty, nadawać im różne kształty i wpływać na ich rozmieszczenie w przestrzeni kartki i na relacje z innymi obiektami. Z figur można komponować regularne, rytmiczne szlaczki, można zaprojektować swój dywan lub serwetkę, umieszczając różne wzory w rogach prawych lub lewych, górnych lub dolnych, pośrodku, na prawo od, nad itd. Materiałem do klasyfikowania i analizy może być również tworzywo przyrodnicze, zebrane podczas spaceru do parku lub w trakcie wycieczki do lasu: kasztany, żołędzie, patyczki, piórka, liście. Można nie tylko grupować według własnego kodu, przeliczać elementy w utworzonych zbiorach, porównywać ich liczebność, ale także opisywać wzajemne położenie tych przedmiotów i zwracać uwagę na charakterystyczne ich kształty. Uczniom powinno się stwarzać wiele okazji do zadawania „matematycznych" pytań i poszukiwania na nie odpowiedzi, które nie zawsze muszą być w pełni poprawne, wziąwszy pod uwagę logikę matematyczną. Grażyna Czetwertyńska z PISA uważa, że polscy uczniowie nie stawiają pytań, bo nauczyciele nie pozwalają uczniom na mylenie się, a pytania niestandardowe, nie mieszczące się w szkolnym kanonie, pytania niespecyficzne są traktowane jako głupie, nie na miejscu i podlegają pedagogicznej krytyce lub nawet karze. A tymczasem uczniowie najmłodsi chcą pytać:

Ile jest kasztanów? Czego jest więcej, liści czy piórek? Dlaczego tak jest?

Ile muszę zabrać kamyczków, by było ich tyle samo, co liści? Gdy do zbioru kasztanów dołożę żołędzie, to ile będzie razem wszystkich elementów? Czego będzie więcej? Jak się o tym mogę dowiedzieć?

Rozwiązując zadania, uczniowie poszukują narzędzi matematycznych, by ich hipotezy okazały się prawdziwe. Przeliczają elementy (liczmany), dosuwają je, zabierają, mierzą na oko, korzystają z liczydła, przeliczają na palcach, przyporządkowują jeden element danego zbioru elementowi zbioru drugiego po to, by zbiory te porównać:

Jeden liść – jedno piórko, drugi liść – drugie piórko, trzeci liść – trzecie piórko, czwarty liść – nie ma już więcej piórek.

Liści jest więcej niż piórek – zauważa dziecko.

Dzieci lubią rozwiązywać zagadki matematyczne, mające charakter pytań (zdań) implikacyjnych:

Jeśli ze zbioru wszystkich liści zabierzesz tylko liście czerwone, to ile ich zostanie?

Podejmując tego rodzaju działania, tworzy się okazje do dynamicznego „matematyzowania rzeczywistości, przestrzeni, w jakiej funkcjonuje uczeń" (Krygowska, 1977, s. 65 i n.), do jej opisu, obserwowania i refleksji nad nią. Jednak w tym kontekście geometria, „świat faktów i zjawisk wywiedzionych z systemu aksjomatów" (Swoboda, 2006, s. 53), rozpoznawanych dzięki „jakiemuś szóstemu zmysłowi" (Vopenka, 1989, s. 17), jest wypierana z programów szkolnych, a – jak dowodzą H. Siwek i M. Hejný – ma ona większe niż arytmetyka znaczenie dla rozwoju intelektualnego dziecka, szczególne w odniesieniu do dziecka o specjalnych potrzebach edukacyjnych (Siwek, 1985; Hejný, 2004).

Wydaje się, że w społecznej świadomości matematyka – królowa nauk, jak twierdzi wielu, nadal pozostaje dziedziną trudną poznawczo, niezrozumiałą, elitarną, którą wykorzystuje się jedynie w kontekście szkolnym. Tymczasem kompetencja matematyczna to także zdolność rozumienia i wykorzystywania umiejętności matematycznych w obszarze pozamatematycznym, pozaszkolnym. Gdy więc kolejne roczniki polskich uczniów przystępowały do Międzynarodowego Programu Oceny Umiejętności Szkolnych (*Programme for International Student Assessement*) – PISA[5], decydenci oświatowi, nauczyciele i sami uczniowie mogli sprawdzić, czy i na ile polscy piętnastolatkowie są przygotowani do życia we współczesnym świecie, w którym dominuje nauka i technika, i czy potrafią odwoływać się do opanowanych w szkole umiejętności matematycznych podczas rozwiązywania codziennych problemów. Wyniki pokazały, że polscy uczniowie nie radzą sobie z matematyką, a szczególnie z zadaniami wymagającymi myślenia abstrakcyjnego, nie potrafią uogólniać, stawiać hipotez, a tym bardziej ich

[5] Badania odbywały się w: 2000 r. (główny nacisk położono na umiejętność czytania i pracę z tekstem), 2003 r. (główny nacisk położono na matematykę i umiejętność rozwiązywania problemów), 2006 r. (dominowały nauki przyrodnicze) i w 2009 (po raz kolejny skupiono się na umiejętności czytania, rozumienia czytanego tekstu i wykorzystania tekstu do różnych celów).

weryfikować nawet w odniesieniu do obserwacji empirycznych związanych np. z otaczającą przyrodą i zachodzącymi w niej zmianami jako efekt działalności człowieka. Nie potrafią też wykorzystywać wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania różnych pozanaukowych problemów. Nieźle natomiast rozwiązują zadania, w których wystarczy wykazać się dobrze wytrenowanym zastosowaniem szkolnych algorytmów, co świadczy o wybitnie odtwórczym, rutyniarskim wykorzystaniu umiejętności matematycznych. Najbardziej niepokojącym zjawiskiem jest natomiast bardzo mała liczba uczniów wykazujących najwyższy stopień umiejętności matematycznych – to tak, jakbyśmy zupełnie nie mieli uczniów, którzy są matematycznie uzdolnieni[6]. Czy tak jest w istocie?

Odpowiedzią na to pytanie mogą być pośrednio wyniki badań, jakie w 2006 roku przeprowadziła Małgorzata Żytko, zbierając opinie nauczycieli między innymi o edukacji matematycznej uczniów klas młodszych. Z badań tych wynika, że większość nauczycieli nie wierzy w możliwości swoich uczniów, nie widzą oni potrzeby, by pozostawić uczniom większy margines swobody związany z własnym uczeniem się, z decydowaniem o podejmowanych podczas uczenia się strategiach. M. Żytko dla opisu ich postawy użyła metafory *edukacyjnego pesymisty,* który kwestionuje samodzielność krytycznego myślenia najmłodszych uczniów i nie uważa, by uczniowie w tym wieku mogli rozwiązywać zadania problemowe, niestandardowe, a więc takie, które prowokują konflikt poznawczy. Nauczycielska schematyczność myślenia o możliwościach rozwojowych dziecka – ucznia klas młodszych – determinuje dobór takich, a nie innych sposobów pracy dydaktycznej. Także zbyt sztywne przywiązanie do szkolnych podręczników, które tak naprawdę są jedynym (a przynajmniej głównym) źródłem uczniowskiej wiedzy, odtwórcza realizacja zawartych tam treści, zniewolenie przepisami i roszczeniowymi oczekiwaniami urzędników ministerialnych, dyrektorów szkół i rodziców[7] powoduje, że przeciętny uczeń nie ma szans, by opanować konieczne na tym pierwszym etapie kształcenia kompetencje matematyczne w takim zakresie, by:

1. Odnieść sukces szkolny, co dla wielu uzewnętrznia się w dobrej ocenie szkolnej.
2. Poradzić sobie na wyższych szczeblach edukacyjnych (nauczyciele klasy IV zwracają uwagę na bardzo niski poziom umiejętności matematycznych uczniów kończących edukację wczesnoszkolną).

---

[6] Więcej na: www. men.gov.pl.

[7] Od kilku lat Centralna Komisja Egzaminacyjna zachęca szkoły do wzięcia udziału w teście sprawdzającym wiedzę dziesięciolatków. Trzecioklasiści rozwiązują zadania, w których muszą się wykazać umiejętnością czytania, pisania, sprawdza się ich zasób słownikowy i wiedzę o języku, a także umiejętności matematyczne. Oznacza to, że do edukacji wczesnoszkolnej – wzorem klas starszych – wkroczyła testomania.

3. Umieć zastosować w codziennych sytuacjach nabyte w szkole umiejętności: odczytywać godziny na zegarze, dokonywać rzeczywistych pomiarów, korzystać z kalendarza, dokonywać płatności w sklepie, wykorzystywać informacje znajdujące się na mapie.

4. Czerpać radość z podejmowanej na zajęciach – z własnej chęci i w poczuciu odpowiedzialności – rzeczywistej aktywności opartej na własnych pomysłach i przy świadomości celu, co przekładałoby się na rozwiązywanie problemów matematycznych, dokonywanie różnych opisów graficznych, weryfikowanie hipotez, generowanie własnych pomysłów matematycznych (Kujawiński, 1990, s. 113 i n.).

5. Rozwijać własne zainteresowania i uzdolnienia matematyczne, co wymuszałoby na nauczycielu zmianę niektórych treści nauczania i unowocześnienie metod pracy z uczniem. Według J. Hawlickiego, takim sposobem byłoby oparcie nauki matematyki na rozwijaniu abstrakcyjnego myślenia (spostrzeganie, obserwacja, analiza, porównywanie, uogólnianie) i stosowanie metod czynnościowych, które ułatwiają przechodzenie od konkretu do matematycznej abstrakcji (Hawlicki, 1971; Semadeni, 1981; Krygowska, 1977; Siwek, 1998).

Obserwując działania decydentów oświatowych – począwszy od ministra oświaty, poprzez urzędników centralnej i okręgowych komisji egzaminacyjnych, a skończywszy na wizytatorach kuratoryjnych i dyrektorach szkół podstawowych, można zauważyć, że próby naprawy polskiej edukacji sprowadzają się do permanentnego testowania uczniów na wszystkich szczeblach edukacyjnych, nawet w odniesieniu do edukacji najmłodszych uczniów[8]. Jeden z kuratorów uzasadnił taką praktykę stwierdzeniem, iż poprzez testy ministerstwo „szuka słabego punktu we wczesnej edukacji". Zauważa też, że „żaden egzamin przeprowadzany przez CKE nie mierzy osiągnięć dziesięciolatków", a przecież – jak twierdzi inny kuratoryjny urzędnik – „pierwszy etap edukacji jest bardzo ważny. To czas, kiedy u dziecka albo wykształci się ciekawość świata i chęć do nauki, albo nie".

Urzędnicy tymi zabiegami chcą zdiagnozować poziom i kierunki rozwoju edukacji, co wydaje się dalece spóźnione, jako że wypowiedzi te artykułowano wiosną 2009 roku, a więc w okresie, kiedy kolejna reforma była już nieodwracalnie zaplanowana, opracowano nowe podstawy programowe i drukowały się nowe podręczniki. Ministerstwo miało więc już wiedzę, że polska szkoła jest nieudolna, nieefektywna, nadmiernie przedydaktyzowana

---

[8] Sprawdziany kompetencji organizują nie tylko CKE, Wydawnictwo Pedagogiczne Operon, „Gazeta", ale także firmy prywatne, np. Instytut Badania Kompetencji z Wałbrzycha, który przygotował testy nie tylko dla trzecioklasistów, ale także dla drugo- i pierwszoklasistów. Jak twierdzi prezes IBK, zapotrzebowanie na testy jest bardzo duże i dynamicznie wzrasta.

i nazbyt werbalna, a przy tym nudna i nieżyczliwa. Co więcej, międzynarodowe testy, w jakich nasi uczniowie brali udział, wyniki egzaminów kompetencyjnych po gimnazjum, wyniki matur jednoznacznie pokazują, jaki poziom różnorodnych kompetencji reprezentują nasi uczniowie w porównaniu z rówieśnikami z innych krajów, a filozofia edukacji zaprezentowana w podstawach programowych i mająca akceptację władz ministerialnych wskazuje przecież kierunek rozwoju polskiej szkoły. „Więc co tu diagnozować? Gotowość sześciolatków? Kompetencje dziesięciolatków? Czemu i komu ma to służyć?" Rodzicom, by obarczyli swoje dzieci jeszcze większą siecią korepetycji, dyrektorom przedszkoli, by przy braku środków finansowych i organizacyjnych objęli dzieci z problemami profesjonalną terapią, nauczycielom edukacji wczesnoszkolnej, by zamiast stymulować wszechstronny rozwój uczniów, rozwijać ich zainteresowania i uzdolnienia, w większym stopniu skupili się na przygotowywaniu ich do „egzaminów" po klasie trzeciej? Cytowany wcześniej urzędnik stwierdził, że chodzi o stworzenie „programów naprawczych[9] i o wyznaczenie kierunku, w jakim powinni się dokształcać nauczyciele" (sic!).

2. Kompetencje matematyczne dzieci kończących edukację elementarną

Próbując zdiagnozować stan kompetencji matematycznych dzieci kończących edukację elementarną, przebadaliśmy 1481 uczniów klas trzecich szkoły podstawowej. Postawiliśmy przed nimi zadanie samodzielnego zaprojektowania umeblowania sali szkolnej. Każde dziecko otrzymało wydrukowaną instrukcję, kartkę w kratkę formatu A3 oraz mały arkusz papieru kolorowego. Zadanie polegało na wykreśleniu – za pomocą linijki, cyrkla itd. – figur geometrycznych, w których występują zależności różnicowe i ilorazowe (zgodnie z podanymi warunkami), a następnie na nadaniu tym figurom – tym razem bez jakichkolwiek wytycznych – architektonicznego i artystyczno-innowacyjnego wyrazu. Na potrzeby naszej diagnozy weryfikowana była poprawność wykonania tylko pierwszej części przedsięwzięcia.

Oto tekst instrukcji rozdawanej dzieciom:

Zaprojektuj umeblowanie swojej sali lekcyjnej, umieszczając w niej następujące przedmioty:

– 3 stoliki dla uczniów,

– biurko nauczyciela,

[9] Proponuje się, by nauczyciele klas IV zorganizowali zajęcia wyrównawcze dla uczniów, którzy nie poradzili sobie z testem w klasie III. Aż tyle i tylko tyle.

– tablicę,
– dywan,
– zegar o tarczy w kształcie koła,
– 2 trójkątne ramki na klasowe zdjęcia.

Możesz dorysować inne przedmioty. Pamiętaj, że:

1. Długość boku stolika wynosi 10 cm, a szerokość równa jest połowie jego długości.

2. Wszystkie boki biurka nauczyciela są równe i mają po 4 centymetry.

3. Jeden bok tablicy jest o 4 centymetry krótszy od długości boku stolika. Drugi bok jest trzy razy dłuższy niż ten pierwszy.

4. W prawym dolnym rogu sali narysuj dywan. Jego długość wynosi 15 centymetrów, a szerokość jest trzy razy krótsza od długości.

5. Po lewej stronie tablicy narysuj zegar, którego tarcza ma kształt koła. Na zegarze zaznacz, o której godzinie dzisiaj wstałaś/eś.

6. Zaplanuj, gdzie umieścisz dwie ramki na zdjęcia. Ramki mają kształt trójkątów o obwodzie 12 centymetrów. Wytnij z kolorowej kartki i wklej w dowolnym miejscu trójkąty.

Poprawność realizacji zadania sprawdzaliśmy dla każdego z sześciu obszarów poprzez analizy wykonanych projektów. Na końcowym etapie nanieśliśmy sumy poprawnych/błędnych realizacji na trójstopniową skalę, dzięki czemu określiliśmy poziomy kompetencji matematycznych badanych uczniów kończących edukację elementarną.

Pierwszy obszar, sprawdzający umiejętność narysowania trzech prostokątów o podanej długości (10 cm) oraz obliczenia ich szerokości (10 cm : 2 = 5 cm), zrealizowało poprawnie 52,73% badanych dzieci. Drugi, wydający się znacznie łatwiejszy – narysowanie kwadratu o podanej długości boków (4 cm) – poprawnie wykonało niewiele więcej osób (66,98%). Te dwa obszary – paradoksalnie – były najlepiej zrealizowanymi przez dzieci częściami omawianego badania.

Tablicę klasową w kształcie prostokąta, którego długości boków należało obliczyć samodzielnie (10 cm – 4 cm = 6 cm; 4 cm x 3 = 12 cm), narysowało poprawnie 41,19% badanych, natomiast dywan – który umieścić trzeba było w odpowiednim miejscu (prawy dolny róg sali) i którego długość była podana (15 cm) a szerokość należało obliczyć (15 cm : 3 = 5 cm) – poprawnie wykreśliło 42,67% dzieci.

Najgorzej wypadły dwa ostatnie obszary. Narysowanie zegara w kształcie koła za pomocą cyrkla było zbyt trudne dla 68,27%, natomiast wycięcie z kolorowej kartki trójkąta równobocznego o obwodzie 12 cm – dla 61,72% uczniów.

Statystyka średniej arytmetycznej wskazuje, iż poprawnie zadania wykonywało średnio 45,60% przebadanych, natomiast błędnie – średnio 51,07%.

Zbiorcze wyniki tej części badań prezentuje tabela 1.

Tabela 1. Realizacja przez przebadane dzieci warunków projektu sali

Warunek	Realizacja				Razem	
	poprawna		błędna			
	L.	%	L.	%	L.	%
1	781	52,73	700	47,27	1481	100,00
2	992	66,98	489	33,02	1481	100,00
3	610	41,19	871	58,81	1481	100,00
4	632	42,67	849	57,33	1481	100,00
5	470	31,73	1011	68,27	1481	100,00
6	567	38,28	914	61,72	1481	100,00
X[10]	675	45,60	806	51,07		

Nanosząc uzyskane wyniki na obraną skalę, można określić, iż zaledwie 6,28% przebadanych dzieci przejawia wysoki poziom kompetencji matematycznych. Poziom średni jest charakterystyczny dla 30,52% uczniów diagnozowanych klas. Niski poziom kompetencji matematycznych jest w badanej próbie dominujący – dotyczy aż 63,20% osób kończących edukację elementarną (tabela 2).

Tabela 2. Poziom kompetencji matematycznych przebadanych dzieci

Poziom kompetencji matematycznych						Razem	
wysoki		średni		niski			
L.	%	L.	%	L.	%	L.	%
93	6,28	452	30,52	936	63,20	1481	100,00

Potwierdza się więc opinia, jaką reprezentują nauczyciele klas czwartych, iż uczniowie kończący edukację wczesnoszkolną istotnie nie opanowują wymaganych programem treści matematycznych w takim zakresie, by podołać wyzwaniom, jakie pojawiają się w klasach starszych. Odtwórcze powielanie prostych algorytmów przez trzy lata edukacji szkolnej, skupienie się wyłącznie na wypełnianiu kart pracy, na których wystarczy wpisać w kratki gotowe wyniki, otoczyć pętlą zbiory, połączyć w pary ramki z działaniami, uporządkować wyniki według podanego przez autorów podręcznika warunku, coś pokolorować lub narysować zgodnie z podaną instrukcją.

---

[10] Średnia obliczana jest tu dla wartości ze słupka, dlatego też średnie nie sumują się do 100%.

W podręczniku *Nowe już w szkole,* opracowanym do nowej podstawy programowej, uczniowie pierwszej klasy rozwiązują standardowe, schematyczne, odtwórcze zadania według następujących poleceń: *„Narysuj w każdym wazonie 4 kwiaty. Pokoloruj na zielono te pola, na których Agata stawiała swój pionek po kolejnych rzutach. Otaczaj pętlą po 4 naleśniki. Na ile części została podzielona pizza*" (wystarczy wpisać w okienko wynik).

Trudno jest się nam też zgodzić z intencją autorek tegoż podręcznika – i wcale nie chodzi o problem typowo matematyczny – gdy w jednym z zadań piszą tak:

> *W każdej rodzinie jest: mama, tata i dziecko. Otocz pętlą każdą rodzinę. Ile rodzin widać na rysunku?* (Lankiewicz, Bielenic, Bura, Kwil, Piotrowska, Szymańska, 2009, s. 71).

Autorki przyjęły za oczywisty fakt, że wszystkie rodziny są pełne, a więc jest mama, tata i dziecko. Tymczasem coraz więcej dzieci wzrasta w rodzinach z różnych przyczyn niepełnych (rozbitych, z samotnym z wyboru rodzicem, w rodzinach doświadczonych śmiercią jednego z rodziców itp.) Jak ma rozwiązać to zadanie Jasiu, którego doświadczenia są związane z rodziną homoseksualną?

W innym zadaniu z tegoż podręcznika uczniowie mają otoczyć pętlą główki kapusty: na zielono główki zielone, na czerwono główki czerwone, przy czym należy zaznaczyć, że czerwona główka kapusty jest już na rysunku wyraźnie oddzielona od reszty. Jaki więc problem mają rozwiązać uczniowie, gdy mają wszystko „podane na tacy" (s. 9). W podobnej konwencji jest inne zadanie z tej samej strony: uczniowie mają skreślić zajączka, który pobiegł do lasu. Zajączek „do skreślenia" jest znów bardzo wyraźnie oddzielony od reszty i jako jedyny odwrócił się tyłem do pozostałych.

Tego typu zadania nie rozwijają ani płynności myślenia matematycznego, ani tym bardziej giętkości czy poprawności tegoż myślenia. Nie stwarzają uczniom możliwości dochodzenia do rozwiązywania zadania różnymi sposobami, do przekształcania tych zadań, do budowania zupełnie nowych zadań poprzez modyfikowanie starej jego wersji, co ogranicza rozwój ich matematycznego myślenia twórczego.

Poszukiwania przyczyn tak słabych wyników uzyskanych przez przebadane dzieci mogłyby przebiegać na płaszczyźnie statystycznej weryfikacji zależności tego rezultatu od pewnych cech dzieci, ich rodzin czy szkoły. Taka strategia jawi się jednak – przynajmniej w kontekście tej, niestety bardzo wąskiej, diagnozy – jako jałowa. Ciekawszą drogą badawczą wydaje się analiza społeczno-kulturowego uwikłania (de)kształtowania kompetencji matematycznych czy raczej – i pewnie bardziej precyzyjnie – kontekstu matematycznej socjalizacji dzieci. Zagadnieniu temu poświęcony będzie kolejny podrozdział.

3. (Pop)kulturowe i szkolne uwikłania kompetencji matematycznych dzieci

Poszukiwania społeczno-kulturowych determinant kształtowania (dekształtowania?) kompetencji matematycznych dzieci obejmować będą dwa tory analityczne. Z jednej strony przeanalizujemy (pop)kulturowe przekazy medialne, obierając za kategorię analityczną matematyczno-logiczne ich nieprecyzyjności. Z drugiej strony natomiast prześledzimy stosunek rodziców dzieci wczesnej edukacji do kształtowania kompetencji matematycznych, analizując przeznaczone dla nich internetowe portale, tym razem za kategorię analityczną przyjmując rodzicielskie strategie wplatania matematyki w interakcje z dzieckiem.

Diagnoza szkolnych determinant obejmie natomiast analizy projektów zajęć zintegrowanych, przygotowywanych przez pracujących w zawodzie nauczycieli wczesnej edukacji. Dla tej części badań przyjęto cztery kategorie analityczne: (1) cele stawiane przez nauczyciela w kontekście kształtowania kompetencji matematycznych, (2) nauczycielskie strategie kształtowania kompetencji matematycznych, (3) diagnozowanie matematycznej wiedzy uprzedniej oraz (4) matematyczno-logiczne paradoksy realizacji zamierzonych celów matematycznych.

„Czysty sok sto procent" – 100% owoców plus dodatki

Jaskrawą egzemplifikacją transmitowanych przez media nieprecyzyjności matematyczno-logicznych wydaje się telewizyjna reklama soku Tymbark. Widzowi oferuje się w niej obraz trójki dzieci wbiegających do przestronnego, białego pokoju. Nagle wpadają do niego – przez nowo powstały otwór w ścianie – pomarańcze o średnicy około jednego metra, przez które dzieci swobodnie przeskakują. Na ścianie ukazuje się kilkumetrowa kobieta. Całość jest trójwymiarowym rzutem. Po chwili usłyszeć można głos narratora, który informuje nas, że „Tymbark czysty sok sto procent powstaje z dwóch i pół kilograma najsłodszych pomarańczy, wyciśniętych tuż po zerwaniu". Gdy zadowolone dziecko spożywa – w doskonałej, słonecznej (zdrowej) scenerii – sok Tymbark, narrator oświadcza: „Tymbark, wiem co piję". Czy dziecko rzeczywiście wie? Do informacji, iż sok wyprodukowano w 100% z owoców, dodano wzmiankę, iż wzbogacono go również – dla podniesienia walorów zdrowotnych – o dodatkową dawkę witaminy C. Ponadto – co czyni ten paradoks jeszcze ciekawszym – etykieta soku informuje, że sok ten wyprodukowano „z zagęszczonego soku owocowego". Czym zatem – analizując matematyczną socjalizację dzieci – jest dziś 100%?

Odpowiedź na to pytanie odnaleźć można w telewizyjnej reklamie Vanish Oxi Action Extra Hygiene. „Ekstra" działanie tego preparatu polega na usuwaniu wszystkich – „nawet najbardziej rozproszonych"! – plam, a „ekstra higiena" odnosi się do deklarowanego usuwania „dziewięćdziesięciu dziewięciu i dziewięciu dziesiątych procent bakterii". Usuwając wszystkie plamy (100% plam?), nasz „ekstra" produkt nie usuwa 100% bakterii, choć bakterie powstają np. na resztkach pokarmowych (czytaj: plamach). Wszystko (100%) to zatem – zgodnie z logiką tych reklam – 99,9%, a pozostałe 0,1% to miejsce dla dodatków, np. wzmacniającej witaminy C. Przekaz jest więc prosty: do stu procent należy „coś" dodać, by było pełne, a usunięcie wszystkiego pozostawia zawsze „coś".

Cyfry i liczby w wielu reklamach są więc nieprecyzyjne. Nieprecyzyjna jest zatem i matematyczna socjalizacja dzieci. W przekazach medialnych często brakuje też – szeroko rozumianej – logiki na poziomie realizacji manifestowanych warunków. Doskonałego przykładu dostarcza nam reklama firmy Knorr: w kuchni poznają się poprzez podanie dłoni oraz wypowiedzenie swoich imion Małgosia (dorosła kobieta) oraz Maciek (chłopiec w wieku szkolnym). Małgosia oświadcza, że dziś będą gotować „zieloną zupę z ufoludków" (brokuły, groszek i ziemniaki). Maciek pyta, czy mógłby pokroić ziemniaki. Małgosia instruuje go, jak bezpiecznie kroić ziemniaki, a następnie przypomina, że kroić je może tylko wtedy, gdy jest przy nim mama albo tata (warunek), po czym daje mu nóż i ziemniaka do pokrojenia (realizacja?). Kolejną genialną egzemplifikacją omawianego mechanizmu staje się reklama Winiar, w której to pewna mama znajduje stary przepis na zupę ogórkową na żeberkach (warunek), a następnie przygotowuje ją z wykorzystaniem kostki Winiary, oznajmiając widzowi: „to mój sposób na ogórkową – będzie pyszna jak z przepisu". Na końcu reklamy córka, która pomagała mamie przy przygotowaniu potrawy, mówi: „wyszło przepisowo" (realizacja?). Zupa z „nieprzepisowej kostki" jest więc – jak wskazuje mama i córka – zupą przygotowaną zgodnie z przepisem.

Kamila Rudnicka stwierdza, że reklama „staje się współtwórcą naszej symbolicznej rzeczywistości, czynnikiem kulturowo twórczym, a także nowoczesnym medium treści edukacyjnych" (Rudnicka, 2010, s. 172). Brak respektowania przez dzieci warunków wynikać może więc z tego, że poprzez medialny gwar uczy się je, że odczytania warunków nie muszą być dosłowne. Nieprecyzyjność pomiarów i kreśleń wynikać może natomiast z faktu, iż niedookreśloność i nadmiarowość nie są – przynajmniej w telewizyjnych spotach – problemem.

Problemem – tym razem w rzeczywistości pedagogicznej – jest natomiast to, że z natury dookreślone liczby stają się – w kulturze popularnej czy raczej (pop)naturalnej – nieprecyzyjne, co może doprowadzać do kryzysu matematycznych kompetencji dzieci. Ponadto – co chyba warto wyakcentować – matematyczno-logicznie zdeprecjonowane reklamy, w myśl konstatacji Marshalla McLuhana, manifestującej, iż reklamy „są najbogatszym i najważniejszym odzwierciedleniem życia codziennego i wszelkich czynności ludzkich" (McLuhan, 1975, s. 126), jednoznacznie wskazują, iż kryzys jest społecznie powszechny. Trudno zatem określić, co było pierwsze: kryzys kompetencji dorosłych, wywołujący kryzys socjalizacyjny, czy może kryzys socjalizacyjny, którego reperkusją jest kolejny cykl kryzysowy. Jednoznacznie można jednak stwierdzić, że błędne koło tego procederu jest aktualnie w permanentnym ruchu, czego dowody spotykamy, przeglądając także szkolne podręczniki, pełne stereotypów i absurdów siejących spustoszenie intelektualne w głowach uczniów (również tych najmłodszych).

Popmatematyka – „synu, dziś odpyta cię aplikacja"

Telewizyjna reklama zupy instant informuje nas, że czas potrzebny ojcu na odrobienie lekcji z synem jest równy czasowi przygotowania przez mamę i córkę zupy pieczarkowej z torebki (doliczając do 5 minut z etykiety posiekanie pietruszki i posypanie nią serwowanej potrawy). Choć sytuacja ta wydaje się komiczna, analizy portali internetowych dla rodziców dzieci szkolnych wskazują, iż jest ona powszechna.

Na portalu SuperKid Jolanta Gajda, w tekście *Dziecko i matematyka*, pisze:

> Jeśli masz dziecko w wieku 7 – 9 lat, to znasz doskonale ten problem. Nauka tabliczki mnożenia to jedno z większych i trudniejszych przedsięwzięć małego ucznia i na pewno trzeba mu w tym pomóc. […] Zrozumiałą jest rzeczą, że zapracowany rodzic nie zawsze znajduje czas, by trenować z dzieckiem działania, a te wymagają jednak systematycznych ćwiczeń i powtórek, by utrwaliły się na dobre.

Autorka poleca zatem, by wspomóc się nowoczesnymi pomocami, które „wyręczą nas w dość uciążliwej procedurze przepytywania" (Gajda, 2007). Oto kilka z proponowanych aplikacji lub pakietów online:

1. „Kidsnumbers – W pozycji: „What numbers do you want to multiply?" wpisz najwyższą cyfrę, jaka może się pojawiać w zadaniu (np. jeśli dziecko zna mnożenie co najwyżej przez 5, wpisz piątkę), wciśnij „next" (dalej) w pozycji: „How high should the timer be set to?", wpisz w sekundach, ile czasu program ma przepytywać (np. 180). Dziecko wpisuje prawidłowe wyniki i klika „check your answer" (sprawdź odpowiedź), a program pokazuje liczbę prawidłowych odpowiedzi (right) i nieprawidłowych (wrong) przy haśle „your score" (twój wynik).

2. Aplusmath – Dziecko ma zadane działanie i na tablicy wyników klika w prawidłowy wynik. Jeśli odpowiedź będzie poprawna, pojawi się obrazek, jeśli nie, prawidłowa odpowiedź pojawia się pod tablicą wyników.

3. Aplusmath 2 – Zaznaczasz poziom trudności (pod każdym poziomem pokazane jest przykładowe działanie dla danego poziomu), następnie wybierasz, ile działań ma być w arkuszu (zalecam zaznaczenie 10 lub 20, wyższe ilości to byłoby już katowanie dziecka), a na końcu wybieramy, czy działania mają być pokazane pionowo (vertical) czy poziomo (horizontal). Po zaznaczeniu tych opcji klikamy w „Create worksheet" i uzyskujemy arkusz do rozwiązania online. Gdy dziecko wpisze wyniki, klika w „Get answers", by sprawdzić ich poprawność.

4. Abiator's – Na lewym marginesie strony wybieramy, przez jaką liczbę chcemy mnożyć i jaka ma być szybkość prezentacji („slow" – wolna, „medium" – średnio szybka, „fast" – szybka). Po kliknięciu danej opcji na ekranie pojawia się działanie, a po chwili wynik. Potem znowu działanie i znowu wynik. Taka prezentacja może służyć nie tylko do przepytywania, ale i do nauki nowych jednostek.

5. Oswego – Wybieramy, przez jaką liczbę chcemy mnożyć (można też wybrać pole „Mixed" – „działania różne"). Dziecko wpisuje w okienko swoje imię lub nick i klika START. W następnym oknie otrzymujemy kolejno serię działań, które należy wykonać w ciągu minuty. Program ładny graficznie, ale jego wadą jest to, że na końcu pokazuje jedynie procentowo, ile działań zostało wykonanych poprawnie, natomiast nie pokazuje, jakie popełniono błędy.

6. Handwriting for kids – Arkusz działań do rozwiązania online. Przycisk „Submit" prowadzi do odpowiedzi, przycisk „Clear" czyści arkusz z dokonanych wpisów.

7. Weekly reader – Nieco trudniejsza wersja – podany jest wynik pod tablicą liczb, a my poprzez kliknięcia wybranych liczb na tablicy wskazujemy, jak możemy taki wynik uzyskać, jakie liczby przez siebie wymnożyć" (Gajda, 2007).

Na portalu edukacyjnym Interkl@sa odnaleźć możemy „niezbędnik matematyczny" dla dzieci uczących się tabliczki mnożenia. Jest to aplikacja online, w której mamy do wyboru trzy zakresy mnożenia 25, 50 i 100. Po wyborze zakresu wyświetla się działanie (np. 6 x 3) oraz pole do wpisania wyniku. Dobre i złe odpowiedzi są zliczane. Całość ma szatę graficzną nawiązującą do kamiennych tabliczek.

Inną strategię matematycznej interakcji dziecko-rodzic zaproponowano na portalu rodzice.net. W tekście *Matematyka rozrywkowa* czytamy:

> Jak wyjść naprzeciw trudnościom, pomóc dziecku i zachęcić je do dalszego wysiłku i motywacji? Dobrze jest już od najmłodszych lat zatroszczyć się o jego twórczy rozwój w oparciu o różnego rodzaju gry, zabawy czy pomoce edukacyjne. Oprócz dobrego słowa i dopingowania każdego, nawet najmniejszego sukcesu młodego człowieka warto sięgnąć po metodę od dawna uznawaną za jedną z najciekawszych i sprawdzonych – matematykę opartą na rozrywce. W myśl idei „bawi i uczy" do dziś dnia powstało wiele mądrych i wartościowych gier edukacyjnych. Również

w zakresie kształtowania wiedzy i umiejętności matematycznych młodzi uczniowie i przedszkolaki mogą liczyć na szeroki wybór i dobrą zabawę. Matematyka rozrywkowa zawiera w sobie cechy najcelniej trafiające w gust najmłodszych. Dzięki formie zabawy umożliwia zgłębianie tajników matematyki w sposób najbardziej dla nich przyjazny i atrakcyjny. Jako przykład gry planszowej dla dzieci z masą zagadek matematycznych z zakresu szkoły podstawowej można podać *Matematyka na wesoło* firmy Adamigo. Dzięki wykorzystaniu elementów klasycznej gry z łatwością skupia ona uwagę młodego gracza, przy okazji zapewniając mu spory zastrzyk wiedzy. Element rywalizacji to dodatkowy bodziec zachęcający uczniów do rozwiązywania zadań i zdobywania umiejętności matematycznych.

Pod tym opisem zamieszczono wypowiedź pedagoga, Bożeny Boguszyc, która oznajmia:

Sukces osiągnięty na polu planszowej gry ma również pozytywne przełożenia na płaszczyznę szkolnej edukacji. Uczeń świadomy swojej wartości i umiejętności przestaje postrzegać matematykę jako czarną magię i źródło frustracji. To z kolei przekłada się na lepsze wyniki w nauce (http://rodzice.net).

Możemy zatem stwierdzić, iż podjęte analizy wyłoniły dwie rodzicielskie strategie wplatania matematyki w interakcje z dzieckiem. Pierwsza z nich polega na skracaniu czasu interakcji z dzieckiem poprzez zastępowanie swojej osoby aplikacją, którą w wielu przypadkach możemy dostosować – opierając się na wiedzy o dziecku – do aktualnego stanu rozwoju pociechy. Wiele z tych aplikacji wydaje się konstruktywnych, jeszcze więcej – do cna infantylnych i – co najgorsze – nudnych. Druga strategia to – co nie dziwi – zabawa. Choć zaprezentowana gra planszowa wydaje się raczej oderwana od współczesnej rzeczywistości globalnego dziecka, to idea matematyki na wesoło wydaje się nadal aktualna.

Niski poziom kompetencji matematycznych przebadanych dzieci tłumaczyć można by zatem z jednej strony brakiem czasu rodziców na pogłębiony wgląd w aktywność matematyczną dziecka, na ich kreowanie i w nich współuczestnictwo, z drugiej natomiast archaicznością i banalnością dostępnych pomocy matematycznych, serwowanych rodzicom przez portale internetowe.

Kształtowanie kompetencji matematycznych w szkole – sztampowość i paradoksalność

W ramach prowadzonych badań zebraliśmy 155 tygodniowych projektów zajęć zintegrowanych[11], przygotowywanych przez pracujących w zawodzie nauczycieli klas I – III (średnio 60-stronicowych). W tym oraz kolej-

[11] Pojęcie projektu zajęć zintegrowanych oraz etapy jego tworzenia zostały omówione szczegółowo we wcześniejszej publikacji – Rura, 2004, s. 225-235.

nym punkcie zaprezentujemy matematyczny kontekst ich analiz. Pierwszy punkt dotyczyć będzie celów stawianych przez nauczyciela, nauczycielskich strategii kształtowania kompetencji matematycznych (oraz relacji tych dwóch elementów), a także diagnozowania matematycznej wiedzy uprzedniej. Drugi punk zawierać będzie egzemplifikacje paradoksów szkolnych matematycznych, wyłaniających się z analizowanego materiału.

Badając matematyczne cele stawiane przez nauczycieli klas I – III, wyodrębniliśmy dwie ich kategorie: cele ukierunkowane na zdobycie określonej wiedzy[12] oraz cele ukierunkowane na nabycie pewnych umiejętności[13]. Wśród badanych nauczycieli dominuje ta pierwsza kategoria – 61,93%. Druga jest charakterystyczna dla nieco ponad 1/3 wychowawców (38,07%) (tabela 3)[14].

Tabela 3. Matematyczne cele stawiane przez nauczycieli

Matematyczne cele stawiane przez nauczycieli				Razem	
ukierunkowane na wiedzę		ukierunkowane na umiejętności			
L.	%	L.	%	L.	%
96	61,93	59	38,07	155	100,00

[12] Stawiając takie cele, nauczyciele skupiają się na przyswajaniu wiedzy przez uczniów i na jej egzekwowaniu.

[13] Stawiając takie cele, nauczyciele skupiają się na kształtowaniu umiejętności i postaw, na rozwijaniu pamięci, logicznego rozumowania czy myślenia abstrakcyjnego oraz na wdrażaniu uczniów do dostrzegania prawidłowości matematycznych w otaczającym ich świecie.

[14] Warto wspomnieć, iż w analizowanych projektach w ogóle nie wystąpiły cele, które świadczyłyby o rozwijaniu na zajęciach szkolnych umiejętności czytania tekstów (np. zadań z treścią) i przekładania ich na język matematyki, co oznacza, że czytanie ze zrozumieniem nie mieści się w nauczycielskim kanonie umiejętności matematycznych; zabrakło też celów nastawionych na wspomaganie uczniów o zróżnicowanych możliwościach percepcyjnych. Co więcej, założone w scenariuszach cele bardzo często nie znajdowały odzwierciedlenia w aktywności, jaką mieliby podejmować uczniowie na zajęciach, jako że zabrakło w nich propozycji konkretnych zadań. Odtwórcze doświadczenia szkolne – również te, które dotyczą nabywania kompetencji matematycznych – nie sprzyjają budowaniu wysokiej motywacji do uczenia się, co determinuje wybór takiej, a nie innej strategii podczas rozwiązywania zadań. Dziecko ma zatem wpisać w kratkę gotowy wynik, nie dociekając, skąd on się wziął; zredagować jedną odpowiedź na pytanie postawione w zadaniu, choć tak naprawdę mogłoby być ich wiele; odpowiedzieć tylko na konkretne pytanie zadane w podręczniku, choć chciałoby zapytać też o inne kwestie. Raz uformowane przekonania motywacyjne jest bardzo trudno zmienić, stąd być może obiegowy pogląd – nawet wśród uczniów – że matematyka jest trudna, że nikt nie rodzi się matematycznym geniuszem, że na co dzień matematyka rzadko jest nam potrzebna itp. Poza tym „trenowanie" prostych umiejętności algebraicznych ogranicza, a nawet wręcz uniemożliwia podejmowanie prób zmierzenia się z problemem – od ucznia wymaga się, by wpisał konkretny wynik, zapisał konkretną odpowiedź, otoczył pętlą taki, a nie inny zbiór. Niewielki wkład pracy uczniów powoduje, że „na matematyce" jest nudno, a odtwórcze skupienie na zadaniu powoduje szybkie znużenie, a w efekcie osiąganie słabych wyników.

Warto wspomnieć, iż analizy stawianych przez nauczycieli celów wskazują, iż często nie rozumieją oni matematycznych treści. Przykładem może być tu cel: „Doskonalenie umiejętności mnożenia i dzielenia w zakresie do 1000”. Czym jest „zakres do”? Inny ciekawy w tym kontekście cel brzmi: „Dziecko zastosuje algorytm mnożenia w zakresie 20 w zadaniach tekstowych”. Czy istnieje algorytm mnożenia, a tym bardziej dla zadań tekstowych?

Matematyczne cele stawiane przez nauczycieli są też często ukierunkowane na sztampowy efekt, będący rezultatem niekonstruktywnego procesu, np.: „Dziecko bezbłędnie wykona polecenia matematyczne w zakresie 30”. Cele te ponadto są niekiedy wyrazem umiłowania formy i bagatelizowania treści. Egzemplifikacją może być tu rymowany – i pozbawiony sensu – cel: „Wprowadzenie do znajomości miar długości”. Czym jest owe „wprowadzenie do znajomości”?

Analizując nauczycielskie strategie kształtowania kompetencji matematycznych dziecka, wyznaczyliśmy dwie ich kategorie: strategie trenujące dziecko oraz strategie stymulujące aktywność dziecka. Większość badanych nauczycieli (76,13%) stosuje pierwszą strategię, zapewniającą dzieciom spektakularne wyniki (recytowanie tabliczki mnożenia, dodawanie abstrakcyjnych liczb w pamięci itd.) i – niestety – brak umiejętności praktycznej aplikacji matematycznych treści, którą to nabyć mogą wychowankowie nauczyciela wykorzystującego drugą strategię – w badanej próbie stosuje ją 23,87% wychowawców (tabela 4).

Tabela 4. Nauczycielskie strategie kształtowania kompetencji matematycznych dziecka

Nauczycielskie strategie kształtowania kompetencji matematycznych dziecka				Razem	
trening		stymulowanie aktywności			
L.	%	L.	%	L.	%
118	76,13	37	23,87	155	100,00

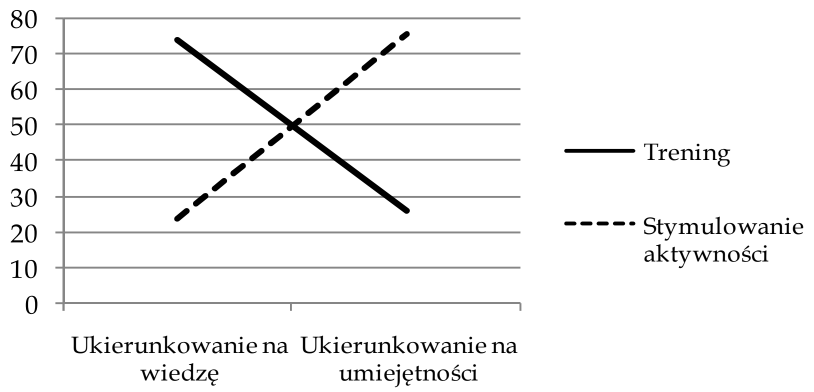
Postanowiliśmy sprawdzić, czy wyznaczane przez nauczyciela matematyczne cele determinują obieraną przez niego strategię ich realizacji. Dla spełnienia tego zamierzenia skrzyżowaliśmy ze sobą te dwie zmienne i obliczyliśmy wartość ich współzmienności – tabela 5.

Tabela 5. Nauczycielskie strategie kształtowania kompetencji matematycznych dziecka a stawiane przez nich matematyczne cele

Matematyczne cele stawiane przez nauczycieli	Nauczycielskie strategie kształtowania kompetencji matematycznych dziecka				Σ	
	trening		stymulowanie aktywności			
	L.	%	L.	%	L.	%
Ukierunkowane na wiedzę	87	56,13	9	5,80	96	61,93
Ukierunkowane na umiejętności	31	20,00	28	18,07	59	38,07
Σ	118	76,13	37	23,87	155	100,00

$\chi^2 = 29{,}162$, $df = 1$

Otrzymana wartość chi-kwadrat jest wyższa od wartości krytycznej chi-kwadrat na poziomie 0,05 dla jednego stopnia swobody (3,84). Są zatem podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej i określenia, iż wyznaczane przez nauczycieli matematyczne cele determinują strategię ich realizacji. Kierunki tego różnicowania przedstawia rycina 1.



Ryc. 1. Kierunek różnicowania nauczycielskich strategii kształtowania kompetencji matematycznych dziecka dla zmiennej matematyczne cele stawiane przez nauczyciela

Można zatem stwierdzić, iż większość biorących udział w badaniu nauczycieli ukierunkowujących matematyczne cele na zdobywanie wiedzy obiera strategię treningu dla kształtowania kompetencji matematycznych, natomiast nauczyciele wyznaczający cele matematyczne, ukierunkowane na umiejętności, stosują strategie stymulowania matematycznego rozwoju.

Ostatnim elementem analiz, wpisujących się w zakres tego punktu, było zbadanie, czy nauczyciele klas I – III diagnozują matematyczną wiedzę uprzednią. Okazuje się, iż robi to zaledwie 4,52% badanych! Nauczyciele rzadko lub nieumiejętnie stosują konstruktywistyczny model uczenia się, a ponadto nie uwzględniają w jego fazach matematycznych treści, np. realizując temat „Polska wieś", diagnozują wyłącznie schematyczną (płytką) wiedzę uprzednią dotyczącą polskiej wsi w kontekście jej wyglądu czy pracy rolnika, pomijając zintegrowane z nią treści matematyczne, jak choćby sposoby ważenia paszy lub obliczania powierzchni pól uprawnych. Postępowanie to znacząco ogranicza rozwój matematycznych kompetencji, gdyż nauczyciele budując filary pewnych matematycznych zagadnień, nie znają parametrów ich fundamentów (tabela 6).

Tabela 6. Diagnozowanie przez nauczyciela matematycznej wiedzy uprzedniej dziecka

Diagnozowanie przez nauczyciela matematycznej wiedzy uprzedniej dziecka				Razem	
występuje		nie występuje			
L.	%	L.	%	L.	%
7	4,52	148	95,48	155	100,00

Szkolne (ma)tematyczne paradoksy – egzemplifikacje

W punkcie tym – zgodnie z zapowiedzią – przedstawimy wybrane egzemplifikacje matematycznych paradoksów, pochodzących z konstruowanych przez nauczycieli zintegrowanych projektów edukacyjnych.

Pierwszym paradoksem, który chcielibyśmy omówić, jest „paradoksy karty pracy". Karty pracy stanowią – dla wielu nauczycieli – podstawę pracy z dziećmi i – co jest istotą omawianego paradoksu – reprezentację rzeczywistości. Wielu z nich np. omawiając sposób nastawiania zegara wskazówkowego, rozdaje dzieciom karty pracy z narysowanymi zegarami bez wskazówek i prosi o ich dorysowanie zgodnie z podaną przez nauczyciela godziną; porównując liczebności zbiorów, nauczyciel daje dzieciom karty pracy, na której są rysunki zbiorów ziemniaków, a pod nimi puste okienka, np. po lewej stronie kartki trzy ziemniaki, po prawej jeden, a pod nimi trzy puste okienka – zadaniem dziecka jest wpisać cyfry i symbole: <, >, =. Czy takie postępowanie nie oddala matematyki od rzeczywistości? Czy nie można przynieść dzieciom wskazówkowego zegara i razem z nimi go nastawić lub kilku ziemniaków i dzielić na zbiory, a następnie ze sobą porównywać?

Jeszcze jaskrawszą egzemplifikacją „paradoksu karty pracy" jest sytuacja, w której nauczyciel rozdaje karty, na których są rysunki grup dzieci i prosi o wskazanie, które z nich są liczniejsze. Czy w sali nie ma rzeczywistych grup dzieci?

Kolejny paradoks dotyczy relacji wyznaczonych celów i ich realizacji poprzez karty pracy. Większość nauczycieli zapisuje w konspekcie wzniosłe cele, a następnie zatraca je poprzez stworzoną kartę pracy, np. dla celu: „Dziecko stosuje do rozwiązania zadań matematycznych różne sposoby", nauczyciel przygotował kartę pracy, na której do każdego zadania jest rozrysowane jedno drzewko liczbowe z lukami. Gdzie jest zatem możliwość zastosowania różnych sposobów rozwiązania zadania? Inny przykład dotyczy celu: „Wszechstronny rozwój mnożenia, dzielenia, dodawania i odejmowania". Oto karta pracy służąca do jego realizacji:

Każdej literze przyporządkowano wynik działania. Spróbuj odgadnąć jakie hasło kryje się za tak ustawionymi liczbami.

42 = A, 46 = D, 24 = R, 27 = C, 28 = Z, 36 = H, 49 = Y, 23 = U, 33 = W, 25 = S, 29 = O, 48 = G, 35 = E

7 · 4 =
24 + 18 =
5 · 5 =
27 + 19 =
26 + 23 =
4 · 6 =
50 - 27 =
3 · 9 =
6 · 6 =
49 – 26 =
18 + 28 =
6 · 4 =
11 + 18 =
6 · 8 =
48 – 19 =
49 – 16 =
17 + 16 =
8 · 6 =
17 + 12 =
Hasło: ....

Paradoksalny wydaje się także wymiar integracji matematycznych treści z treściami pozostałych obszarów. Matematyka jest prawie zawsze traktowana „na doczepkę", matematyczne cele są wpisywane jako ostatnie lub przedostatnie w projektach, a ich wpisywanie w pozostałe treści wydaje się wpisem na siłę, co integracji i budowaniu holistycznego obrazu świata zdecydowanie nie sprzyja. Egzemplifikacją tego procesu może być karta pracy z rysunkami trzech i pięciu czapek, pod którym to rysunkiem zamieszczono zapis: 3 + 5 = 8. Analogicznie z rysunkami płaszczy przeciwdeszczowych, kaloszy, parasoli, rękawiczek. A wszystko to w ramach integracji treści matematycznych, przyrodniczych, społecznych i językowych w projekcie pt.: „W marcu jak w garncu".

Ostatni paradoks odnosi się do logiki, w której brakuje w zadawanych dzieciom przez nauczyciela zadaniach. Przykładem może być tu polecenie:

Oblicz i zapisz odpowiedź:

Michał oglądał film w telewizji od godziny 18.00 do godziny 18.35. Ile czasu trwał film?

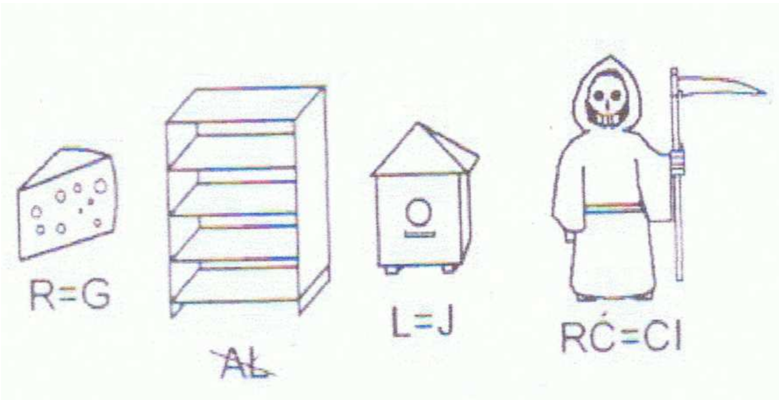
Odpowiedź:

Film ………………………………………………….

Skąd dziecko ma się dowiedzieć (obliczyć?) ile trwał film?

W innym projekcie dowiadujemy się, że w ramach omawiania sprzętu do badania kosmosu zaplanowano prezentację lornetki obuocznej. Jaki wycinek kosmosu zbadamy lornetką?

Ciekawa wydaje się także – w kontekście omawiania matematycznych paradoksów – zabawa matematyczna w lesie pt. *Mierzymy drzewa*. Z jej opisu dowiadujemy się, że „dzieci podzielone na zespoły podchodzą do wskazanych przez nauczyciela drzew i trzymając się za ręce, mierzą obwód pnia. Przeliczają, ile dzieci jest potrzebnych, aby objąć drzewo. Następnie wybierają drzewo najgrubsze i najcieńsze i określają, ile dzieci brakuje przy najcieńszym drzewie, aby objąć drzewo najgrubsze". Jak grube musi być drzewo, by jego obwód mierzył połączony rękoma zespół dzieci?



Ryc. 2. Rebus „Segreguj śmieci"

Kończąc prezentację szkolnych matematycznych paradoksów, chcielibyśmy przedstawić jeszcze dwa, niekoniecznie matematyczne, ale wyjątkowo jaskrawe przykłady paradoksalności szkolnej rzeczywistości, pozostawiając je – ze względu na szerokość ich interpretacji – bez komentarza.

Pierwszy z nich dotyczy celu operacyjnego przewidzianego w konspekcie zajęć: „Uczeń dostosuje tempo pracy do swoich możliwości". Drugi to rebus będący elementem karty pracy dla dzieci II klasy, składający się z czterech elementów: sera, regału, ula oraz… ponurego żniwiarza (rycina 2).

Podsumowanie

Kończąc, powróćmy jeszcze na chwilę do słów Z. Baumana, który dostrzega, że

> być dzieckiem to tyle: wszystko jeszcze w przedzie, tam, w tym tajemniczym miejscu przyszłością zwanym, o którym wiadomo, że gdzieś tam jest, ale nie wiadomo, jak wygląda; wszystko może się zdarzyć, jeśli nie teraz, to później. O niczym jeszcze nie czas powiedzieć, że się stać nie może, a i nic nie przepadło bezpowrotnie. Świat rzeczy możliwych nie ma granic – a gdyby je nawet miał, to i tak nie byłoby wiadomo, gdzie przebiegają i jak je znaleźć. Każde pragnienie ma tę samą szansę ziszczenia, a wśród obfitości jeszcze niesprawdzonych szans rozrachunek zysków i kosztów ma niewiele sensu. Nie ma w dziecięcym słowniku miejsca na oddzielanie tego, co realistyczne, od mrzonki czy sensownego oczekiwania od czczej fantazji. Dróg pod nogami ścieli się nieprzebrane mnóstwo, a każda z nich czeka, wabi, namawia, kusi, by je wypróbować – podobnie jak miejsca, do których drogi te (być może) prowadzą, i sposoby ku nim wędrowania. Być dzieckiem to tyle, co nie mieć przeszłości, co to z tego znana, że wiąże, trzyma za kark, zniewala bez nadziei na uwolnienie, ale za to mieć nieprzebrane mnóstwo przyszłości, co to obiecują wszystkie pęta rozwiązać i wszystkie kajdany skruszyć… Być dzieckiem to nie mieć stałego adresu zameldowania – ale mieć za to bezterminowy bilet, ważny na wszystkie pojazdy. Dziecko, innymi słowy, to nieskończoność możliwości (Bauman, 2007, s. 331-332).

Wydaje się jednak, iż zaprezentowana powyżej – trawestując określenie Zbyszko Melosika (2010, s. 205) – „konstelacja dyskursów" kompetencji matematycznych doprowadza do kryzysu tych możliwości lub – w optymistycznej wersji – do ich sukcesywnego i wielopoziomowego ograniczania. Dzieci w istocie przejawiają niski poziom kompetencji matematycznych, bowiem są socjalizowane w kulturze matematyczno-logicznego rozmycia, a ich niemający czasu rodzice stymulowanie rozwoju zastępują trywialnymi aplikacjami i (ma)tematycznymi grami online. Nauczyciele natomiast zamiast wdrażać do logicznego myślenia, bazują na paradoksalnych rozwiązaniach i treningowych strategiach ukierunkowanych na wiedzę odciętą od umiejętności koniecznych, choćby po to, by poradzić sobie w codziennym funkcjonowaniu.

Ratunkiem wydaje się odkurzenie starej strategii matematyki rozrywkowej, która – w zarysowanym kontekście – nadaje nowe znaczenie postulatowi McLuhana, iż humor „dostarcza nam najbardziej powabnego narzędzia sprzeciwu wobec otoczenia" (Sławek, 2009, s. 106) – w tym przypadku zdekształtowanego matematycznie otoczenia. Na razie jednak, musimy to stwierdzić, o matematyce na wesoło słychać najwięcej w marketingowych hasłach plejady nudnych gier i pseudomatematycznych akcesoriów. A przecież – jak zauważa uczeń Hugona Steinhausa, Józef Łukaszewicz, we wstępie do polskiego wydania słynnej książki pt. *Kalejdoskop matematyczny* – w „pełnym uroku" świecie matematyki „rzeczywistość wygląda jak bajka, a dziwy mają byt realny" (Łukaszewicz, 1989, s. 9). Postarajmy się, by twierdzili tak także nasi uczniowie.