

STEFAN ABT

ZNACZENIE PODEJMOWANIA OPTYMALNYCH DECYZJI W BADANIU JAKOŚCI PRODUKTÓW

Badanie jakości produktów początkami swymi sięga momentu powstania wymiany towarowej. Jako przykład wyrywkowego sprawdzania jakości już w owych zamierzonych czasach, podaje J. Oderfeld¹ orzekanie o worku ziarna na podstawie oględzin garści ziarna zaczerpniętej z worka na chybił trafił. Badanie jakości w ten sposób prowadzone nie miało żadnego uzasadnienia naukowego, przez co nie znane były szanse popełnianych błędów. Dopiero wypracowanie w ramach statystyki matematycznej szeregu metod i zastosowanie ich w przemyśle stworzyło nowy kierunek badań naukowych — statystyczną kontrolę jakości.

Termin „statystyczne regulowanie jakości” wprowadził amerykański inżynier W. Shewhart² pracując tak nazwanymi metodami od 1924 r., a publikując wyniki w 1931 r. Główną ideę jego badań można było wyrazić następująco: Dla każdego przedsięwzięcia należy znaleźć „ekonomiczny” z jego punktu widzenia poziom jakości dostarczanej na rynek produkcji, a co za tym idzie trzymanie się tego poziomu. Zagadnienie to okazało się złożone wobec tego, że podwyższając jakość produkcji przedsiębiorca tracił część zysku, a obniżając — ryzykował swoją sytuację na rynku. Jak więc znaleźć „ekonomiczny” poziom jakości?

Dla tych przypadków, kiedy jakość produkcji można było wyrazić przy pomocy liczbowej charakterystyki, Shewhart znalazł rozwiązanie. Doszedł on do przekonania, że przy podwyższaniu jakości produkcji istnieje swego rodzaju „próg”, do którego koszty rosną słabo, a po przekroczeniu którego wzrastają niepomierne.

Oceniając stan badań w Polsce z tego zakresu H. Steinhaus³ w 1953 r. na Zjeździe Matematyków Polskich wysunął dwa zasadnicze

¹ J. Oderfeld, *Zarys statystycznej kontroli jakości*, Warszawa 1954, s. 7.

² W. Shewhart, *Economic Control of Quality of Manufactured Products*, Nowy Jork 1931.

³ H. Steinhaus, *Rachunek prawdopodobieństwa jako narzędzie badań w przyrodzawstwie i produkcji*, Prace matematyczne, t. II, 1, Warszawa 1956, s. 45.

problemy, które stale są nierozwiązane wobec praktyka, sprowadzające się do udzielenia odpowiedzi na dwa ściśle łączące się ze sobą pytania:

1. Jaka ma być wielkość próbki?
2. Jaki poziom istotności zastosować, tzn. jakie mają być szanse przyjęcia lub odrzucenia partii?

Postulat najmniejszej ogólnej szkody gospodarczej, wprowadzony przez H. Steinhaus'a, pozwala na ustalenie wielkości próbki i podanie reguły postępowania, przy czym nie korzysta się wcale z arbitralnych poziomów istotności. Należy jednak zaznaczyć, że oszacowanie tej szkody trafia na trudności, gdyż wśród ekonomistów nie ma zgodności co do zasadniczych kwestii traktowania szkód gospodarczych (pośrednich i bezpośrednich), a nawet można spotkać się z radą, żeby opierać wyznaczenie liczności próbki (które tu jest głównym zagadnieniem) na doświadczeniu praktyków. Takie rozwiązanie autor ocenia jako znachorstwo tym gorsze, że zwykle praktycy zwracają się do matematyków, żeby ci orzekli, czy ich zwyczaje są uzasadnione.

Obok tych badań prowadzonych na gruncie praktyki na uwagę w tym miejscu zasługuje niezwykle doniosły teoretycznie kierunek badań, jakim jest teoria statystycznych funkcji decyzji, której twórcą był A. Wald. Aby lepiej zrozumieć powstawanie problemu statystycznej decyzji, warto w kilku słowach zakreślić ramy nowej, od około dwudziestu lat rozwijającej się gałęzi wiedzy zwanej badaniami operacyjnymi. Centralne miejsce w badaniach operacyjnych — jak to określa W. Sadowski⁴ — zajmują metody umożliwiające wyznaczenie optymalnej decyzji lub inaczej — zbudowanie optymalnego w danych warunkach planu postępowania. Należy zdecydować, w jaki sposób zostaną użyte środki w działaniu prowadzącym do realizacji wytyczonych celów. Aby można było optymalną decyzję podjąć, należy dysponować odpowiednim kryterium, przy pomocy którego można by ocenić i porównać skutki podjęcia takiej czy innej decyzji. Dysponując takim kryterium, można ustalić, która z możliwych decyzji jest decyzją najlepszą, czyli optymalną.

Procedura badania operacyjnego rozpoczyna się od budowy modelu, przy czym w zależności od metody, jaką stosujemy do rozwiązywania tego modelu (o której decyduje w głównej mierze charakter parametrów występujących w nim), rozróżnić możemy cztery typy modeli:

1. deterministyczny — w przypadku, gdy wszystkie parametry modelu są wielkościami stałymi i znanymi,
2. probabilistyczny — gdy chociaż jeden z parametrów jest zmienną losową ze znanym rozkładem, tj. znanymi prawdopodobieństwami, że zmienna losowa przyjmuje określoną wartość w przypadku zmiennych

⁴ W. Sadowski, *Teoria podejmowania decyzji*, Warszawa 1960.

losowych nieciągłych i znanymi gęstościami rozkładu w przypadku zmiennych losowych ciągłych;

3. statystyczny — jeśli choć jeden z parametrów jest wielkością stałą o nieznannej wartości albo zmienną losową o nieznanym rozkładzie (z możliwością uzyskania częściowych informacji o tych parametrach na podstawie obserwacji lub badań), a pozostałe parametry są bądź znanymi stałymi, bądź zmiennymi losowymi o znanym rozkładzie;

4. strategiczny — jeśli przynajmniej jeden z parametrów jest zmienną strategiczną (tzn. może przyjąć jedną z wielu możliwych wartości, przy czym zbiór tych możliwych wartości jest nam na ogół znany) a pozostałe parametry są dowolnego charakteru.

Dalszy etap w badaniach operacyjnych, stanowiący ich zasadniczą część, to rozwiązanie zbudowanego modelu, a więc wyznaczenie decyzji optymalnej. Dalsze etapy tj. weryfikacja modelu oraz opracowanie systemu kontroli to już mniej absorbujące czynności.

W tym aspekcie prowadzonych badań można teraz spojrzeć na kontrolę jakości produkowanych wyrobów. Nie trudno zauważyć, że będziemy tu mieli do czynienia z modelem niekiedy probabilistycznym, ale przede wszystkim będziemy musieli rozwiązywać modele statystyczne. Wypada w tym miejscu zastanowić się nad sprawą wyboru kryterium oceny działania. O ile w gospodarce kapitalistycznej takim kryterium jest najczęściej zysk (względnie koszty), o tyle w gospodarce socjalistycznej sprawa nie jest taka prosta. Nieustanna troska o stale wzrastającą jakość, jaka leży u podstaw założeń gospodarki socjalistycznej, zmusza w konsekwencji do prowadzenia badań w tym kierunku oraz do nieprzerwanej kontroli produkcji, aby w miarę możliwości uniknąć przedostawania się na rynek produktów wadliwych, nie nadających się do użytku lub posiadających tylko ograniczoną wartość użytkową.

Pełną gwarancję, że dana partia produktów odpowiada wszystkim wymaganiom, dać może tylko kontrola wyczerpująca, stuprocentowa, gdy każdy przedmiot zostanie poddany dokładnemu zbadaniu i gdy nie popełnia się błędów przy kwalifikowaniu sztuk. W niektórych przypadkach taka kontrola jest możliwa i nawet konieczna. Wystarczy choćby przytoczyć jako przykład odbiór silników okrętowych, spośród których każdy musi być próbnie uruchomiony i zbadany pod względem prawidłowego funkcjonowania i postawionych wymogów.

W wielu przypadkach, szczególnie przy produkcji drobnych wyrobów, takie badanie jednakże nie jest możliwe i to nie tylko ze względu na niemożliwość techniczną przebadania, ale czasem przekreślałoby to nawet sens produkowania. W przypadku kontroli jakości każdej puszki konserwy, co się wiąże z jej otwarciem, nie mogłoby być mowy w ogóle o produkcji. W takich przypadkach badaniu zostaje poddana tylko pewna

ilość produktów z danej partii wyprodukowanej, w celu uzyskania informacji o nieznanym parametrach, a zatem mamy do czynienia z modelem statystycznym.

Przykładów produkcji, która wymaga dla oceny jakości partii stosowania metody reprezentacyjnej, można by mnożyć wiele — czyni się to zresztą w szeregu istniejących publikacji na temat statystycznej kontroli jakości. My zastanowimy się nad konsekwencjami podejmowania takiej czy innej decyzji w niektórych sytuacjach.

Wyobraźmy sobie jako przykład okoliczność, w której odbiorca otrzymał od dostawcy partię towaru. Dostarczona partia zawiera 10 000 sztuk pierścieni toczonych, jako części składowych budowanych silników. Każdy pierścień powinien mieć określoną z góry średnicę, np. 100 mm. Odbiorca może partię odrzucić, jeśli uzna ją za złą lub przyjąć, jeśli uzna ją za dobrą.

Ponieważ trudno sobie wyobrazić tak idealne warunki produkcji, które gwarantowałyby otrzymanie wszystkich pierścieni mających dokładnie żadaną średnicę, w partii mogą się znaleźć zarówno pierścienie o większej, jak i mniejszej średnicy. Odchylenia od wymiaru nominalnego, tj. od wymiaru, na który automat jest nastawiony, są realizacjami zmiennej losowej. Odchylenia te powstają na skutek znacznej liczby drobnych przyczyn zakłócających (wahanie temperatury, ciśnienia, wpływ drgań, tarć itp.). Jedne z tych przyczyn wywołują elementarne odchylenia dodatnie, inne — ujemne. Na ogół odchylenia te kompensują się wzajemnie, ale może pozostać część nieskompensowana. Rozkład będzie tym bliższy rozkładowi normalnego, im liczba przyczyn przypadkowych będzie większa. Poza wymienionymi przyczynami przypadkowymi istnieją przyczyny systematyczne, które mogą zmienić charakter rozkładu⁵. Średnica każdego pierścienia jest jedną z realizacji zmiennej losowej. Jeżeli średnica ta znajdzie się poza granicami tolerancji, to pierścień uważa się za niedobry. Całą partię można scharakteryzować frakcją pierścieni niedobrych, nazywając tę wielkość wadliwością partii. Posługując się pojęciem wadliwości, dostawca i odbiorca muszą uzgodnić między sobą, jaką partię będą uważali za dobrą, a jaką za niedobłą, tzn. taką, którą odbiorca ma prawo odrzucić.

Przyjmijmy, że zgodzono się uznać partię za dobrą wtedy, gdy liczba złych pierścieni nie przekracza 5%, przy czym przez pierścień zły rozumie się taki, który ma średnicę mniejszą niż 97 mm, w przypadku gdy interesuje nas tylko dolna granica tolerancji.

⁵ Typowe krzywe rozkładu częstości i charakterystyki dokładności procesu w produkcji maszynowej znaleźć można m. in. u J. Obalskiego, *Statystyczna kontrola jakości podczas produkcji*, Warszawa 1955, s. 216.

Decyzja o tym, czy partię należy przyjąć, czy odrzucić, zależy od faktycznej wadliwości partii, którą oznaczamy przez w . Wyraża się ona stosunkiem liczby sztuk złych w partii, do ogólnej liczby sztuk w całej partii. Gdyby wartość tego parametru była znana, mielibyśmy do czynienia z bardzo prostym modelem deterministycznym. Trudność polega na tym, że wartości tej nie znamy, możemy natomiast zebrać o niej pewne informacje. Rozwiązanie tego modelu statystycznego wymaga rozstrzygnięcia dwóch kwestii:

1. jak i w jakim zakresie należy zebrać dodatkowe informacje o interesującym nas parametrze,
2. jak z tych dodatkowych informacji skorzystać przy wyznaczaniu decyzji optymalnej.

Przy pobieraniu próby, tj. pewnej części produktów przeznaczonych do zbadania, pamiętać musimy o zabezpieczeniu się przed tendencyjnością — co najczęściej zapewnia skorzystanie z tablic liczb losowych. Przyjmując chwilowo wielkość próby za ustaloną oraz wiedząc o tym, jaki rozkład ma zmienna losowa, możemy przystąpić do budowy modelu. W rozpatrywanym przez nas przykładzie będziemy mieli do czynienia z jedną zmienną decyzyjną X , przy czym może ona przyjąć tylko dwie wartości. Umawiamy się, że gdy decydujemy się partię odrzucić, zmienna decyzyjna X przyjmuje wartość 0, natomiast gdy partię decydujemy się przyjąć — zmienna X przyjmuje wartość 1.

Aby można było wyznaczyć decyzję optymalną, tzn. nadać zmiennej X jedną z dwu możliwych wartości, trzeba mieć odpowiednie kryterium. Punktem wyjścia będzie tu jakaś funkcja, zależna od zmiennej X i parametrów modelu. Wartości tej funkcji będą decydowały o wyborze wartości zmiennej X .

Przyjmijmy, że funkcja ta podana jest przy pomocy poniższej tabeli⁶:

Funkcja strat $S=g(X, w)$

| $X \backslash w$ | $w > 0,05$ | $w \leq 0,05$ |
|------------------|------------|---------------|
| $X=0$ | 0 | 20 |
| $X=1$ | 30 | 0 |

Oznaczając wartości tej funkcji strat przez $S=g(X, w)$, widzimy, że gdy $X=0$, a więc partię odrzucamy, wartość tej funkcji wynosi 0 dla $w > 0,05$ oraz 20 dla $w \leq 0,05$. Oznacza to, że odrzucenie partii złej jest decyzją słuszną, nie pociągającą za sobą strat, natomiast gdy odrzu-

⁶ Dane liczbowe zaczerpnięto z pracy W. Sadowskiego, op. cit., w której autor szerzej tą problematyką się zajmuje.

cimy partię, która w rzeczywistości była dobra ($w \leq 0,05$), pociąga to za sobą straty (koszty transportu, robocizna itp.), które wynoszą 20 (np. 20 tys. zł). Przeciwnie rzecz dzieje się w przypadku przyjęcia partii ($X=1$). Gdy w rzeczywistości jest to partia zła ($w > 0,05$), narażamy się na straty, które oceniamy na 30. Przyjęcie partii dobrej jest znowu decyzją słuszną, nie pociągającą za sobą strat. Dla ustalonego w funkcja S jest tylko funkcją jednej zmiennej X . Nie trudno zauważyć, że dla $w > 0,05$ optymalna wartość zmiennej decyzyjnej jest $X=0$, a dla $w \leq 0,05$ optymalną wartością jest $X=1$. Nie znamy jednak wartości w , natomiast możemy uzyskać informacje o tym parametrze na podstawie próby. Zadanie sprowadza się do zbudowania odpowiedniej reguły, która każdej możliwej próbie przyporządkowałaby określoną wartość zmiennej decyzyjnej. Wyrażając to inaczej, jeśli przez \bar{w} oznaczymy oszacowaną na podstawie próby wartość parametru w , to chodzi o zbudowanie funkcji

$$X = h(\bar{w}),$$

która rozstrzygałaby o tym, jaką wartość nadamy zmiennej decyzyjnej w zależności od otrzymania takiej czy innej próby. Takich funkcji można zbudować bardzo wiele: h_1, h_2, \dots , przy czym liczba ich zależy od wyniku badania próby losowej oraz od tego, jaką wartość zmiennej decyzyjnej można przyporządkować każdej próbie.

Każdej funkcji decyzyjnej h_i przyporządkowana jest pewna strata S_i , przy czym podkreślić należy, że bez znajomości rozkładu parametru w nie byłoby możliwe wyliczenie spodziewanych strat S_i .

Jako optymalną funkcję decyzyjną wybieramy taką, dla której spodziewana strata S_i jest najmniejsza. Tak wybraną funkcję nazywamy optymalną funkcją decyzyjną.

Podany przykład dotyczy stosunkowo bardzo prostych założeń, które w praktyce stwarzają na ogół znacznie więcej dodatkowych trudności. Przeważnie nie jest w dalszym montażu obojętna również górna granica tolerancji. Trzeba wówczas przyjąć, że za złe będziemy uważali także takie pierścienie, których średnica przekracza np. 103 mm. W przypadku pominięcia tego założenia zmuszeni byłibyśmy w partii zawierającej takie pierścienie dokonać dodatkowej obróbki, co niewątpliwie pociągnęłoby za sobą dodatkowe koszty.

Uwagę zwrócić należy także na rolę aparatu statystyki matematycznej, który wciągnięty jest po to, by uprościć techniczną stronę wyznaczania optymalnej funkcji decyzyjnej. Liczenie bowiem wszystkich możliwych wartości poszczególnych przypadków byłoby niesłychanie pracochłonne. Tutaj szczególne kłopoty rodzą się w przypadku nieznaności rozkładu zmiennej i jakkolwiek istnieją już poważne osiągnię-

cia z tego zakresu o charakterze teoretycznym, to jednak wciąż brak jeszcze właściwych metod rachunkowych umożliwiających efektywne rozwiązywanie zbudowanych modeli.

Dotychczasowe rozumowanie prowadziliśmy przy założeniu ustalonej wielkości próby, która daje dodatkowe wiadomości o parametrze. Trzeba jednak podkreślić, że obok wyboru optymalnej funkcji decyzyjnej, zagadnienie wielkości próby jest drugim podstawowym problemem w rozwiązywaniu modeli statystycznych. Jest bowiem zrozumiałe, że jeśli próba będzie mała, tzn. będzie zawierała niewielką liczbę elementów, to otrzymane informacje o parametrze będą w małym stopniu reprezentowały prawdziwe wartości parametru populacji. W tej sytuacji spodziewane straty, na jakie jesteśmy narażeni przy podejmowaniu decyzji posługując się optymalną funkcją decyzyjną, muszą być relatywnie wysokie. Zwiększenie próby wpłynęłoby na ich obniżenie, jednakże z drugiej strony spowodowałoby ono wzrost kosztów związanych z badaniem próby (zarówno w formie kosztów związanych z robocizną i techniką badania, jak i w przypadku prób niszczących, w formie kosztów zepsutych wyrobów gotowych). Powstaje więc problem ustalenia odpowiedniej wielkości próby dotyczący zagadnienia tzw. wyceny statystycznej⁷. Oznaczając przez Z sumę, którą płaci odbiorca oraz przez W wartość całej partii dostarczanej tworzymy wyrażenie $|Z-W|$, to znaczy bezwzględną wartość różnicy między tym, co zapłaci odbiorca dostawcy, a faktyczną wartością partii. Stanowi ono miarę szkody, którą pragniemy zminimalizować. Uwzględnić trzeba jednak jeszcze koszt badania próby $K(n)$, zależny od liczby sztuk w próbie. Ponieważ S jest zmienną losową, będziemy rozpatrywać jej wartość oczekiwaną $E(S)$, którą można napisać w postaci

$$E(S) = E|Z-W| + K(n).$$

Cheąc wyznaczyć optymalną wartość n przy pomocy reguły minimum, należy najpierw wyznaczyć maksimum tego wyrażenia. Będzie ono zależne oczywiście od n , zatem będzie funkcją n . Następnie należy dobrać n tak, aby tę funkcję zminimalizować.

W konkretnym przypadku sprawa wyznaczania optymalnej wielkości próby jest znacznie bardziej skomplikowana — wykorzystać tu trzeba szereg prawideł wypracowanych na gruncie rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej⁸, a także w dużym stopniu uwarunko-

⁷ Zagadnienie to zostało postawione przez H. Steinhausa w pracy *Wycena statystyczna jako metoda odbioru towarów produkcji masowej*, Studia i prace statystyczne, 1950, s. 2.

⁸ Z literatury w języku polskim najbardziej zwięzły, a przy tym możliwie pełny wykład z tego zakresu zawiera książka M. Fisza, *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, Warszawa 1958.

wana jest sytuacją, w jakiej odbywa się badanie i w jakiej mają być podejmowane decyzje. Ten formalny przepis, podający warunki, których spełnienie uprawnia do uznania partii za dobrą, a niespełnienie do uznania partii za niedobłą, w nomenklaturze Polskiego Komitetu Normalizacyjnego nosi nazwę planu badania⁹. W omówionym przykładzie badania jakości pierścieni toczonych plan taki brzmiałby następująco: „Pobrać losowo n pierścieni i sprawdzić je. Jeżeli w próbie jest co najwyżej m pierścieni niedobrych, partię uznać za dobrą. Jeśli jest co najmniej $m+1$ pierścieni niedobrych — partię uznać za niedobłą”. Jest to najprostszy plan tzw. pojedynczy (oznacza się go symbolem m/n), przy czym pobiera się tu próbkę o ustalonej z góry liczności n . Towar przyjmuje się, jeśli ta ilość jest co najmniej m . Jasne jest, że badanie według takiego planu musi się skończyć rozstrzygająco po zbadaniu n sztuk. Nie zawsze jednak zachodzi potrzeba badania całej próbki. Jeśli przed zbadaniem n sztuk stwierdzi się już $m+1$ sztuk niedobrych, towar można odrzucić. Zaoszczędzamy wówczas na kosztach, które ponieśliśmy przy dalszym badaniu, ponieważ wynik dalszego badania nie może już mieć wpływu na decyzję co do postąpienia z towarem.

Jeżeli zastosujemy ten przepis badania do 100 partii o tej samej wadliwości, to oczywiście jest, że nie zawsze otrzymamy jednakowy wynik, gdyż skład próbki zależy od przypadku i może się on każdorazowo nieco różnić. Przypuśćmy, że 7 razy otrzymano decyzję uznania partii za dobrą (nazwijmy krótko decyzją D), a 93 razy decyzję uznania partii za niedobłą (nazwijmy ją krótko decyzją N). Stosunek liczby decyzji D do wszystkich jest 93%. Gdybyśmy wykonali nie 100 prób, lecz na przykład 1000, stosunek zmieniłby się, zresztą na ogół nieznacznie, i wynosiłby na przykład 94%. Granicę, do której dążą liczby 93%, 94%, ..., gdy liczba prób nieograniczenie rośnie, nazywamy w tym przypadku prawdopodobieństwem P powzięcia decyzji D .

Prawdopodobieństwo P zależy od wadliwości w w partii i od użytego planu badania określonego w omawianym przykładzie przez liczby n i m . Można to wyrazić następująco:

$$P=f(w, n, m) .$$

Matematyczną formę tej zależności, zwanej charakterystyką planu badania, można przedstawić graficznie. Dla ustalonych liczb n i m w dalszym planie badania, prawdopodobieństwo P uznania partii towaru za dobrą zależy tylko od rzeczywistej wadliwości w partii towaru. Odkładając na osi odciętych wadliwość w , a na osi rzędnych prawdopodobieństwo P ,

⁹ Polskie Normy PN/N-03001: Statystyczna kontrola jakości. Odbiór towarów według oceny alternatywnej, Warszawa, Polski Komitet Normalizacyjny, s. 25.

bieństwa P , otrzymujemy wykres przedstawiający zależność $P=f(w)$, zwany charakterystyką tego planu badania.

Każda charakterystyka przechodzi przez dwa punkty o współrzędnych $w=0, P=1$ i $w=1, P=0$, ponieważ towar o wadliwości $w=0$, czyli w stu procentach dobry, zostanie uznany z pewnością, czyli z prawdopodobieństwem równym jedności, za dobry, towar zaś o wadliwości równej jedności, czyli w stu procentach niedobry, zostanie uznany z pewnością, czyli z prawdopodobieństwem równym jedności, za niedobry, zatem z prawdopodobieństwem $P=0$ za dobry.

Prawdopodobieństwo $P(m, n; w)$ znalezienia w próbie o licznosci n , pobranej z partii o wadliwości w , m sztuk niedobrych wyraża się wzorem

$$P(m, n; w) = \binom{n}{m} w^m (1-w)^{n-m},$$

natomiast prawdopodobieństwo $P(\leq m, n; w)$ znalezienia w próbie o licznosci n pobranej z partii o wadliwości w co najwyżej m sztuk niedobrych wyraża się wzorem, który przedstawia sumę prawdopodobieństw znalezienia 0, 1, ... m sztuk niedobrych, zatem

$$P(\leq m, n; w) = \sum_{k=0}^m \binom{n}{k} w^k (1-w)^{n-k}$$

Zależność ta jest właśnie charakterystyką omawianego planu. Obliczanie poszczególnych prawdopodobieństw przy pomocy tego wzoru jest nadzwyczaj kłopotliwe i praktycznie można korzystać z pewnych wzorów przybliżonych.

Ponadto dla celów praktycznych ważne są dwa punkty krzywej, które można znaleźć bezpośrednio z planu, a mianowicie punkty o współrzędnych $(w_1, 1-\beta)$ i (w_2, β) , gdzie w_1 oznacza wadliwość towaru, przy której jest prawdopodobieństwo 95%, że zostanie on uznany w danym planie badania za niedobry, a w_2 oznacza wadliwość towaru, przy której jest prawdopodobieństwo 95%, że zostanie on uznany w danym planie za dobry. Liczby $1-\beta$ i β są równe 5% i 95% w tych planach, które są ustalone na podstawie stosowanych w Polsce norm¹⁰. Punkty te rzeczywiście leżą na charakterystyce, gdyż każdy plan jest dobrany w ten sposób, że gdy towar ma wadliwość w_2 , to prawdopodobieństwo uznania go za dobry w tym planie jest 95% (β), a gdy towar ma wadliwość w_1 , to prawdopodobieństwo uznania go za dobry w tym planie jest 5% ($1-\beta$).

¹⁰ Techniczna strona stosowania obowiązujących w Polsce norm przedstawiona została ostatnio w zasługującym na uwagę opracowaniu J. Ciszak i S. Czernickiego, *Statystyczna kontrola jakości w normach i w praktycznym zastosowaniu*, Warszawa 1961.

Zobaczmy, jakie płyną konsekwencje z racji wyboru do badania dwu różnych planów¹¹. Przy stosowaniu planu oznaczonego A6, 3p ($n=5$, $m=1$) partia o wadliwości około 6,3% ma prawdopodobieństwo 95% decyzji D , czyli zaledwie 5% decyzji N , a partia o wadliwości 66% ma prawdopodobieństwo zaledwie 5% decyzji D , czyli 95% decyzji N . Znaczy to, że partia o wadliwości $w_2=6,3\%$ będzie prawie na pewno uznana za dobrą, a partia o wadliwości $w_1=66\%$ prawie na pewno uznana za niedobrą.

Jako drugi można uwzględnić plan badania E6, 3p ($n=40$, $m=5$) o wadliwościach charakterystycznych $w_2=6,3\%$ i $w_1=24\%$ i w świetle tego rozważyć praktyczne znaczenie wadliwości charakterystycznych w_1 i w_2 . Gdy między dostawcą a odbiorcą uzgodniono, że odbiór odbywa się według planu E6, 3p, to dostawca powinien dostarczać partie o wadliwości mniejszej niż 6,3%, jeśli nie chce narażać się na ryzyko częstego uznawania partii produktów za niedobre. Zupełnie tak samo będzie wtedy, gdy odbiór odbywa się według planu A6, 3p. Dla odbiorcy natomiast plan E6, 3p jest dużo korzystniejszy od planu A6, 3p, gdyż lepiej go chroni od złych produktów. Daje mu on niemal zupełną pewność (w 95 przypadkach na 100 możliwych), że partia o wadliwości 24% będzie uznana za niedobrą, a więc, że taka lub jeszcze większa wadliwość praktycznie mu nie grozi (podczas gdy w planie A6, 3p dopiero 66% wadliwości spowoduje odrzucenie partii). Zwrócić jednak należy uwagę na fakt, iż w planie E6, 3p próba jest ośmiokrotnie większa, co wpływa w znacznym stopniu na koszty.

Margines od 6,3% do 24% jest szeroki. Odbiorca chętnie przesunąłby granicę 24% w lewo, aby się jeszcze lepiej zaasekurować od niedobrych partii. Można mu zaproponować plan spełniający jego życzenia, ale wymagać on będzie dużo liczniejszej próbki, co podwyższy koszty badania. W doborze właściwej relacji między wadliwościami w_1 a w_2 może nam pomóc zbilansowanie szkód powstałych z powodu błędnej decyzji przy odbiorze statystycznym z jednej strony, a kosztów badania — z drugiej.

Dla lepszego zrozumienia szkód gospodarczych powstałych z powodu błędnej decyzji przy odbiorze oznaczmy przez w aktualną wadliwość sprawdzonej partii produktu, a przez w_0 wadliwość dopuszczalną, tzn. największą, przy której można jeszcze uznać partię za dobrą. Błędne decyzje zachodzą wtedy, gdy: przy $w > w_0$ uznajemy produkt za dobry (błąd I rodzaju), lub przy $w \leq w_0$ uznajemy produkt za niedobry (błąd II rodzaju).

¹¹ Przykład zaczerpnięto z referatu J. Oderfelda, *Niektóre metody statystyczne w kontroli jakości*, „Przegląd Statystyczny” 1954, z. 1—2.

Błąd I rodzaju pociąga za sobą szkody w postaci pracy włożonej w zastąpienie niedobrych przedmiotów w partii lub w ich naprawę, w postaci zwiększonego zużycia pracy na montaż, zwiększonego zużycia materiałów itd.

Błąd II rodzaju pociąga szkody w postaci zbędnego transportu zdyskwalifikowanego towaru, kosztów jego magazynowania, sortowania, uszkodzenia towaru przy zbędnym transporcie itd.

Przez wybór planu o stosownej charakterystyce można ryzyko każdego z tych błędów, a nawet obu jednocześnie, zmniejszyć, lecz wydając więcej na badanie.

Poruszona problematyka obejmowała tylko odbiór statystyczny przy zastosowaniu planów jednostopniowych. Obok nich bardzo rozpowszechnione są plany wielostopniowe, polegające na prowadzeniu badania w kilku etapach. Przykładowo, plan może podawać, że w pierwszym etapie należy pobrać próbkę o licznosci $n=4$ sztuki i zbadać. Jeśli ilość niedobrych sztuk znalezionych w próbce będzie 2 lub więcej, partię należy odrzucić. Jeśli ilość niedobrych sztuk będzie 0 lub 1 — przejść do drugiego stopnia badania (przyjęcie partii nie jest jeszcze dozwolone). Przechodząc do badania w drugim stopniu należy pobrać drugą próbkę o licznosci $n=4$ sztuki. Jeśli w obu próbkach łącznie, czyli w pierwszych zbadanych 8 sztukach, będzie 0 sztuk niedobrych, partię należy przyjąć. Jeśli będzie 2 lub więcej sztuk niedobrych — partię należy odrzucić; jeśli 1 sztuka — należy przejść do trzeciego stopnia badania. Analogiczne postępowanie powtarzamy tylekroć, ile stopni przewiduje plan badania, przy czym w ostatnim stopniu zawsze mamy decyzję bądź przyjęcia, bądź odrzucenia partii.

Jeżeli w toku badania partia produktu zostanie uznana za niezgodną z wymaganiami, to wówczas znów mamy do wyboru jedną z wielu decyzji:

1. partię produktu przesortować,
2. partię produktu zakwalifikować do niższego gatunku,
3. partię produktu zostawić dostawcy do poprawienia,
4. partię produktu pozostawić do dyspozycji dostawcy,
5. partię produktu zniszczyć.

Oczywiście o wyborze tej decyzji zadecydować muszą możliwości techniczne oraz względy ekonomiczne. Decyzję o niszczeniu partii produktu podejmujemy jedynie w ostateczności, gdy użycie tej partii do zamierzonego celu zagraża zdrowiu lub życiu ludzkiemu, natomiast produkt nie nadaje się do innych celów.

Odnosnie do samego wyboru planu pojedynczego, dwustopniowego lub wielostopniowego zauważyć trzeba, że każdy typ planu ma swoje zalety i wady. Zarówno plany pojedyncze, jak i odpowiadające im plany wielo-

stopniowe, nie mogą być ogólnie uważane za lepsze lub gorsze, gdyż zależy to od przyjmowanych towarów, warunków, w jakich się odbywa kontrola, kosztów kontroli i tym podobnych okoliczności.

Wśród kosztów kontroli rozgraniczyć należy koszty związane z samym pobraniem sztuk do badania oraz koszty związane wyłącznie z badaniem jakości. Porównując koszty omówionych planów zauważyć można, że zasadniczo różnić się mogą koszty związane z wyborem sztuk do planów pojedynczych i wielostopniowych. W planach pojedynczych są one stale te same, ponieważ wybiera się zawsze próbkę o tej samej liczności. W planach wielostopniowych nie można przewidzieć ilości potrzebnych próbek, a zatem całkowitej liczby sztuk, które należy pobrać. Jeśli badanie sztuk odbywa się w tym samym czasie i miejscu, co ich wybór z partii, i można w miarę potrzeby pobierać próbki do badania w kolejnych stopniach, to przeciętnie plan wielostopniowy wymaga pobrania mniejszej ilości sztuk aniżeli plan pojedynczy. Jeśli jednak badanie odbywa się w pewnym okresie czasu po pobraniu sztuk z partii i wielokrotne pobieranie sztuk powiększa koszt wyboru lub gdy badanie sztuk jest długotrwałe, jak to się dzieje przy badaniu na zużycie, lub gdy wreszcie badanie odbywa się w innym miejscu, na przykład w laboratorium, to przy stosowaniu planu wielostopniowego należy z góry pobrać tyle sztuk, żeby w najgorszym przypadku badanie mogło dać wynik rozstrzygający. Do badania należy brać ilość sztuk równą ilości stopni, pomnożoną przez licznosc w jednym stopniu. W tym więc przypadku plany wielostopniowe wymagają pobrania większej ilości sztuk aniżeli plan pojedynczy, przez co koszty wyboru sztuk do planu wielostopniowego są większe od kosztów wyboru sztuk do planu pojedynczego.

Przy porównywaniu kosztów wynikłych z badania sztuk stosować należy te same zasady, co do kosztów związanych z wyborem sztuk. Koszty te można uważać za proporcjonalne do ilości badanych sztuk w odpowiednich planach, a zatem wskazane jest stosowanie planów pojedynczych w przypadku gdy można pobierać próbkę tylko raz i gdy koszt badania jest stosunkowo niewielki, natomiast stosowanie planów wielostopniowych, gdy można pobierać drobne próbki do każdego stopnia badania i gdy czas potrzebny do pobrania i zbadania sztuki jest krótki, a koszt badania duży.

Opisane sposoby pobierania próby, w przypadku gdy licznosc próby uzależnia się od wyniku poprzednich obserwacji, noszą nazwę sposobów sekwencyjnych. Po każdym pobraniu dodatkowego elementu do próby lub zespołu elementów mamy dwie możliwości: albo przerwać badanie i na podstawie dotychczasowych obserwacji wyznaczyć wartość zmiennej decyzyjnej, albo nie podejmować decyzji, odkładając to do momentu zbadania następnego elementu próby. U podstaw sekwencyjnego spo-

sobu pobierania próby leży, z punktu widzenia teorii podejmowania decyzji¹², następujące rozumowanie: Na każdym etapie pobierania próby można wskazać taką wartość zmiennej decyzyjnej, dla której spodziewana strata jest możliwie najmniejsza. Jeśli jednak ta możliwie najmniejsza spodziewana strata jest jeszcze względnie duża, to częstokroć wynikać to może z tego, że dotychczasowa próba dostarczyła względnie mało informacji o nie znanym parametrze, od którego zależy decyzja. W tej sytuacji może się opłacać poniesienie dodatkowego kosztu zbadania dalszych elementów. W ten sposób uzyskamy na ogół więcej informacji o nieznanym parametrze, co przyczynić się może do tego, że spodziewana strata odpowiadająca optymalnej decyzji będzie teraz znacznie mniejsza. Oczywiście, w pewnym momencie postępowania sekwencyjnego przerwimy badanie i podejmiemy jedną z możliwych ostatecznych decyzji. Robimy to wtedy, gdy dalsze pobranie próby pociąga za sobą silniejszy wzrost kosztów badania aniżeli ewentualny spadek spodziewanej straty.

Przedstawiając możliwości podjęcia błędnej decyzji przy kwalifikowaniu alternatywnym odbieranych produktów uwagę zwróciliśmy tylko na problem reprezentatywności próbki. Drugim źródłem błędów w trafności orzekania o produkcie na podstawie badania próbek są błędy techniczne przy kwalifikowaniu poszczególnych sztuk przez kontrolera. Zagadnieniom tym poświęcona jest m. in. praca K. Wiśniewskiego i J. Oderfelda¹³. Pierwszy z nich opisuje eksperymenty, na podstawie których szacuje wielkość błędów technicznych, podaje zarys teorii odbioru uwzględniając te błędy, rozważa różne przepisy badania stuprocentowego, wyprowadza wzory na moc testu przy badaniu stuprocentowym i przy badaniu statystycznym z losowaniem bezzwrotnym. Wreszcie, ustala warunki, w których odbiór wrywkowy jest lepszy od stuprocentowego. J. Oderfeld w II części tegoż artykułu bada wpływ błędów kontrolera na moc testu przy losowaniu zwrotnym. Wyprowadzone wzory mogą również znaleźć zastosowanie w pospolitym przypadku praktycznym, gdy wprawdzie losowanie jest bezzwrotne, ale wielkość partii bardzo duża.

Tego rodzaju przyczynków jest już w literaturze polskiej coraz więcej, co świadczyć może o prowadzonych badaniach w kierunku ustalenia warunków najlepszego odbioru. W praktyce jednakże stosowanie tych metod napotyka stale znaczne trudności.

Biorąc jako przykład jeden z czołowych zakładów produkcyjnych, jakim są Zakłady H. Cegielski w Poznaniu, widzimy, że wprowadzona

¹² Według W. Sadowskiego, op. cit., s. 274.

¹³ J. Oderfeld i K. Wiśniewski, *Odbiór statystyczny z uwzględnieniem błędów kontrolera*, Zastosowania matematyki, t. II, z. 3, Warszawa—Wrocław, 1955, s. 312—327.

i tak późno, bo dopiero w 1955 r. statystyczna kontrola jakości została na jakiś czas przerwana¹⁴. We właściwy sposób zaczęła funkcjonować dopiero od 1958 r. pod kierunkiem Działu Kontroli Technicznej. Technologia produktu, który miał być kontrolowany metodami statystycznymi, uniemożliwiła skuteczne zastosowanie jakiegokolwiek z bieżących metod kontroli. Zdecydowano się więc na zastosowanie odbiorów statystycznych według planów jedno- i wielostopniowych. Wyniki okazały się lepsze od oczekiwanych. Uzyskano znaczne zmniejszenie braków, w stosunkowo krótkim czasie wyeliminowano zupełnie poprawki, które przekraczały niekiedy 50% kontrolowanej poprzednio w stu procentach produkcji. Stan personelu zatrudnionego przy kontroli zmniejszył się z 52 do 10 osób. Na przełomie lat 1959/60 opanowano statystyczną kontrolą jakości całą produkcję Wydziału Części Normalnych i wprowadza się ją w szeregu innych zakładach HCP.

Za przyjmowaniem się statystycznych metod badania jakości produkcji przemawiają zdecydowanie finansowe oszczędności. W wyniku wprowadzenia tych metod zmniejszono poważnie stan personelu działu kontroli technicznej, przy jednoczesnym podniesieniu kwalifikacji kontrolerów. Już tylko z tego tytułu oszczędności w skali rocznej znacznie przekraczają 1 000 000 zł. Do tego doliczyć należy oszczędności uzyskane dzięki zmniejszeniu ilości braków, które w roku 1960 szacowano na dalszy 1 000 000 zł. Są to sumy, które nawet w tak dużych zakładach, jak H. Cegielski, już coś znaczą.

Oprócz tych oszczędności wymienić należy szereg innych ważnych korzyści, liczbowo niewymierzalnych, które osiągnięto dzięki wprowadzeniu statystycznej kontroli. Będzie to:

1. wzrost zainteresowania robotników i średniego dozoru technicznego jakością produkcji;
2. przestawienie pracy działu kontroli technicznej z mechanicznej segregacji produkcji na aktywne oddziaływanie na proces produkcji w celu polepszenia jakości,
3. poprawienie się organizacji produkcji,
4. zmniejszenie się zużycia środków mierniczych itp.

Mimo tych niewątpliwych sukcesów uzyskiwanych przez przedsiębiorstwa prowadzące statystyczną kontrolę jakości, przyjmowanie się tych metod w nowych zakładach produkcyjnych napotyka stale znaczne trudności.

Na największe opory natrafia się wpierw wśród samego personelu zatrudnionego w produkcji. Z reguły personel niechętnie widzi kontrolę

¹⁴ Dane te zaczerpnięto z materiałów załączonych w *Referatach wygłoszonych na i wojewódzkiej naradzie na temat „Statystyczna kontrola jakości”*, Poznań 1960.

ściłą, ponieważ to nadaje produkcji pewien reżim, którego się trzeba ściśle trzymać. Ponadto, nie zawsze znajduje się zrozumienie, iż odrzucona partia to nie cios w wykonanie planu, tylko w porę podjęta decyzja o niecelowości dalszej obróbki i stąd zaoszczędzenie wielu nakładów. Poza tym taka kontrola to nie tylko pomoc w jakościowym wykonaniu planów, ale także w wykonaniu ilościowym planów. Jeśli bowiem nie produkuje się braków, to produkcja ilościowa automatycznie wzrasta.

Dalsza trudność polega na braku odpowiednich ludzi na stanowiska kontrolerów. Ważnym czynnikiem jest posiadanie autorytetu i stworzenie takiej atmosfery, żeby zalecenia wynikające w czasie prowadzenia kontroli metodami statystycznymi były wykonywane. Na powodzenie przy wprowadzeniu tych metod można liczyć wtedy, jeśli osoba, która się tym zajmuje, ma odpowiednie wykształcenie, zna technologię, proces produkcyjny, metody kontroli, jest konsekwentna w swoim postępowaniu i jest rozsądna w pociągnięciach taktycznych.

Trudności ze strony kierownictwa zakładów, które wynikały z obojętności i pasywności jeśli chodzi o nowatorstwo na odcinku poprawy jakości produkcji, w chwili obecnej maleją znacznie, na co w decydującej mierze wpłynęły bezsporne efekty ekonomiczne tego rodzaju badań.

Najwięcej trudności przy samym wprowadzaniu statystycznych metod badania jakości rodzi się przy wyborze takiej czy innej metody. Aby kontrolę jakości w danym zakładzie dobrze zorganizować, trzeba znać nie tylko doskonale samą technologię procesu produkcyjnego, ale również wypracowane dość liczne formy kontroli jakości, żeby móc w zależności od konkretnej sytuacji właściwą metodę postępowania zastosować. Znacznie pomocne mogą się tu okazać bardzo liczne normy Polskiego Komitetu Normalizacyjnego, które wyczerpują zasadnicze przypadki spotykane przy kontroli jakości.

Kiedy jednak przesuniemy kontrolę jakości z fazy ostatniej, tj. w trakcie badania gotowego wyrobu, na wcześniejsze fazy produkcyjne, wówczas sprawy się komplikują. Jeśli chodzi o przemysł metalowy i jemu pokrewny, to z powodzeniem zdały tu egzamin różnego typu karty kontrolne. Na tym odcinku zebrano już bogate, chyba w chwili obecnej wystarczające doświadczenie. Gorzej przedstawia się sytuacja badania jakości w przemyśle na przykład spożywczym, gdzie metod wypracowanych dla specyfiki tych artykułów właściwie nie ma, a posługiwanie się istniejącymi przepisami stwarza sytuacje nawet drażliwe, z uwagi na różne możliwości zastosowań tych przepisów. Jako przykład wystarczy podać badanie jakości wędlin, w którym stale nie rozstrzygniętym problemem pozostaje badanie na właściwości średnie lub też odbiór partii produktów sztukowych badanych na wadliwość według oceny właściwości liczbowej sztuk.

Szczególne trudności od strony ustalenia właściwych parametrów występują przy badaniu jakości w przypadku cechy ciągłej. W tym wypadku z pomocą jednakże spieszy bogato już rozpracowany od strony teoretycznej aparat statystyki matematycznej. Problematyka różnorodnych rozkładów, sprawdzania postawionych hipotez, ustalania przedziałów ufności i wiele innych zagadnień związanych z wielkością próby zostało rozpracowanych przez statystyków, chociaż nie zawsze znajduje pełne zastosowanie w praktyce. Na tym odcinku jest jeszcze wiele do zrobienia, ale wymaga to ścisłej współpracy teoretyków z praktykami, a nawet co więcej — wymaga dużego zrozumienia ze strony nie tylko statystyków i matematyków, ale także ekonomistów. Oczywiście, z operatywnego charakteru kontroli wynika, że przepisy postępowania powinny być w statystycznym badaniu jakości bardzo proste, jasne i łatwe do stosowania. Ale by tak było, potrzebny jest cały aparat matematyczny, często bardzo trudny. Dopiero współpraca statystyka-matematyka, ekonomisty oraz technologa może dać pomyślne rezultaty w postaci efektów oszczędności uzyskanej na podwyższeniu jakości produkcji.

Skoro tak doniosłą rolę w prowadzeniu badania jakości metodami statystycznymi odgrywa odpowiednio przygotowany personel produkcyjny, trudno nie wspomnieć o konieczności właściwego przygotowania tych kadr. Nakłady z tym związane wprawdzie obciążają konto kosztów związanych z badaniami jakości, ale jeżeli są umiejętnie wydatkowane, to zapewne zwrócą się w dwójnasób poprzez obniżenie kosztów produkcji, przy jednoczesnym wzroście poziomu jakości. Warto przytoczyć tu wyniki badań, które ogłosił prof. Clifford (USA) na londyńskiej konferencji Europejskiej Organizacji Kontroli Jakości w 1960 r.¹⁵. Zalicza on do kosztów jakości:

1. koszty profilaktyki (tj. koszty, które trzeba ponieść, aby uniknąć złej jakości),
2. koszty badań (są to koszty, które trzeba ponieść na ustalenie charakterystyk jakościowych, koszty laboratoryjne itp.),
3. koszty braków (koszty braków i poprawek oraz koszty reklamacji, gwarancji itp.).

Według badań Clifforda te trzy rodzaje kosztów jakości wynoszą (w odniesieniu do całkowitych kosztów):

- 2—10% na koszty profilaktyki,
- 20—40% „ „ badań,
- 50—80% „ „ braków,

co świadczy o wyjątkowo niskich wydatkach na profilaktykę. A prze-

¹⁵ Dane zaczerpnięto z *Referatów wygłoszonych na II Krajowej Konferencji Statystycznej Kontroli Jakości*, Poznań 1961.

cież trzeba pamiętać o tym, że jeśli chce się obniżyć koszty badań i braków, to można to uzyskać właśnie przez zwiększenie kosztów przeznaczonych na profilaktykę. W ogólnym rozrachunku na pewno się to opłaci.

Wreszcie na końcu stwierdzić trzeba, że bywają sytuacje, kiedy trzeba nawet podjąć decyzję wypuszczenia na rynek produkcji złej, w stopniu nie przekraczającym jej użyteczności. Bywa to szczególnie w okresach wyjątkowych trudności gospodarczych — w szczególności w okresie odbudowy zniszczeń powojennych. Dziś jednakże mamy już prawo żądać od naszej produkcji wysokiej jakości. Aby ją osiągnąć, trzeba mieć możliwie najlepiej zorganizowaną produkcję, na bazie najwyższej techniki, dorównującej kroku dobrej automatyzacji. Zagwarantowanie może stanowić tu tylko właściwie postawiona statystyczna kontrola jakości, która nie pozwoli na marnotrawstwo, nauczy pracować oszczędnie, bez rozrzutności, i zapewni stałe ekonomiczne korzyści.